

绝密★启用前

2002年普通高等学校招生全国统一考试（上海卷）

数学试卷（理工农医类）

（满分150分，考试时间120分钟）

考生注意

1. 本场考试时间120分钟，试卷共4页，满分150分，答题纸共2页。
2. 作答前，在答题纸正面填写姓名、准考证号，反面填写姓名，将核对后的条形码贴在答题纸指定位置。
3. 所有作答务必填涂或书写在答题纸上与试卷题号对应的区域，不得错位。在试卷上作答一律不得分。
4. 用2B铅笔作答选择题，用黑色字迹钢笔、水笔或圆珠笔作答非选择题。

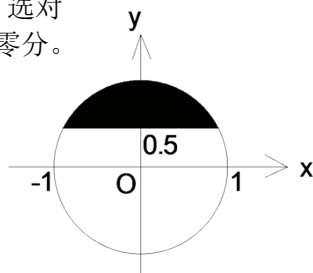
一、填空题（本大题满分为48分）本大题共有12题，每个空格填对得4分，否则一律得零分。

1. 若 $z \in \mathbb{C}$ ，且 $(3+z)i=1$ (i 是虚数单位)，则 $z=$ _____。
2. 已知向量 \vec{a} 和 \vec{b} 的夹角为 120° ，且 $|\vec{a}|=2$ ， $|\vec{b}|=5$ ，则 $(2\vec{a}-\vec{b}) \cdot \vec{a}=$ _____。
3. 方程 $\log_3(1-2 \cdot 3^x)=2x+1$ 的解 $x=$ _____。
4. 若正四棱锥的底面边长为 $2\sqrt{3}$ cm，体积为 4cm^3 ，则它的侧面与底面所成的二面角的大小是_____。
5. 在二项式 $(1+3x)^n$ 和 $(2x+5)^n$ 的展开式中，各项系数之和分别记为 a_n 、 b_n ， n 是正整数，则 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n - 2b_n}{3a_n - 4b_n} =$ _____。
6. 已知圆 $(x+1)^2+y^2=1$ 和圆外一点 $P(0, 2)$ ，过点 P 作圆的切线，则两条切线夹角的正切是_____。
7. 在某次花样滑冰比赛中，发生裁判受贿事件。竞赛委员会决定将裁判由原来的9名增至14名，但只任取其中7名裁判的评分作为有效分。若14名裁判中有2个受贿，则有效分中没有受贿裁判的评分的概率是_____。（结果用数值表示）
8. 曲线 $\begin{cases} x = t^2 - 1 \\ y = 2t + 1 \end{cases}$ (t 为参数)的焦点坐标是_____。
9. 若 A 、 B 两点的极坐标为 $A(4, \frac{\pi}{3})$ 、 $B(6, 0)$ ，则 AB 中点的极坐标是_____。
（极角用反三角函数表示）
10. 设函数 $f(x)=\sin 2x$ 。若 $f(x+t)$ 是偶函数，则 t 的一个可能值是_____。
11. 若数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1=3$ ，且 $a_{n+1}=a_n^2$ (n 是正整数)，则数列的通项公式 $a_n=$ _____。
12. 已知函数 $y=f(x)$ (定义域为 D ，值域为 A)有反函数 $y=f^{-1}(x)$ ，则方程 $f(x)=0$ 有解 $x=a$ ，且 $f(x)>x$ ($x \in D$)的充要条件是 $y=f^{-1}(x)$ 满足_____。

二、选择题（本大题满分16分）本大题共有4题，每题都给出代号为A、B、C、D的四个结论，其中有且只有一个结论是正确的，必须把正确结论的代号写在题后的圆括号内，选对得4分，不选、选错或者选出的代号超过一个（不论是否都写在圆括号内），一律得零分。

13. 如图，与复平面中的阴影部分（含边界）对应的复数集合是（ ）

- (A) $\{z|z|=1, \frac{\pi}{6} \leq \arg z \leq \frac{5\pi}{6}, z \in \mathbb{C}\}$; (B) $\{z|z| \leq 1, \frac{\pi}{6} \leq \arg z \leq \frac{5\pi}{6}, z \in \mathbb{C}\}$

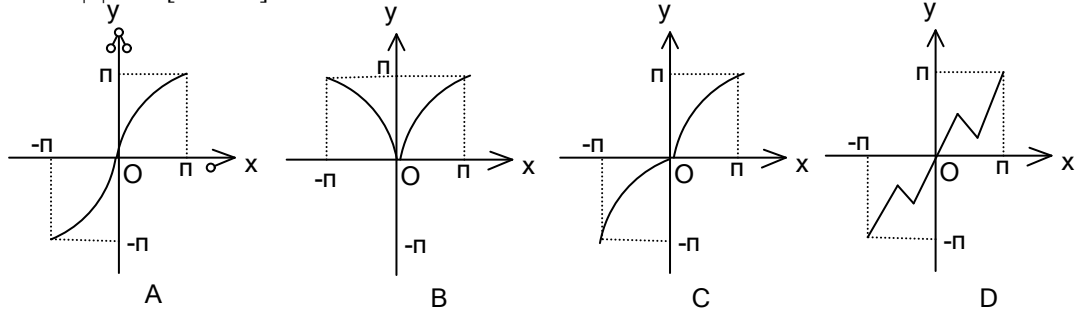


- (C) $\{z||z|=1, \text{Im}z \geq \frac{1}{2}, z \in \mathbb{C}\}$; (D) $\{z||z| \leq 1, \text{Im}z \geq \frac{1}{2}, z \in \mathbb{C}\}$

14. 已知直线 l 、 m ，平面 α 、 β ，且 $l \perp \alpha$ ， $m \subset \beta$ 。给出下列四个命题：(1) 若 $\alpha \parallel \beta$ ，则 $l \perp m$ ；(2) 若 $l \perp m$ ，则 $\alpha \parallel \beta$ ；(3) 若 $\alpha \perp \beta$ ，则 $l \perp m$ ；(4) 若 $l \parallel \alpha$ ，则 $\alpha \perp \beta$ ，其中正确命题的个数是 ()

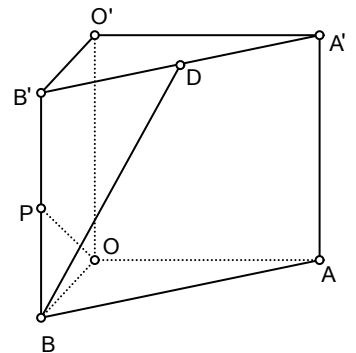
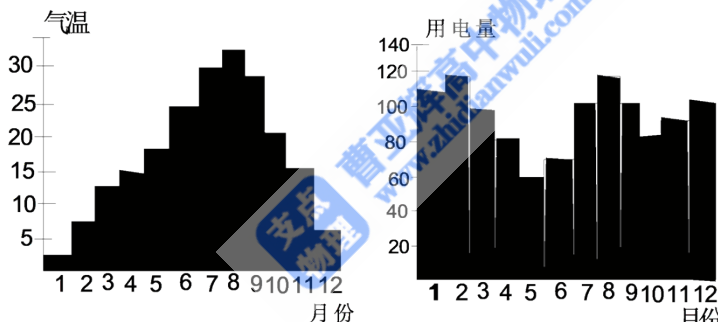
- (A) 1个 (B) 2个 (C) 3个 (D) 4个

15. 函数 $y=x+\sin|x|$ ， $x \in [-\pi, \pi]$ 的大致图象是 ()



16. 一般地，家庭用电量（千瓦时）与气温（ $^{\circ}\text{C}$ ）有一定的关系。如图（1）表示某年12个月中每月的平均气温，图（2）表示某家庭在12个月中每月的用电量。根据这些信息，以下关于该家庭用电量与气温间关系的叙述中，正确的是 ()

- (A) 气温最高时，用电量最多 (B) 气温最低时，用电量最少
(C) 当气温大于某一值时，用电量随气温增高而增加；
(D) 当气温小于某一值时，用电量随气温降低而增加



三、解答题（本大题满分86分）解答下列各题必须写出必要的步骤。

17. （本题满分12分）如右上图，在直三棱柱 $ABO-A'B'O'$ 中， $OO'=4$ ， $OA=4$ ， $OB=3$ ， $\angle AOB=90^{\circ}$ ， D 是线段 $A'B'$ 的中点， P 是侧棱 BB' 上的一点。若 $OP \perp BD$ ，求 OP 与底面 AOB 所成角的大小。（结果用反三角函数值表示）

18. （本题满分12分）已知点 $A(-\sqrt{3}, 0)$ 和 $B(\sqrt{3}, 0)$ ，动点 C 到 A 、 B 两点的距离之差的绝对值为2，点 C 的轨迹与直线 $y=x-2$ 交于 D 、 E 两点。求线段 DE 的长。

19. (本题满分14分) 本题共有2个小题, 第(1)小题满分6分, 第(2)小题满分8分。

已知函数 $f(x) = x^2 + 2x \cdot \tan\theta - 1$, $x \in [-1, \sqrt{3}]$, 其中 $\theta \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$.

- (1) 当 $\theta = -\frac{\pi}{6}$ 时, 求函数 $y = f(x)$ 的最大值与最小值;
- (2) 求 θ 的取值范围, 使 $y = f(x)$ 在区间 $[-1, \sqrt{3}]$ 上是单调函数.

20. (本题满分14分) 本题共有2个小题, 第1小题满分4分, 第2小题满分10分。

某商场在促销期间规定: 商场内所有商品按标价的80%出售; 同时, 当顾客在该商场内消费满一定金额后, 按如下方案获得相应金额的奖券:

消费金额(元)的范围	[200, 400)	[400, 500)	[500, 700)	[700, 900)	...
获得奖券的金额(元)	30	60	100	130	...

根据上述促销方法, 顾客在该商场购物可以获得双重优惠. 例如, 购买标价为400元的商品, 则消费金额为320元, 获得的优惠额为: $400 \times 0.2 + 30 = 110$ (元). 设购买商品得到的优惠率 = $\frac{\text{购买商品获得的优惠额}}{\text{商品的标价}}$, 试问:

- (1) 购买一件标价为1000元的商品, 顾客得到的优惠率是多少?
- (2) 对于标价在[500, 800] (元) 内的商品, 顾客购买标价为多少元的商品, 可获得不小于 $\frac{1}{3}$ 的优惠率?

21. (本题满分16分) 本题共有3个小题, 第1小题满分4分, 第2小题满分6分, 第3小题满分6分。

已知函数 $f(x) = a \cdot b^x$ 的图象过点 A $(4, \frac{1}{4})$ 和 B $(5, 1)$.

- (1) 求函数 $f(x)$ 的解析式;
- (2) 记 $a_n = \log_2 f(n)$, n 是正整数, S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 解关于 n 的不等式 $a_n S_n \leq 0$;
- (3) 对于(2)中的 a_n 与 S_n , 整数 10^4 是否为数列 $\{a_n S_n\}$ 中的项? 若是, 则求出相应的项数; 若不是, 则说明理由.

22. (本小题满分18分) 本题共有3个小题, 第1小题满分4分, 第2小题满分8分, 第3小题满分6分。

规定 $C_x^m = \frac{x(x-1)\cdots(x-m+1)}{m!}$, 其中 $x \in \mathbb{R}$, m 是正整数, 且 $C_x^0 = 1$, 这是组合数

C_n^m (n, m 是正整数, 且 $m \leq n$) 的一种推广.

- (1) 求 C_{-15}^5 的值;
- (2) 组合数的两个性质: ① $C_n^m = C_n^{n-m}$; ② $C_n^m + C_n^{m-1} = C_{n+1}^m$.

是否都能推广到 C_x^m ($x \in \mathbb{R}$, m 是正整数) 的情况? 若能推广, 则写出推广的形式并给出证明; 若不能, 则说明理由;

- (3) 已知组合数 C_n^m 是正整数, 证明: 当 $x \in \mathbb{Z}$, m 是正整数时, $C_x^m \in \mathbb{Z}$.

