2019年北京市高考数学试卷（文科）

一、选择题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项。

1. （5分）已知集合$A=\{x|-1<x<2\}$，$B=\{x|x>1\}$，则$A\cup B=$（　　）

A．（﹣1，1）　　B．（1，2）　　C．（﹣1，+∞）　　D．（1，+∞）

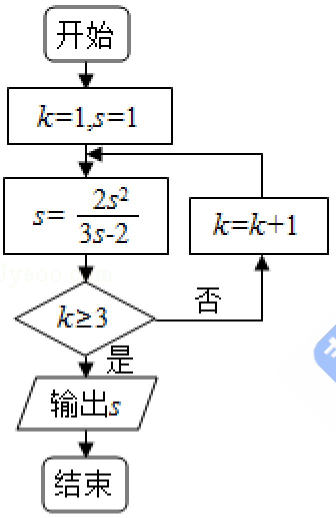
2. （5分）已知复数$z=2+i$，则$z\cdot\overline{z}=$（　　）

A．$\sqrt{3}$　　B．$\sqrt{5}$　　C．3　　D．5

3. （5分）下列函数中，在区间（0，+∞）上单调递增的是（　　）

A．$y=x^{\frac{1}{2}}$　　B．$y=2^{-x}$　　C．$y=\log_{\frac{1}{2}}x$　　D．$y=\frac{1}{x}$

4. （5分）执行如图所示的程序框图，输出的s值为（　　）



A．1　　B．2　　C．3　　D．4

5. （5分）已知双曲线$\frac{x^2}{a^2}-y^2=1$（$a>0$）的离心率是$\sqrt{5}$，则$a=$（　　）

A．$\sqrt{6}$　　B．4　　C．2　　D．$\frac{1}{2}$

6. （5分）设函数$f(x)=\cos x+b\sin x$（b为常数），则“$b=0$”是“$f(x)$为偶函数”的（　　）

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件

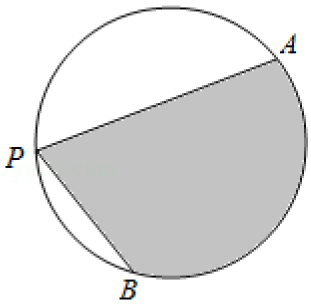
C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

7. （5分）在天文学中，天体的明暗程度可以用星等或亮度来描述．两颗星的星等与亮度

满足$m_2-m_1=\frac{5}{2}lg\frac{E_1}{E_2}$，其中星等为$m_k$的星的亮度为$E_k$（$k=1$，2）．已知太阳的星等是﹣26.7，天狼星的星等是﹣1.45，则太阳与天狼星的亮度的比值为（　　）

A．$10^{10.1}$　　B．10.1　　C．$lg10.1$　　D．$10^{-10.1}$

8．（5分）如图，A，B是半径为2的圆周上的定点，P为圆周上的动点，$\angle APB$是锐角，大小为β，图中阴影区域的面积的最大值为（　　）



A．4β+4cosβ　　B．4β+4sinβ　　C．2β+2cosβ　　D．2β+2sinβ

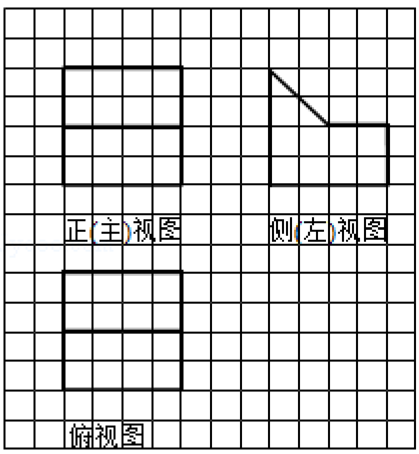
二、填空题共6小题，每小题5分，共30分。

9．（5分）已知向量$\vec{a}=(-4，3)$，$\vec{b}=(6，m)$，且$\vec{a}\perp\vec{b}$，则$m=$______．

10．（5分）若x，y满足$\begin{cases}x\leqslant 2,\\ y\geqslant -1,\\ 4x-3y+1\geqslant 0,\end{cases}$则$y-x$的最小值为______，最大值为______．

11．（5分）设抛物线$y^2=4x$的焦点为F，准线为l，则以F为圆心，且与l相切的圆的方程为______．

12．（5分）某几何体是由一个正方体去掉一个四棱柱所得，其三视图如图所示．如果网格纸上小正方形的边长为1，那么该几何体的体积为______．



13．（5分）已知l，m是平面α外的两条不同直线．给出下列三个论断：

①$l\perp m$；②$m\parallel\alpha$；③$l\perp\alpha$.

以其中的两个论断作为条件，余下的一个论断作为结论，写出一个正确的命题：______

.

14．（5分）李明自主创业，在网上经营一家水果店，销售的水果中有草莓、京白梨、西瓜、桃，价格依次为60元/盒、65元/盒、80元/盒、90元/盒．为增加销量，李明对这四种水果进行促销：一次购买水果的总价达到120元，顾客就少付x元．每笔订单顾客网上支付成功后，李明会得到支付款的80%．

①当$x=10$时，顾客一次购买草莓和西瓜各1盒，需要支付______元；

②在促销活动中，为保证李明每笔订单得到的金额均不低于促销前总价的七折，则x的最大值为______．

三、解答题共6小题，共80分。解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

15．（13分）在△ABC中，$a=3$，$b-c=2$，$\cos B=-\frac{1}{2}$.

（Ⅰ）求b，c的值；

（Ⅱ）求$\sin(B+C)$的值．

16．（13分）设$\{a_n\}$是等差数列，$a_1=-10$，且a_2+10，a_3+8，a_4+6成等比数列．

（Ⅰ）求$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）记$\{a_n\}$的前n项和为S_n，求S_n的最小值．

17．（12分）改革开放以来，人们的支付方式发生了巨大转变．近年来，移动支付已成为主要支付方式之一．为了解某校学生上个月A，B两种移动支付方式的使用情况，从全校所有的1000名学生中随机抽取了100人，发现样本中A，B两种支付方式都不使用的有5人，样本中仅使用A和仅使用B的学生的支付金额分布情况如下：

支付金额 支付方式	不大于2000元	大于2000元
仅使用A	27人	3人
仅使用B	24人	1人

（Ⅰ）估计该校学生中上个月A，B两种支付方式都使用的人数；

（Ⅱ）从样本仅使用B的学生中随机抽取1人，求该学生上个月支付金额大于2000元的概率；

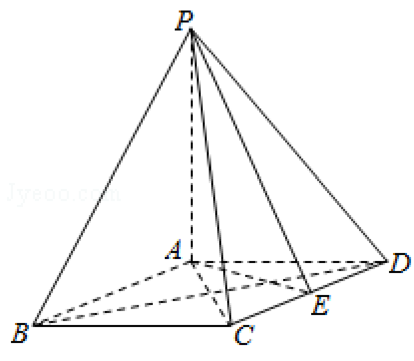
（Ⅲ）已知上个月样本学生的支付方式在本月没有变化．现从样本仅使用B的学生中随机抽查1人，发现他本月的支付金额大于2000元．结合（Ⅱ）的结果，能否认为样本仅使用B的学生中本月支付金额大于2000元的人数有变化？说明理由．

18．（14分）如图，在四棱锥$P-ABCD$中，$PA\perp$平面$ABCD$，底面$ABCD$为菱形，E为CD的中点．

（Ⅰ）求证：$BD\perp$平面PAC；

（Ⅱ）若$\angle ABC=60°$，求证：平面$PAB\perp$平面PAE；

（Ⅲ）棱PB上是否存在点F，使得$CF//$平面PAE？说明理由．



19．（14分）已知椭圆C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$的右焦点为（1，0），且经过点$A$（0，1）．

（Ⅰ）求椭圆C的方程；

（Ⅱ）设O为原点，直线l：$y=kx+t$（$t\neq\pm1$）与椭圆C交于两个不同点P、Q，直线AP与x轴交于点M，直线AQ与x轴交于点N．若$|OM|\cdot|ON|=2$，求证：直线l经过定点．

20．（14分）已知函数$f(x)=\frac{1}{4}x^3-x^2+x$．

（Ⅰ）求曲线$y=f(x)$的斜率为1的切线方程；

（Ⅱ）当$x\in[-2,4]$时，求证：$x-6\leqslant f(x)\leqslant x$；

（Ⅲ）设$F(x)=|f(x)-(x+a)|$（$a\in\mathbf{R}$），记$F(x)$在区间$[-2,4]$上的最大值为$M(a)$．当$M(a)$最小时，求a的值．