

# 2011年全国高等学校招生统一考试

## 四川卷（理数）

1. 选择题必须使用2B铅笔将答案标号填涂在答题卡上对应题目标号的位置上

2. 本部分共12小题，每小题5分，共60分.

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 有一个容量为66的样本，数据的分组及各组的频数如下：

[11.5, 15.5) 2 [15.5, 19.5) 4 [19.5, 23.5) 9 [23.5, 27.5) 18 [27.5, 31.5) 11  
[31.5, 35.5) 12 [35.5, 39.5) 7 [39.5, 43.5) 3

根据样本的频率分布估计，数据落在[31.5, 43.5)的概率约是

- (A)  $\frac{1}{6}$  (B)  $\frac{1}{3}$  (C)  $\frac{1}{2}$  (D)  $\frac{2}{3}$

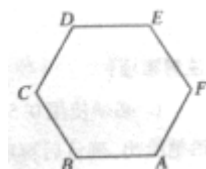
2. 复数  $-i + \frac{1}{i} =$

- (A)  $-2i$  (B)  $\frac{1}{2}i$  (C) 0 (D)  $2i$

3.  $l_1, l_2, l_3$  是空间三条不同的直线，则下列命题正确的是

- (A)  $l_1 \perp l_2, l_2 \perp l_3 \Rightarrow l_1 \parallel l_3$   
(B)  $l_1 \perp l_2, l_2 \parallel l_3 \Rightarrow l_1 \perp l_3$   
(C)  $l_2 \parallel l_3 \parallel l_1 \Rightarrow l_1, l_2, l_3$  共面  
(D)  $l_1, l_2, l_3$  共点  $\Rightarrow l_1, l_2, l_3$  共面

4如图，正六边形ABCDEF中， $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF} =$



- (A) 0 (B)  $\overrightarrow{BE}$  (C)  $\overrightarrow{AD}$  (D)  $\overrightarrow{CF}$

5函数， $f(x)$  在点  $x = x_0$  处有定义是  $f(x)$  在点  $x = x_0$  处连续的

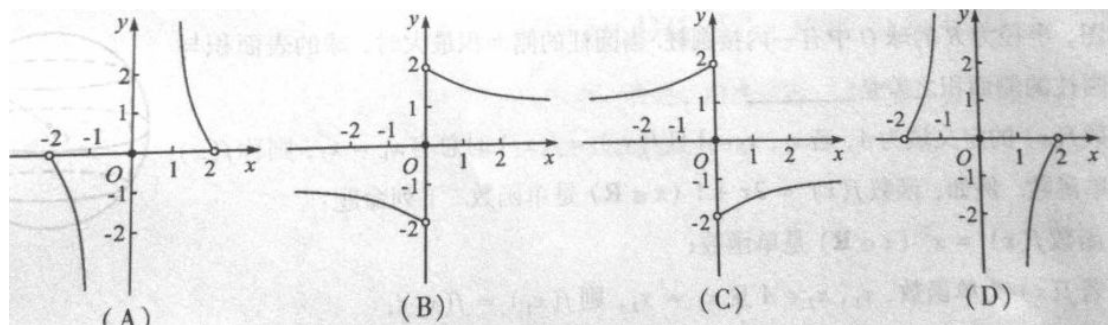
- (A) 充分而不必要的条件 (B) 必要而不充分的条件 (C) 充要条件  
(D) 既不充分也不必要的条件

6. 在  $\triangle ABC$  中,  $\sin^2 \leq \sin^2 B + \sin^2 C - \sin B \sin C$ . 则  $A$  的取值范围是

- (A)  $(0, \frac{\pi}{6}]$  (B)  $[\frac{\pi}{6}, \pi)$  (C)  $(0, \frac{\pi}{3}]$  (D)  $[\frac{\pi}{3}, \pi)$

7. 已知  $f(x)$  是  $\mathbb{R}$  上的奇函数, 且当  $x > 0$  时,  $f(x) = (\frac{1}{2})^x + 1$ , 则  $f(x)$  的反函数的图像

大致是



8. 数列  $\{a_n\}$  的首项为 3,  $\{b_n\}$  为等差数列且  $b_n = a_{n+1} - a_n (n \in \mathbb{N}^*)$ . 若  $b_3 = -2$ ,

$b_{10} = 12$ , 则  $a_8 =$

- (A) 0 (B) 3 (C) 8 (D) 11

9. 某运输公司有 12 名驾驶员和 19 名工人, 有 8 辆载重量为 10 吨的甲型卡车和 7 辆载重量为 6 吨的乙型卡车. 某天需运往  $A$  地至少 72 吨的货物, 派用的每辆车虚满载且只运送一次. 拍用的每吨甲型卡车虚配 2 名工人, 运送一次可得利润 450 元; 派用的每辆乙型卡车虚配 1 名工人, 运送一次可得利润 350 元. 该公司合理计划党团派用两类卡车的车辆数, 可得最大利润

- (A) 4650 元 (B) 4700 元 (C) 4900 元 (D) 5000 元

10. 在抛物线  $y = x^2 = ax - 5 (a \neq 0)$  上取横坐标为  $x_1 = -4$ ,  $x_2 = 2$  的两点, 过这两点引一

条割线, 有平行于该割线的一条直线同时与抛物线和圆  $5x^2 + 5y^2 = 36$  相切, 则抛物线顶点的坐标为

- (A)  $(-2, -9)$  (B)  $(0, -5)$  (C)  $(2, -9)$  (D)  $(1, -6)$

11. 已知定义在  $[0, +\infty)$  上的函数  $f(x)$  满足  $f(x) = 3f(x+2)$ , 当  $x \in [0, 2)$  时,

$f(x) = -x^2 + 2x$ . 设  $f(x)$  在  $[2n-2, 2n)$  上的最大值为  $a_n (n \in \mathbb{N}^*)$ , 且  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为

$S_n$ , 则  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n =$

- (A) 3 (B)  $\frac{5}{2}$  (C) 2 (D)  $\frac{3}{2}$

12. 在集合  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  中任取一个偶数  $a$  和一个奇数  $b$  构成以原点为起点的向量  $\alpha = (a, b)$ .

从所有得到的以原点为起点的向量中任取两个向量为邻边作平行四边形.记所有作成的平行四边形的个数为  $n$ ，其中面积不超过 4 的平行四边形的个数为  $m$ ，则  $\frac{m}{n} =$

- (A)  $\frac{4}{15}$     (B)  $\frac{1}{3}$     (C)  $\frac{2}{5}$     (D)  $\frac{2}{3}$

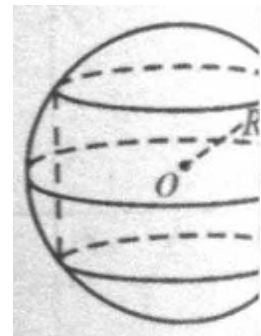
注意事项:

1. 必须使用 0.5 毫米黑色墨迹签字笔在答题卡上题目所指示的答题区域内作答.作图题可先用铅笔绘出,确认后再用 0.5 毫米黑色墨迹签字笔描清楚.答在试题卷上无效.
  2. 本部分共 10 小题,共 90 分.
- 二、填空题:本大题共 4 小题,每小题 4 分,共 16 分.

13. 计算  $(\lg \frac{1}{4} - \lg 25) \div 100^{-\frac{1}{2}} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

14. 双曲线  $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$  上一点 P 到双曲线右焦点的距离是 4, 那么点 P 到左准线的距离是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

15. 如图, 半径为 R 的球 O 中有一内接圆柱. 当圆柱的侧面积最大是, 求的表面积与改圆柱的侧面积之差是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .



16. 函数  $f(x)$  的定义域为 A, 若  $x_1, x_2 \in A$  且  $f(x_1) = f(x_2)$  时总有  $x_1 = x_2$ , 则称  $f(x)$  为单函数. 例如, 函数  $f(x) = 2x + 1 (x \in \mathbb{R})$  是单函数. 下列命题:

- ① 函数  $f(x) = x^2 (x \in \mathbb{R})$  是单函数;
- ② 若  $f(x)$  为单函数,  $x_1, x_2 \in A$  且  $x_1 \neq x_2$ , 则  $f(x_1) \neq f(x_2)$ ;
- ③ 若  $f: A \rightarrow B$  为单函数, 则对于任意  $b \in B$ , 它至多有一个原象;
- ④ 函数  $f(x)$  在某区间上具有单调性, 则  $f(x)$  一定是单函数.

其中的真命题是  $\underline{\hspace{2cm}}$ . (写出所有真命题的编号)

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 74 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. 已知函数  $f(x) = \sin(x + \frac{7\pi}{4}) + \cos(x - \frac{3\pi}{4})$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

- (1) 求函数的最小正周期和最小值;
- (2) 已知  $\cos(\beta - \alpha) = \frac{4}{5}$ ,  $\cos(\beta + \alpha) = -\frac{4}{5}$ ,  $0 < \alpha < \beta \leq \frac{\pi}{2}$ . 求证:  $[f(\beta)]^2 - 2 = 0$ .

18. 本着健康、低碳的生活理念, 租自行车骑游的人越来越多. 某自行车租车点的收费标准是每车每次租车时间不超过两小时免费, 超过两小时的部分每小时收费 2 元 (不足 1 小时的部分按 1 小时计算). 有甲、乙两人相互独立来该租车点租车骑游 (各租一车一次). 设甲、乙不超过两小时还车的概率分别为  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{2}$ ; 两小时以上且不超过三小时还车的概率分别为

$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}$ ; 两人租车时间都不会超过四小时.

(1) 求甲、乙两人所付的租车费用相同的概率;

(2) 设甲、乙两人所付的租车费用之和为随机变量  $\xi$ , 求  $\xi$  的分布列及数学期望  $E\xi$ .

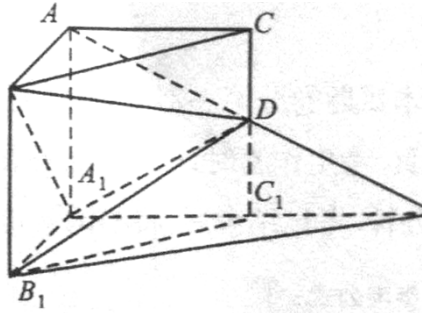
19. (本小题共12分)

如图, 在直三棱柱  $AB-A_1B_1C_1$  中.  $\angle BAC=90^\circ$ ,  $AB=AC=AA_1=1$ .  $D$  是棱  $CC_1$  上的一点,  $P$  是  $AD$  的延长线与  $A_1C_1$  的延长线的交点, 且  $PB_1 \parallel$  平面  $BDA$ .

(I) 求证:  $CD=C_1D$ ;

(II) 求二面角  $A-A_1D-B$  的平面角的余弦值;

(III) 求点  $C$  到平面  $B_1DP$  的距离.



20. (本小题共12分)

设  $d$  为非零实数,  $a_n = \frac{1}{n} [C_n^1 d + 2C_n^2 d^2 + \dots + (n-1)C_n^{n-1} d^{n-1} + nC_n^n d^n]$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ ).

(I) 写出  $a_1, a_2, a_3$  并判断  $\{a_n\}$  是否为等比数列. 若是, 给出证明; 若不是, 说明理由;

;

(II) 设  $b_n = n d a_n$  ( $n \in \mathbb{N}^*$ ), 求数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $S_n$ .

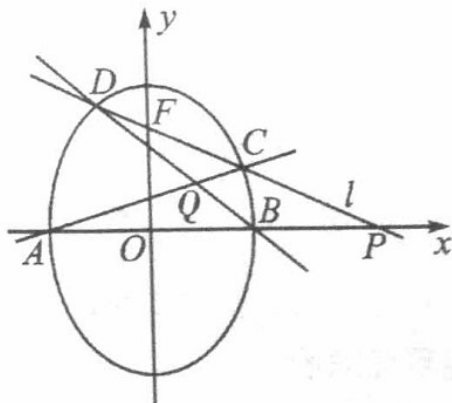
21. (本小题共12分)

椭圆有两顶点  $A(-1, 0)$ 、 $B(1, 0)$ , 过其焦点  $F(0, 1)$  的直线  $l$  与椭圆交于  $C$ 、 $D$  两点, 并与  $x$  轴交于点  $P$ . 直线  $AC$  与直线  $BD$  交于点  $Q$ .

(I) 当  $|CD| = \frac{3}{2}\sqrt{2}$  时, 求直线  $l$  的方程;

(II) 当点  $P$  异于  $A$ 、 $B$  两点时, 求证:  $OP \cdot OQ$  为定值.

→ →



22. (本小题共14分)

已知函数  $f(x) = \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}$ ,  $h(x) = \sqrt{x}$ .

(I) 设函数  $F(x) = f(x) - h(x)$ , 求  $F(x)$  的单调区间与极值;

(II) 设  $a \in \mathbb{R}$ , 解关于  $x$  的方程  $\log_4 \left[ \frac{3}{2}f(x-1) - \frac{3}{4} \right] = \log_2 h(a-x) - \log_2 h(4-x)$ ;

(III) 试比较  $f(100)h(100) - \sum_{k=1}^{100} h(k)$  与  $\frac{1}{6}$  的大小.