

2010年普通高等学校招生全国统一考试江苏卷数学全解全析

数学 I 试题

注意事项

考生在答题前请认真阅读本注意事项及各题答题要求

- 1.本试卷共4页，包含填空题（第1题——第14题）、解答题（第15题——第20题）。本卷满分160分，考试时间为120分钟。考试结束后，请将本卷和答题卡一并交回。
- 2.答题前，请您务必将自己的姓名、准考证号用0.5毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置。
- 3.请认真核对监考员在答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与您本人是否相符。
- 4.请在答题卡上按照顺序在对应的答题区域内作答，在其他位置作答一律无效。作答必须用0.5毫米黑色墨水的签字笔。请注意字体工整，笔迹清楚。
- 5.如需作图，须用2B铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗。
- 6.请保持答题卡卡面清洁，不要折叠、破损。

参考公式：

锥体的体积公式： $V_{\text{锥体}} = \frac{1}{3}Sh$ ，其中S是锥体的底面积，h是高。

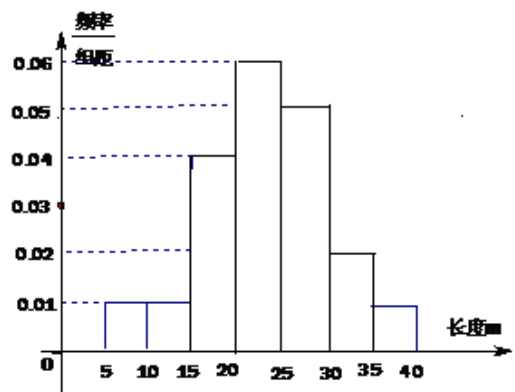
一、填空题：本大题共14小题，每小题5分，共70分。请把答案填写在答题卡相应的位置上。

1、设集合 $A = \{-1, 1, 3\}$ ， $B = \{a+2, a^2+4\}$ ， $A \cap B = \{3\}$ ，则实数 $a =$ ▲ 。

2、设复数 z 满足 $z(2-3i) = 6+4i$ （其中 i 为虚数单位），则 z 的模为 ▲ 。

3、盒子中有大小相同的3只白球，1只黑球，若从中随机地摸出两只球，两只球颜色不同的概率是 ▲ 。

4、某棉纺厂为了了解一批棉花的质量，从中随机抽取了100根棉花纤维的长度（棉花纤维的长度是棉花质量的重要指标），所得数据都在区间 $[5, 40]$ 中，其频率分布直方图如图所示，则其抽样的100根中，有 ▲ 根在棉花纤维的长度小于20mm。

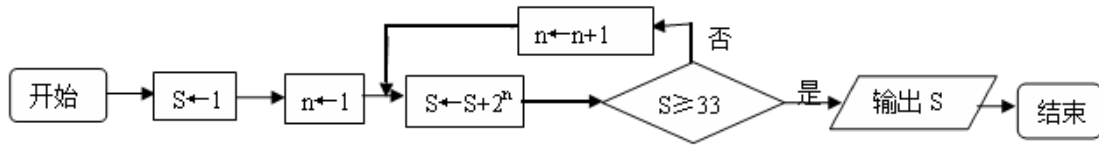


5、设函数 $f(x) = x(e^x + ae^{-x})$ ($x \in \mathbb{R}$) 是偶函数，则实数 $a =$ ▲ 。

6、在平面直角坐标系 xOy 中，双曲线 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ 上一点M，点M的横坐标是3，则M到双

曲线右焦点的距离是 ▲

7、右图是一个算法的流程图，则输出S的值是 ▲



8、函数 $y=x^2(x>0)$ 的图像在点 (a_k, a_k^2) 处的切线与x轴交点的横坐标为 a_{k+1} , k 为正整数, $a_1=16$, 则 $a_1+a_3+a_5=$ ▲

9、在平面直角坐标系xOy中, 已知圆 $x^2 + y^2 = 4$ 上有且仅有四个点到直线 $12x - 5y + c = 0$ 的距离为1, 则实数c的取值范围是 ▲

10、定义在区间 $(0, \frac{\pi}{2})$ 上的函数 $y=6\cos x$ 的图像与 $y=5\tan x$ 的图像的交点为P, 过点P作 $PP_1 \perp x$ 轴于点 P_1 , 直线 PP_1 与 $y=\sin x$ 的图像交于点 P_2 , 则线段 P_1P_2 的长为 ▲。

11、已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \geq 0 \\ 1, & x < 0 \end{cases}$, 则满足不等式 $f(1-x^2) > f(2x)$ 的x的范围是 ▲。

12、设实数x,y满足 $3 \leq xy^2 \leq 8$, $4 \leq \frac{x^2}{y} \leq 9$, 则 $\frac{x^3}{y^4}$ 的最大值是 ▲。

13、在锐角三角形ABC, A、B、C的对边分别为a、b、c, $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} = 6\cos C$, 则 $\frac{\tan C}{\tan A} + \frac{\tan C}{\tan B} =$ ▲。

14、将边长为1m正三角形薄片, 沿一条平行于底边的直线剪成两块, 其中一块是梯形, 记 $S = \frac{(\text{梯形的周长})^2}{\text{梯形的面积}}$, 则S的最小值是 ▲。

二、解答题: 本大题共6小题, 共计90分, 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出文字说明、证明或演算步骤.

15、(本小题满分14分)

在平面直角坐标系xOy中, 点A(-1,-2)、B(2,3)、C(-2,-1)。

(1)求以线段AB、AC为邻边的平行四边形两条对角线的长;

(2) 设实数 t 满足 $(\vec{AB} - t\vec{OC}) \cdot \vec{OC} = 0$, 求 t 的值。

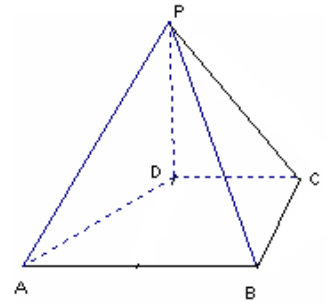
16、(本小题满分14分)

如图, 在四棱锥 $P-$

$ABCD$ 中, $PD \perp$ 平面 $ABCD$, $PD=DC=BC=1$, $AB=2$, $AB \parallel DC$, $\angle BCD=90^\circ$ 。

(1) 求证: $PC \perp BC$;

(2) 求点 A 到平面 PBC 的距离。



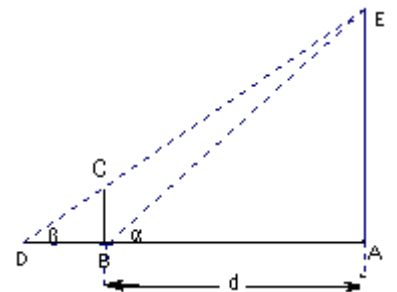
17、(本小题满分14分)

某兴趣小组测量电视塔 AE 的高度 H (单位: m), 如示意图, 垂直放置的标杆 BC 的高度 $h=4m$, 仰角 $\angle ABE = \alpha$, $\angle ADE = \beta$ 。

(1) 该小组已经测得一组 α 、 β 的值, $\tan \alpha = 1.24$, $\tan \beta = 1.20$, 请据此算出 H 的值;

(2) 该小组分析若干测得的数据后, 认为适当调整标杆到电视塔的距离 d

(单位: m), 使 α 与 β 之差较大, 可以提高测量精确度。若电视塔的实际高度为 $125m$, 试问 d 为多少时, $\alpha - \beta$ 最大?



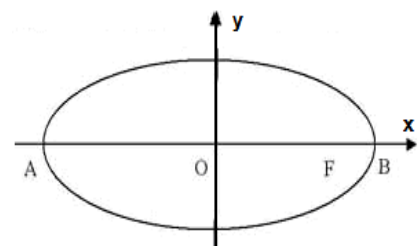
18、(本小题满分16分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 如图, 已知椭圆 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ 的左、右顶点为 A 、 B , 右焦点为

F 。设过点 $T(t, m)$ 的直线 TA 、 TB 与椭圆分别交于点 $M(x_1, y_1)$ 、 $N(x_2, y_2)$, 其中 $m > 0$,

$y_1 > 0, y_2 < 0$ 。

(1) 设动点 P 满足 $PF^2 - PB^2 = 4$, 求点 P 的轨迹;



(2) 设 $x_1 = 2, x_2 = \frac{1}{3}$, 求点T的坐标;

(3) 设 $t = 9$, 求证: 直线MN必过x轴上的一定点 (其坐标与m无关)。

19、(本小题满分16分)

设各项均为正数的数列 $\{a_n\}$ 的前n项和为 S_n , 已知 $2a_2 = a_1 + a_3$, 数列 $\{\sqrt{S_n}\}$ 是公差为 d 的等差数列。

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 (用 n, d 表示);

(2) 设 c 为实数, 对满足 $m + n = 3k$ 且 $m \neq n$ 的任意正整数 m, n, k , 不等式

$S_m + S_n > cS_k$ 都成立。求证: c 的最大值为 $\frac{9}{2}$ 。

20、(本小题满分16分)

设 $f(x)$ 是定义在区间 $(1, +\infty)$ 上的函数, 其导函数为 $f'(x)$ 。如果存在实数 a 和函数 $h(x)$, 其中 $h(x)$ 对任意的 $x \in (1, +\infty)$ 都有 $h(x) > 0$, 使得 $f'(x) = h(x)(x^2 - ax + 1)$, 则称函数 $f(x)$ 具有性质 $P(a)$ 。

(1) 设函数 $f(x) = \ln x + \frac{b+2}{x+1} (x > 1)$, 其中 b 为实数。

(i) 求证: 函数 $f(x)$ 具有性质 $P(b)$; (ii) 求函数 $f(x)$ 的单调区间。

(2) 已知函数 $g(x)$ 具有性质 $P(2)$ 。给定 $x_1, x_2 \in (1, +\infty), x_1 < x_2$, 设 m 为实数,

$\alpha = mx_1 + (1-m)x_2, \beta = (1-m)x_1 + mx_2$, 且 $\alpha > 1, \beta > 1$,

若 $|g(\alpha) - g(\beta)| < |g(x_1) - g(x_2)|$, 求 m 的取值范围。

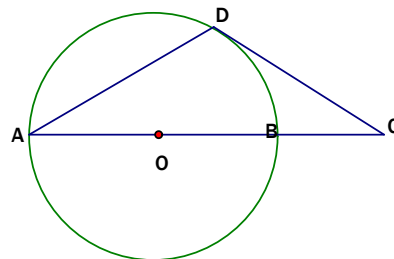
数学 II (附加题)

21. [选做题] 本题包括A、B、C、D四小题, 请选定其中两题, 并在相应的答题区域内作答。若多做, 则按作答的前两题评分。解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

A. 选修4-1：几何证明选讲

(本小题满分10分)

AB是圆O的直径，D为圆O上一点，过D作圆O的切线交AB延长线于点C，若DA=DC，求证：AB=2BC。



B. 选修4-2：矩阵与变换

(本小题满分10分)

在平面直角坐标系xOy中，已知点A(0,0)，B(-2,0)，C(-2,1)。设k为非零实数，矩阵M=

$$\begin{bmatrix} k & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, N = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \text{点A、B、C在矩阵MN对应的变换下得到点分别为} A_1、B_1、C_1, \triangle A_1$$

B_1C_1 的面积是 $\triangle ABC$ 面积的2倍，求k的值。

C. 选修4-5：不等式选讲

(本小题满分10分)

设a、b是非负实数，求证： $a^3 + b^3 \geq \sqrt{ab}(a^2 + b^2)$ 。

[必做题]第22题、第23题，每题10分，共计20分。请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

22、(本小题满分10分)

某工厂生产甲、乙两种产品，甲产品的一等品率为80%，二等品率为20%；乙产品的一等品率为90%，二等品率为10%。生产1件甲产品，若是一等品则获得利润4万元，若是二等品则亏损1万元；生产1件乙产品，若是一等品则获得利润6万元，若是二等品则亏损2万元。设生产各种产品相互独立。

- (1) 记X(单位：万元)为生产1件甲产品和1件乙产品可获得的总利润，求X的分布列；
- (2) 求生产4件甲产品所获得的利润不少于10万元的概率。

23、（本小题满分10分）

已知 $\triangle ABC$ 的三边长都是有理数。

（1）求证 $\cos A$ 是有理数；（2）求证：对任意正整数 n ， $\cos nA$ 是有理数。