2023年普通高等学校招生全国统一考试（天津卷）

数学

一、选择题（在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 已知集合$U=\{1,2,3,4,5\},A=\{1,3\},B=\{1,2,4\}$，则$\complement_U B\cup A=$（　　）

A. $\{1,3,5\}$　　B. $\{1,3\}$　　C. $\{1,2,4\}$　　D. $\{1,2,4,5\}$

2. "$a^2=b^2$"是"$a^2+b^2=2ab$"的（　　）

A. 充分不必要条件　　B. 必要不充分条件

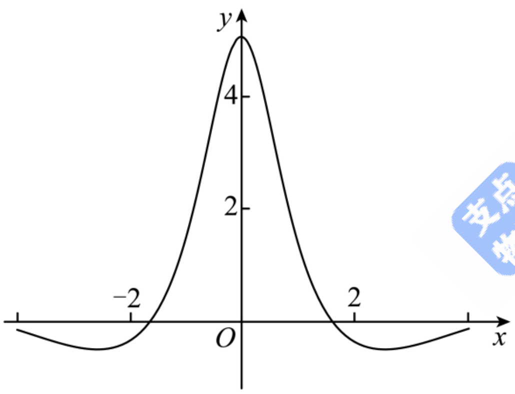
C. 充分必要条件　　D. 既不充分又不必要条件

3. 若$a=1.01^{0.5},b=1.01^{0.6},c=0.6^{0.5}$，则$a,b,c$的大小关系为（　　）

A. $c>a>b$　　B. $c>b>a$

C. $a>b>c$　　D. $b>a>c$

4. 函数$f(x)$的图象如下图所示，则$f(x)$的解析式可能为（　　）



A. $\dfrac{5\left(e^x-e^{-x}\right)}{x^2+2}$　　B. $\dfrac{5\sin x}{x^2+1}$

C. $\dfrac{5\left(e^x+e^{-x}\right)}{x^2+2}$　　D. $\dfrac{5\cos x}{x^2+1}$

5. 已知函数$f(x)$的一条对称轴为直线$x=2$，一个周期为4，则$f(x)$的解析式可能为（　　）

A. $\sin\left(\dfrac{\pi}{2}x\right)$　　B. $\cos\left(\dfrac{\pi}{2}x\right)$

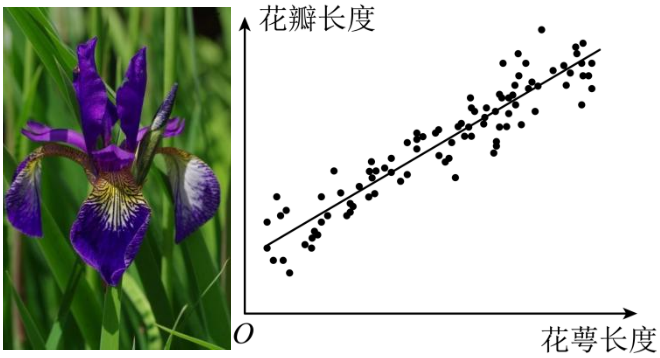
C. $\sin\left(\dfrac{\pi}{4}x\right)$　　D. $\cos\left(\dfrac{\pi}{4}x\right)$

曹亚辉高中物理 www.zhidianwuli.com 支点物理

6. 已知$\{a_n\}$为等比数列，S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和，$a_{n+1}=2S_n+2$，则a_4的值为（　　）

A. 3　　　　B. 18　　　　C. 54　　　　D. 152

7. 调查某种群花萼长度和花瓣长度，所得数据如图所示，其中相关系数$r=0.8245$，下列说法正确的是(　　)



A. 花瓣长度和花萼长度没有相关性

B. 花瓣长度和花萼长度呈现负相关

C. 花瓣长度和花萼长度呈现正相关

D. 若从样本中抽取一部分，则这部分的相关系数一定是0.8245

8. 在三棱锥$P-ABC$中，线段PC上的点M满足$PM=\frac{1}{3}PC$，线段PB上的点N满足$PN=\frac{2}{3}PB$，则三棱锥$P-AMN$和三棱锥$P-ABC$的体积之比为（　　）

A. $\frac{1}{9}$　　　　B. $\frac{2}{9}$　　　　C. $\frac{1}{3}$　　　　D. $\frac{4}{9}$

9. 双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}(a>0,b>0)$的左、右焦点分别为$F_1$、$F_2$．过$F_2$作其中一条渐近线的垂线，垂足为$P$．已知$PF_2=2$，直线$PF_1$的斜率为$\frac{\sqrt{2}}{4}$，则双曲线的方程为（　　）

A. $\frac{x^2}{8}-\frac{y^2}{4}=1$　　　　B. $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{8}=1$

C. $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{2}=1$　　　　D. $\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{4}=1$

曹亚辉高中物理
www.zhidianwuli.com
支点物理

二、填空题：本大题共6小题，每小题5分，共30分．试题中包含两个空的，答对1个的给3分，全部答对的给5分．

10. 已知i是虚数单位，化简$\frac{5+14\mathrm{i}}{2+3\mathrm{i}}$的结果为________.

11. 在$\left(2x^3-\dfrac{1}{x}\right)^6$的展开式中，$x^2$项的系数为________.

12. 过原点的一条直线与圆$C:(x+2)^2+y^2=3$相切，交曲线$y^2=2px(p>0)$于点P，若$|OP|=8$，则p的值为________.

13. 甲乙丙三个盒子中装有一定数量的黑球和白球，其总数之比为$5:4:6$．这三个盒子中黑球占总数的比例分别为$40\%,25\%,50\%$．现从三个盒子中各取一个球，取到的三个球都是黑球的概率为________；将三个盒子混合后任取一个球，是白球的概率为________.

14. 在$\triangle ABC$中，$\angle A=60^\circ$，$BC=1$，点D为AB的中点，点E为CD的中点，若设$\overrightarrow{AB}=\vec{a},\overrightarrow{AC}=\vec{b}$，则$\overrightarrow{AE}$可用$\vec{a},\vec{b}$表示为________；若$\overrightarrow{BF}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{BC}$，则$\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AF}$的最大值为________.

15. 若函数$f\left(x\right)=ax^2-2x-\left|x^2-ax+1\right|$有且仅有两个零点，则$a$的取值范围为________.

三、解答题：本大题共 5 小题，共 75 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

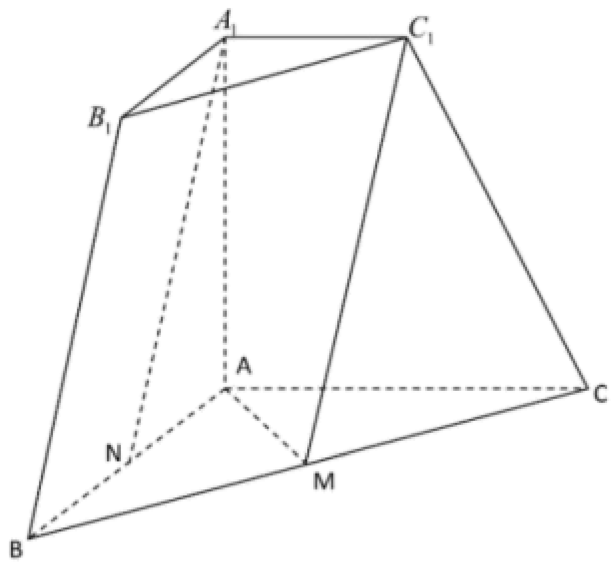
16. 在$\triangle ABC$中，角A,B,C所对的边分别是a,b,c．已知$a=\sqrt{39},b=2,\angle A=120^\circ$.

（1）求$\sin B$的值；

（2）求c的值；

（3）求$\sin\left(B-C\right)$.

17. 三棱台$ABC-A_1B_1C_1$中，若$A_1A\perp$面$ABC,AB\perp AC,AB=AC=AA_1=2,A_1C_1=1$，$M,N$分别是$BC,BA$中点.



（1）求证：A_1N //平面C_1MA；

（2）求平面 C_1MA 与平面 ACC_1A_1 所成夹角的余弦值；

（3）求点 C 到平面 C_1MA 的距离.

18. 设椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左右顶点分别为 A_1,A_2，右焦点为 F，已知 $\left|A_1F\right|=3,\left|A_2F\right|=1$.

（1）求椭圆方程及其离心率；

（2）已知点 P 是椭圆上一动点（不与端点重合），直线 A_2P 交 y 轴于点 Q，若三角形 A_1PQ 的面积是三角形 A_2FP 面积的二倍，求直线 A_2P 的方程.

19. 已知 $\left\{a_n\right\}$ 是等差数列，$a_2+a_5=16,a_5-a_3=4$.

（1）求 $\left\{a_n\right\}$ 的通项公式和 $\sum\limits_{i=2^{n-1}}^{2^n-1}a_i$.

（2）已知 $\left\{b_n\right\}$ 为等比数列，对于任意 $k\in\mathrm{N}^*$，若 $2^{k-1}\le n\le 2^k-1$，则 $b_k<a_n<b_{k+1}$，

（I）当 $k\ge 2$ 时，求证：$2^k-1<b_k<2^k+1$；

（II）求 $\left\{b_n\right\}$ 的通项公式及其前 n 项和.

20. 已知函数 $f\left(x\right)=\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{2}\right)\ln\left(x+1\right)$.

（1）求曲线 $y=f\left(x\right)$ 在 $x=2$ 处切线的斜率；

（2）当 $x>0$ 时，证明：$f\left(x\right)>1$；

（3）证明：$\dfrac{5}{6}<\ln\left(n!\right)-\left(n+\dfrac{1}{2}\right)\ln\left(n\right)+n\le 1$.