2010年陕西省高考理科数学试题参考答案

1. 集合A=$\{x|-1\le x\le 2\}$，B=$\{x|x<1\}$，则 $A\cap(C_R B)$ =【D】

（A） $\{x|x>1\}$ （B）$\{x|x\ge 1\}$ （C）$\{x|1<x\le 2\}$ （D）$\{x|1\le x\le 2\}$

解析：本题考查集合的基本运算

$C_R B=\{X|x\ge 1\}, A\cap C_R B=\{x|1\le x\le 2\}$

2. 复数 $z=\dfrac{i}{1+i}$ 在复平面上对应的点位于 【A】

A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

解析：本题考查复数的运算及几何意义

$\dfrac{i}{1+i}=\dfrac{i(1-i)}{2}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}i$，所以点（$\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}$)位于第一象限

3. 对于函数f(x)=2sinxcosx，下列选项中正确的是 【B】

A. f(x)在（$\dfrac{\pi}{4}$，$\dfrac{\pi}{2}$）上是递增的 B. f(x)的图象关于原点对称

C. f(x)的最小正周期为2π D. f(x)的最大值为2

解析：本题考查三角函数的性质*f*（*x*)=2sin*x*cos*x=sin2x*，*周期为*π的奇函数

4. $\left(x+\dfrac{a}{x}\right)^5(x\in R)$ 展开式中 x^3 的系数为10，则实数a等于【D】

A. -1 B. $\dfrac{1}{2}$ C. 1 D. 2

解析：本题考查二项展开式的通项公式

$$T_{r+1}=C_5^r x^{5-r}\left(\frac{a}{x}\right)^r=a^r C_5^r x^{5-2r},由5-2r=3得r=1,有aC_5^1=10,\therefore a=2$$

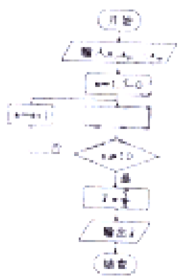
5. 已知函数f(x)=$\begin{cases}2^x+1, & x<1\\ x^2+ax, & x\ge 1\end{cases}$ 若f（f（0））=4a，则实数a等于【C】

A. $\dfrac{1}{2}$ B. $\dfrac{4}{5}$ C. 2 D. 9

解析：*f*（0）=2，*f*（*f*（0））=f(2)=4+2a=4a，所以a=2

6. 右图是求样本 x_1，x_2，…，x_{10} 平均数 $\overline{x}$ 的程序框图，图中空白框中应填入的内容为【A】

A. S=S+x_n B. S=S+$\dfrac{x_n}{n}$



C. S=S+n　　D. S=S+ $\dfrac{1}{n}$

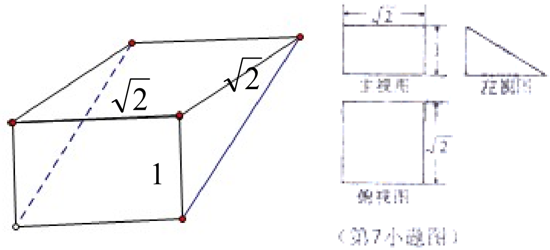
7. 若某空间几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积是【C】

A. $\dfrac{1}{3}$　　B. $\dfrac{2}{3}$　　C. 1　　D. 2

解析：本题考查立体图形三视图及体积公式

如图，该立体图形为直三棱柱

所以其体积为 $\dfrac{1}{2}\times 1\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}=1$



（第7小题图）

8. 已知抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的准线与圆 $x^2+y^2-6x-7=0$ 相切，则p的值为【C】

A. $\dfrac{1}{2}$　　B. 1　　C. 2　　D. 4

解析：本题考查抛物线的相关几何性质及直线与圆的位置关系

法一：抛物线$y^2=2px$（$p>0$）的准线方程为 $x=-\dfrac{p}{2}$，因为抛物线$y^2=2px$（$p>0$）的准线与圆（$x-3$）^{2}＋y^2＝16相切，所以 $3+\dfrac{p}{2}=4, p=2$

法二：作图可知，抛物线$y^2=2px$（$p>0$）的准线与圆（$x-3$）^{2}＋y^2＝16相切与点（-1,0）

所以 $-\dfrac{p}{2}=-1, p=2$

9. 对于数列$\{a_n\}$，“$a_{n+1}>|a_n|(n=1，2,\ldots)$”是“$\{a_n\}$为递增数列”的【B】

A. 必要不充分条件　　B. 充分不必要条件

C. 充要条件　　D. 既不充分也不必要条件

解析：由 $a_{n+1}>|a_n|(n=1，2,\ldots)$ 知$\{a_n\}$所有项均为正项，

且 $a_1<a_2<\cdots<a_n<a_{n+1}<\cdots$，即$\{a_n\}$为递增数列

反之，$\{a_n\}$为递增数列，不一定有 $a_{n+1}>|a_n|(n=1，2,\ldots)$，如-2，-1,0,1,2，….

10. 某学校要召开学生代表大会，规定各班每10人推选一名代表，当各班人数除以10的余数大于6时再增选一名代表，那么，各班可推选代表人数y与该班人数x之间的函数关系用取整函数y=[x]（ [x]表示不大于x的最大整数)可以表示为 【B】

A. $y=\left[\dfrac{x}{10}\right]$　　B. $y=\left[\dfrac{x+3}{10}\right]$　　C. $y=\left[\dfrac{x+4}{10}\right]$　　D. $y=\left[\dfrac{x+5}{10}\right]$

解析：法一：特殊取值法，若x=56，y=5,排除C、D，若x=57，y=6，排除A，所以选B

法二：设 $x=10m+\alpha(0\le\alpha\le 9)$，$0\le\alpha\le 6$时，$\left[\dfrac{x+3}{10}\right]=\left[m+\dfrac{\alpha+3}{10}\right]=m=\left[\dfrac{x}{10}\right]$，

当$6<\alpha\le 9$时，$\left[\dfrac{x+3}{10}\right]=\left[m+\dfrac{\alpha+3}{10}\right]=m+1=\left[\dfrac{x}{10}\right]+1$，所以选B

二、填空题：把答案填在答题卡相应题号后的横线上（本大题共5小题，每小题5分，共25分）.

11.已知向量a=（2，-1），b=（-1，m），c=（-1,2），若（a+b）∥c，则m=-1

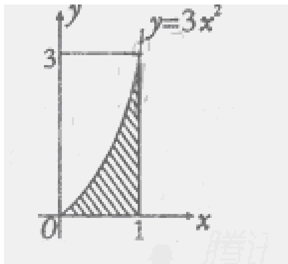
解析：$a+b=(1,m-1)$,由$(a+b)//c$得$1\times 2-(m-1)\times(-1)=0$，所以m=-1

12.观察下列等式：$1^3+2^3=3^2$，$1^3+2^3+3^3=6^2$，$1^3+2^3+3^3+4^3=10^2$，…，根据上述规律，第五个等式为$1^3+2^3+3^3+4^3+5^3+6^3=21^2$。

解析：第i个等式左边为1到i+1的立方和，右边为1+2+...+（i+1）的平方

所以第五个等式为$1^3+2^3+3^3+4^3+5^3+6^3=21^2$。

13.从如图所示的长方形区域内任取一个点M(x，y)，则点M取自阴影 部分部分的概率为$\frac{1}{3}$



解析：长方形区域的面积为3，阴影部分部分的面积为$\int_0^1 3x^2dx=1$，所以点M取自阴影部分部分的概率为$\frac{1}{3}$

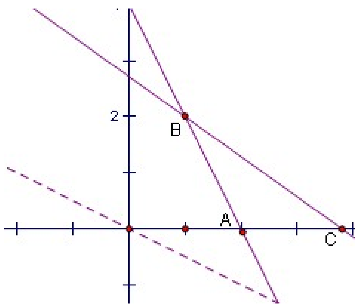
14.铁矿石A和B的含铁率a，冶炼每万吨铁矿石的的CO_2排放量b及每万吨铁矿石的价格c如下表：

	a	B(万吨)	C（百万元）
A	50%	1	3
B	70%	0.5	6

某冶炼厂至少要生产1.9（万吨）铁，若要求CO_2的排放量不超过2（万吨）则购买铁矿石的最少费用为15（万元）

解析：设购买铁矿石A和B各x，y万吨，则购买铁矿石的费用$z=3x+6y$

x,y满足约束条件 $\begin{cases}0.5x+0.7y\ge 1.9\\ x+0.5y\le 2\\ x\ge 0,y\ge 0\end{cases}$ 表示平面区域为



则当直线$z=3x+6y$过点B（1,2）时，购买铁矿石的最少费用

z=15

15.（考生注意：请在下列三题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题评分）

A.（不等式选做题）不等式$|x+3|-|x-2|\ge 3$的解集为$\{x|x\ge 1\}$

解析：法一：分段讨论

$x<-3$时，原不等式等价于$-5\ge 3,\therefore x\in\phi$

$-3\le x<2$时，原不等式等价于$2x+1\ge 3$，$x\ge 1\therefore 1\le x<2$

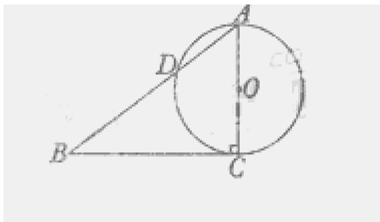
$x \geq 2$时，原不等式等价于$5 \geq 3, \therefore x \geq 2$

综上，原不等式解集为$\left\{x \mid x \geq 1\right\}$

法二：利用绝对值的几何意义放在数轴上研究

法三：借助函数$y=|x+3|-|x-2|$的图像研究

B.



(几何证明选做题)如图，已知Rt△ABC的两条直角边AC,BC的长分别为3cm,4cm，以AC为直径的圆与AB交于点D，则$\dfrac{BD}{DA}=$ $\underline{\dfrac{16}{9}}$

解析：$\because CD \perp AB$，由直角三角形射影定理可得

$BC^2=BD \cdot BA$, 又$BC=4, BA=5$, 所以$BD=\dfrac{16}{5}$

$AD=\dfrac{9}{5}$ $\qquad \dfrac{BD}{DA}=\dfrac{16}{9}$

C.(坐标系与参数方程选做题)已知圆C的参数方程为$\begin{cases} x=\cos\ \alpha \\ y=1+\sin\alpha \end{cases}$（a为参数）以原点为极点，x轴正半轴为极轴建立极坐标系，直线l的极坐标方程为$\rho\sin\theta=1$，则直线l与圆C的交点的直角坐标系为__(-1,1).(1,1)_____

解析：直线l的极坐标方程为$\rho\sin\theta=1$化为普通方程为y=1，

所以直线l与圆$x^2+(y-1)^2=1$的交点坐标为(-1,1).(1,1)

三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤（本大题共6小题，共75分）

（1） 16.解：

（1）由题设知公差d≠0

由$a_1=1$且a_1,a_3,a_9成等比数列得$\dfrac{1+2\mathrm{d}}{1}=\dfrac{1+8\mathrm{d}}{1+2\mathrm{d}}$

解得d=1,d=0（舍去）故$\left\{a_n\right\}$的通项$a_n=1+(n-1)\times1=n$

（2）由（1）知$2^{a_n}=2^n$，由等比数列前n项和公式得

$$S_n=2+2^2+2^3+\ldots+2^n=\frac{2(1-2^n)}{1-2}=2^{n+1}-2$$

17. 解：由题意知$AB=5(3+\sqrt{3})$海里，

$\angle DBA=90^\circ-60^\circ=30^\circ, \angle DAB=45^\circ,$

$\therefore \angle ADB=105^\circ$

在ΔDAB中，由正弦定理得$\dfrac{DB}{\sin\angle DAB}=\dfrac{AB}{\sin\angle ADB}$

$\therefore DB=\dfrac{AB\bullet\sin\angle DAB}{\sin\angle ADB}=\dfrac{5(3+\sqrt{3})\bullet\sin 45^\circ}{\sin 105^\circ}=\dfrac{5(3+\sqrt{3})\bullet\sin 45^\circ}{\sin 45^\circ\bullet\cos 60^\circ+\sin 60^\circ\bullet\cos 45^\circ}$

$=\dfrac{5\sqrt{3}(1+\sqrt{3})}{\dfrac{(1+\sqrt{3})}{2}}=10\sqrt{3}$（海里），

又$\angle DBC=\angle DBA+\angle ABC=30^\circ+(90^\circ-60^\circ)=60^\circ, BC=20\sqrt{3}$海里，

在ΔDBC中，由余弦定理得

$CD^2=BD^2+BC^2-2BD\bullet BC\bullet\cos\angle DBC$

$=300+1200-2\times 10\sqrt{3}\times 20\sqrt{3}\times\dfrac{1}{2}=900$

$\therefore CD=30$（海里），则需要的时间$t=\dfrac{30}{30}=1$（小时）。答：救援船到达D点需要1小时。

注：如果认定ΔDBC为直角三角形，根据勾股定理正确求得CD，同样给分。

18. 解法一：

（I）如图，以A为坐标原点，AB,AD,AP所在直线分别为x,y,z轴建立空间直角坐标系。

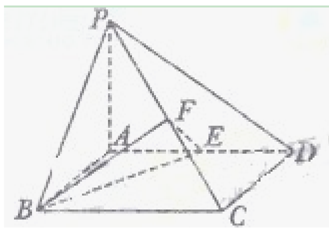
$\because AP=AB=2, BC=AD=2\sqrt{2}$，四边形ABCD是矩形

$\therefore$ A,B,C,D,P的坐标为$A(0,0,0),B(2,0,0),C(2,2\sqrt{2},0),D(0,2\sqrt{2},0),P(0,0,2)$

又E,F分别是AD,PC的中点，

$\therefore E(0,\sqrt{2},0),F(1,\sqrt{2},1)$

$\therefore \overrightarrow{PC}=(2,2\sqrt{2},-2),\overrightarrow{BF}=(-1,\sqrt{2},1),\overrightarrow{EF}=(1,0,1)$，



$\therefore \overrightarrow{PC}\bullet\overrightarrow{BF}=-2+4-2=0,\overrightarrow{PC}\bullet\overrightarrow{EF}=2+0-2=0,$

$\therefore \overrightarrow{PC}\perp\overrightarrow{BF},\overrightarrow{PC}\perp\overrightarrow{EF},$

$\therefore \overrightarrow{PC}\perp\overrightarrow{BF},\overrightarrow{PC}\perp\overrightarrow{EF},BF\cap EF=F,$

$\therefore PC\perp$平面BEF

（II）

由（I）知平面BEF的法向量$n_1=\overrightarrow{PC}=(2,2\sqrt{2},-2)$，

平面BAP的法向量$n_2=\overrightarrow{AD}=(0,2\sqrt{2},0)$，

$\therefore n_1\bullet n_2=8$

设平面BEF与平面BAP的家教为θ，

则$\cos\theta=|\cos(n_1,n_2)|=\dfrac{|n_1\bullet n_2|}{|n_1||n_2|}=\dfrac{8}{4\times 2\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，

∴ $\theta=45^\circ$，∴ 平面BEF与平面BAP的夹角为45°

解法二：

（I）连接PE,EC，在$Rt\triangle PAE$和$Rt\triangle CDE$中，

PA=AB=CD,AE=DE,

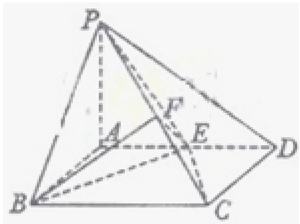
∴ PE=CE,即$\triangle PEC$是等腰三角形，

又F是PC的中点，∴EF⊥PC，

又$BF=\sqrt{AP^2+AB^2}=2\sqrt{2}=BC,F$是PC的中点，

$\therefore BF\perp PC$

又$BF\cap EF=F,\therefore PC\perp$平面$BEF$



（II）∵ PA⊥平面ABCD，∴ PA⊥BC,

又ABCD是矩形，∴ AB⊥BC,

∴ BC⊥平面BAP，BC⊥PB,

又由（I）知PC⊥平面BEF,

∴ 直线PC与BC的夹角即为平面BEF与平面BAP的夹角，

在$\triangle PBC$中，PB=BC，$\angle PBC=90^\circ$，$\angle PCB=45^\circ$

所以平面BEF与平面BAP的夹角为45°

19. 解：

（I）样本中男生人数为40，由分层抽样比例为10%估计全校男生人数为400人。

（II）由统计图知，样本中身高在170~185cm之间的学生有14+13+4+3+1=35人，样本容量为70，所以样本中学生身高在170~180cm之间的概率p=0.5

（III）样本中女生身高在165~180cm之间的人数为10，身高在170~180cm之间的人数为4，

设A表示事件“从样本中身高在165~180cm之间的女生中任取2人，至少有1人身高在170~180cm之间”，

则$P(A)=1-\dfrac{C_6^2}{C_{10}^2}=\dfrac{2}{3}$（或$P(A)=\dfrac{C_6^1+C_4^1+C_4^2}{C_{10}^2}=\dfrac{2}{3}$）

20. （本小题满分13分）

解：（I）

由$|A_1B_1|=\sqrt{7}$知$a^2+b^2=7$，　　①

由$S_{\square A_1B_1A_2B_2}=2S_{\square B_1F_1B_2F_2}$知a=2c，　　②

又　$b^2=a^2-c^2$，　　③

由①②③解得$a^2=4,b^2=3$，

故椭圆C的方程为$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$

（II）

设A，B两点的坐标分别为$(x_1,y_1),(x_2,y_2)$，假设使$\overrightarrow{AP}\bullet\overrightarrow{PB}=1$成立的直线$l$存在，

（i）当l不垂直于x轴时，设l的方程为$y=kx+m$，

由l与n垂直相交于P点且$|\overrightarrow{OP}|=1$得

$\frac{|m|}{\sqrt{1+k^2}}=1$，即$m^2=k^2+1\because\overrightarrow{AP}\bullet\overrightarrow{PB}=1$，$|\overrightarrow{OP}|=1$，$\therefore\overrightarrow{OA}\bullet\overrightarrow{OB}=(\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{PA})\bullet(\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{PB})$

$=\overrightarrow{OP}^2+\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}=$ 1+0+0−1=0,

即$x_1x_2+y_1y_2=0$，将$y=kx+m$代入椭圆方程，得

$(3+4k^2)x^2+8kmx+(4m^2-12)=0$

由求根公式可得$x_1+x_2=\frac{-8km}{3+4k^2}$，　　④

$x_1x_2=\frac{4m^2-12}{3+4k^2}$　　⑤

$0=x_1x_2+y_1y_2=x_1x_2+(kx_1+m)(kx_2+m)$

$=x_1x_2+k^2x_1x_2+km(x_1+x_2)+m^2$

$=(1+k^2)x_1x_2+km(x_1+x_2)+m^2$

将④，⑤代入上式并化简得

$(1+k^2)(4m^2-12)-8k^2m^2+m^2(3+4k^2)=0$　　⑥

将$m^2=1+k^2$代入⑥并化简得$-5(k^2+1)=0$，矛盾

即此时直线l不存在

（ii）当l垂直于x轴时，满足$|\overrightarrow{OP}|=1$的直线l的方程为x=1或x=−1，

当X=1时，A, B, P的坐标分别为$(1,\frac{3}{2}),(1,-\frac{3}{2}),(1,0)$，

$\therefore\overrightarrow{AP}=(0,-\frac{3}{2}),\overrightarrow{PB}=(0,-\frac{3}{2})$，

$\therefore\overrightarrow{AP}\bullet\overrightarrow{PB}=\frac{9}{4}\neq1$

当x=−1时，同理可得$\overrightarrow{AP}\bullet\overrightarrow{PB}\neq1$，矛盾

即此时直线l也不存在

综上可知，使$\overrightarrow{AP}\bullet\overrightarrow{PB}=1$成立的直线$l$不存在

21. （本小题满分14分）

解：（I）$f'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}},g'(x)=\dfrac{a}{x}(x>0)$，

由已知得$\begin{cases}\sqrt{x}=a\ln x,\\ \dfrac{1}{2\sqrt{x}}=\dfrac{a}{x},\end{cases}$ 解得$a=\dfrac{e}{2},x=e^2$，

$\therefore$ 两条直线交点的坐标为(e^2,e)，切线的斜率为$k=f'(e^2)=\dfrac{1}{2e}$，

$\therefore$ 切线的方程为$y-e=\dfrac{1}{2e}(x-e^2)$

（II）由条件知$h(x)=\sqrt{x}-a\ln x(x>0),$

$\therefore$ $h'(x)=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}-\dfrac{a}{x}=\dfrac{\sqrt{x}-2a}{2x}$

（i）当a>0时，令$h'(x)=0$，解得$x=4a^2$，

$\therefore$ 当$0<x<4a^2$时，$h'(x)<0,h(x)$在$(0,4a^2)$上递减；

当$x>4a^2$时，$h'(x)>0,h(x)$在$(4a^2,+\infty)$上递增

$\therefore x=4a^2$是$h(x)$在$(0,+\infty)$上的唯一极值点，从而也是$h(x)$的最小值点

$\therefore$最小值$\varphi(a)=h(4a^2)=2a-a\ln 4a^2=2a(1-\ln 2a)$

（ii）当$a\le 0$时，$h'(x)=\dfrac{\sqrt{a}-2a}{2x}>0,h(x)$在$(0,+\infty)$上递增，无最小值，

故$h(x)$的最小值$\varphi(a)$的解析式为$\varphi(a)=2a(1-\ln 2a)(a>0)$

（III）由（II）知$\varphi'(a)=-2\ln 2a$

对任意的$a>0,b>0$

$$\frac{\varphi'(a)+\varphi'(b)}{2}=-\frac{2\ln 2a+2\ln 2b}{2}=-\ln 4ab \quad ①$$

$$\varphi'(\frac{a+b}{2})=-2\ln(2\bullet\frac{a+b}{2})=-\ln(a+b)^2\le-\ln 4ab \quad ②$$

$$\varphi'(\frac{2ab}{a+b})=-2\ln(2\bullet\frac{2ab}{a+b})\geq=-2\ln\frac{4ab}{2\sqrt{ab}}=-\ln 4ab \qquad ③$$

故由①②③得 $\varphi'(\frac{a+b}{2})\leq\frac{\varphi'(a)+\varphi'(b)}{2}\leq\varphi'(\frac{2ab}{a+b})$