2002年黑龙江高考文科数学真题及答案

本试卷分第I卷(选择题)和第II卷(非选择题)两部分．第I卷1至2页．第II卷3至9页．共150分．考试时间120分钟．

第I卷(选择题共60分)

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

（1）直线$(1+a)x+y+1=0$与圆$x^2+y^2-2x=0$相切，则a的值为

（A）$1,-1$　　（B）$2.-2$　　（C）1　　（D）-1

（2）复数$(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i)^3$的值是

（A）$-i$　　（B）i　　（C）-1　　（D）1

（3）不等式$(1+x)(1-|x|)>0$的解集是

（A）$\{x|0\le x<1\}$　　（B）$\{x|x<0且x\ne -1\}$

（C）$\{x|-1<x<1\}$　　（D）$\{x|x<1且x\ne -1\}$

（4）函数$y=a^x$在$[0,1]$上的最大值与最小值这和为3，则$a=$

（A）$\frac{1}{2}$　　（B）2　　（C）4　　（D）$\frac{1}{4}$

（5）在$(0,2\pi)$内，使$\sin x>\cos x$成立的x的取值范围是

（A）$(\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2})\cup(\pi,\frac{5\pi}{4})$　　（B）$(\frac{\pi}{4},\pi)$　　（C）$(\frac{\pi}{4},\frac{5\pi}{4})$　　（D）$(\frac{\pi}{4},\pi)\cup(\frac{5\pi}{4},\frac{3\pi}{2})$

（6）设集合$M=\{x|x=\frac{k}{2}+\frac{1}{4},k\in Z\}$，$N=\{x|x=\frac{k}{4}+\frac{1}{2},k\in Z\}$，则

（A）$M=N$　　（B）$M\subset N$　　（C）$M\supset N$　　（D）$M\bigcap N=\varnothing$

（7）椭圆$5x^2+ky^2=5$的一个焦点是$(0,2)$，那么$k=$

（A）-1　　（B）1　　（C）$\sqrt{5}$　　（D）$-\sqrt{5}$

（8）一个圆锥和一个半球有公共底面，如果圆锥的体积恰好与半球的体积相等，那么这个圆锥轴截面顶角的余弦值是

(A) $\frac{3}{4}$　　　(B) $\frac{4}{5}$　　　(C) $\frac{3}{5}$　　　(D) $-\frac{3}{5}$

(9) $0<x<y<a<1$，则有

(A) $\log_a(xy)<0$ (B) $0<\log_a(xy)<1$ (C) $1<\log_a(xy)<2$ (D) $\log_a(xy)>2$

(10) 函数 $y=x^2+bx+c$ ($\in[0,+\infty)$) 是单调函数的充要条件是

(A) $b\ge 0$　　(B) $b\le 0$　　(C) $b>0$　　(D) $b<0$

(11) 设 $\theta\in(0,\frac{\pi}{4})$，则二次曲线 $x^2ctg\theta-y^2tg\theta=1$ 的离心率取值范围

(A) $(0,\frac{1}{2})$　　(B) $(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{2}}{2})$　　(C) $(\frac{\sqrt{2}}{2},\sqrt{2})$　　(D) $(\sqrt{2},+\infty)$

(12) 从正方体的 6 个面中选取 3 个面，其中有 2 个面不相邻的选法共有
(A) 8 种　　(B) 12 种　　(C) 16 种　　(D) 20 种

第 II 卷(非选择题共 90 分)

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分．把答案填在题中横线．

(13) 据新华社 2002 年 3 月 12 日电，1985 年到 2000 年间。我国农村人均居住面积如图所示，其中，从______年 2000 年的五年间增长最快。

(14) 函数 $y=\frac{2x}{1+x}$ ($x\in(-1,+\infty)$) 图象与其反函数图象的交点为________

(15) $(x^2+1)(x-2)^7$ 展开式中 x^3 的系数是____________

(16) 对于顶点在原点的抛物线，给出下列条件：

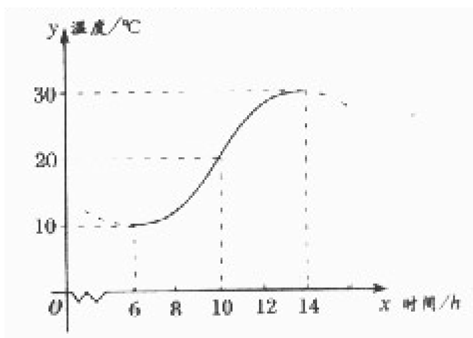
①焦点在 y 轴上；②焦点在 x 轴上；③抛物线上横坐标为 1 的点到焦点的距离等于 6；④抛物线的通径的长为 5；⑤由原点向过焦点的某条直线作垂线，垂足坐标为 $(2,1)$。

能使这抛物线方程为 $y^2=10x$ 的条件是第__________（要求填写合适条件的序号）

三、解答题：本大题共 6 小题，共 74 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

(17) 如图，某地一天从 6 时至 14 时的温度变化曲线近似满足函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)+b$

(1) 求这段时间的最大温差；
(2) 写出这段时间的函数解析式；



（18）甲、乙物体分别从相距 70 米的两处同时相向运动。甲第 1 分钟走 2 米，以后每分钟比前 1 分钟多走 1 米，乙每分钟走 5 米。

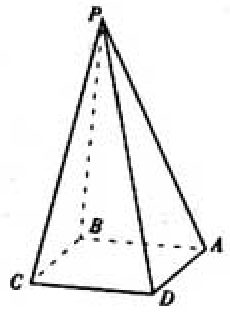
（1）甲、乙开始运动后几分钟相遇？

（2）如果甲、乙到达对方起点后立即折返，甲继续每分钟比前 1 分钟多走 1 米，乙继续每分钟走 5 米，那么开始运动几分钟后第二相遇？

（19）四棱锥 $P-ABCD$ 的底面是边长为 a 的正方形，$PB\perp$ 平面 $ABCD$。

（1）若面 PAD 与面 $ABCD$ 所成的二面角为 60°，求这个四棱锥的体积；

（2）证明无论四棱锥的高怎样变化。面 PAD 与面 PCD 所成的二面角恒大于 90°



（20）设函数 $f(x)=x^2+|x-2|+1$，$x\in R$

（1）讨论 $f(x)$ 的奇偶性；

（2）求 $f(x)$ 的最小值。

（21）已知点 P 到两定点 $M(-1,0)$、$N(1,0)$ 距离的比为 $\sqrt{2}$，点 N 到直线 PM 的距离为 1，求直线 PN 的方程。

（22）（本小题满分 12 分，附加题满分 4 分）

（I）给出两块相同的正三角形纸片（如图 1，图 2），要求用其中一块剪拼成一个三棱锥模型，另一块剪拼成一个正三棱柱模型，使它们的全面积都与原三角形的面积相等，请设计一种剪拼方法，分别用虚线标示在图 1、图 2 中，并作简要说明；

（II）试比较你剪拼的正三棱锥与正三棱柱的体积的大小；

（III）（本小题为附加题，如果解答正确，加 4 分，但全卷总分不超过 150 分）

如果给出的是一块任意三角形的纸片（如图 3），要求剪栟成一个直三棱柱，使它的全面积与给出的三角形的面积相等。请设计一种剪拼方法，用虚线标示在图 3 中，并作简要说明。

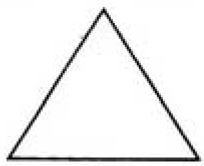


图 1

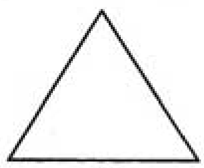


图 2

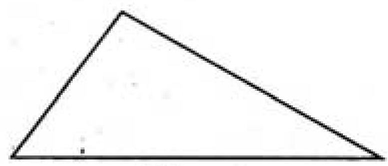


图 3

参考答案

一、选择题

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	D	C	D	B	C	B	B	C	D	A	D	B

二、填空题

（13）1995　2000　（14）$(0,0),(1,1)$　　（15）1008　　（16）②⑤

三、解答题

（17）解：（1）由图示，这段时间的最大温差是$30-10=20$℃

（2）图中从 6 时到 14 时的图象是函数$y=A\sin(\omega x+\varphi)+b$的半个周期

$\therefore \frac{1}{2}\cdot\frac{2\pi}{\omega}=14-6$，解得$\omega=\frac{\pi}{8}$

由图示，$A=\frac{1}{2}(30-10)=10$　　$b=\frac{1}{2}(10+30)=20$

这时，$y=10\sin(\frac{\pi}{8}x+\varphi)+20$

将$x=6,y=10$代入上式，可取$\varphi=\frac{3\pi}{4}$

综上，所求的解析式为$y=10\sin(\frac{\pi}{8}x+\frac{3\pi}{4})+20$（$x\in[6,14]$）

（18）解：（1）设n分钟后第 1 次相遇，依题意，有

$2n+\frac{n(n-1)}{2}+5n=70$，整理得$n^2+13n-140=0$，解得$n=7$，$n=-20$（舍）

第 1 次相遇是在开始后 7 分钟.

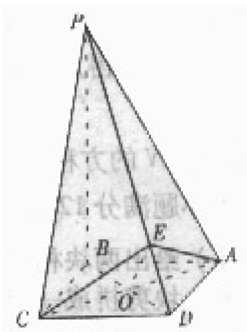
（2）设n分钟后第 2 次相遇，依题意，有

$2n+\frac{n(n-1)}{2}+5n=3\times70$，整理得$n^2+13n-420=0$，解得$n=15$，$n=-28$（舍）

第 2 次相遇是在开始后 15 分钟.

（19）解（1）$\because PB\perp$平面$ABCD$，$\therefore BA$是PA在面$ABCD$上的射影，$\therefore PA\perp DA$

$\therefore$ $\angle PAB$是面PAD与面$ABCD$所成二面角的平面角，$\angle PAB=60°$



而PB是四棱锥$P-ABCD$的高，$PA=AB\cdot tg60°=\sqrt{3}a$

$\therefore V_{P-ABCD}=\frac{1}{3}\cdot\sqrt{3}a\cdot a^2=\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$

（2）证：不论棱锥的高怎样变化，棱锥侧面PAD与PCD恒为全等三角形.

作$AE\perp DP$，垂足为E，连结EC，则$\Delta ADE\cong\Delta CDE$.

$\therefore AE=EC$，$\angle CED=90°$，故$\angle CFA$是面PAD与面PCD所成的二面角的平面角.

设AC与DB相交于点O，连结EO，则$EO\perp AC$. $\frac{\sqrt{2}}{2}a=OA<AE<AD=a$

在△AEC中，$\cos\angle AEC=\dfrac{AE^2+EC^2-(2\cdot OA)^2}{2AE\cdot EC}=\dfrac{(AE+\sqrt{2}OA)(AE-\sqrt{2}OA)}{AE^2}<0$

所以，面PAD与面PCD所成的二面角恒大于$90°$

（20）解：（I）$f(2)=3$，$f(-2)=7$，由于$f(-2)\neq f(2)$，$f(-2)\neq -f(2)$

故$f(x)$既不是奇函数，也不是偶函数．

（2）$f(x)=\begin{cases}x^2+x-3 & x\geq 2\\ x^2-x+1 & x<2\end{cases}$

由于$f(x)$在$[2,+\infty)$上的最小值为$f(2)=3$，在$(-\infty,2)$内的最小值为$f(\frac{1}{2})=\frac{3}{4}$

故函数$f(x)$在$(-\infty,\infty)$内的最小值为$\frac{3}{4}$

（21）解：设P的坐标为(x,y)，由题意有$\dfrac{|PM|}{|PN|}=\sqrt{2}$，即

$\sqrt{(x+1)^2+y^2}=\sqrt{2}\cdot\sqrt{(x-1)^2+y^2}$，整理得$x^2+y^2-6x+1=0$

因为点N到PM的距离为1，$|MN|=2$

所以$PMN=30°$，直线PM的斜率为$\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

直线PM的方程为$y=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}(x+1)$

将$y=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}(x+1)$代入$x^2+y^2-6x+1=0$整理得$x^2-4x+1=0$

解得$x=2+\sqrt{3}$，$x=2-\sqrt{3}$

则点P坐标为$(2+\sqrt{3},1+\sqrt{3})$或$(2-\sqrt{3},-1+\sqrt{3})$

$(2+\sqrt{3},-1-\sqrt{3})$或$(2-\sqrt{3},-1-\sqrt{3})$

直线PN的方程为$y=x-1$或$y=-x+1$．

（22）解（I）如图1，沿正三角形三边中点连线折起，可拼得一个正三棱锥．
如图2，正三角形三个角上剪出三个相同的四边形，其较长的一组邻边边长为三角形边长的$\dfrac{1}{4}$，有一组对角为直角，余下部分按虚线折起，可成一个缺上底的正三棱柱，而剪出的三个相同的四边形恰好拼成这个正三棱锥的上底．

（II）依上面剪拼方法，有$V_{柱} > V_{锥}$．

推理如下：

设给出正三角形纸片的边长为2，那么，正三棱锥与正三棱柱的底面都是边长为1的正三角形，其面积为$\dfrac{\sqrt{3}}{4}$．现在计算它们的高：

$$h_{锥} = \sqrt{1-(\frac{2}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2})^2} = \frac{\sqrt{6}}{3}，\quad h_{柱} = \frac{1}{2}tg30° = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

$$V_{柱} - V_{锥} = (h_{柱} - \frac{1}{3}h_{锥})\cdot\frac{\sqrt{3}}{4} = (\frac{\sqrt{3}}{6} - \frac{\sqrt{6}}{9})\cdot\frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{3-2\sqrt{2}}{24} > 0$$

所以$V_{柱} > V_{锥}$．

（III）如图3，分别连结三角形的内心与各顶点，得三条线段，再以这三条线段的中点为顶点作三角形．以新作的三角形为直棱柱的底面，过新三角形的三个顶点向原三角形三边作垂线，沿六条垂线剪下三个四边形，可心拼成直三棱柱的上底，余下部分按虚线折起，成为一个缺上底的直三棱柱，即可得到直三棱柱．

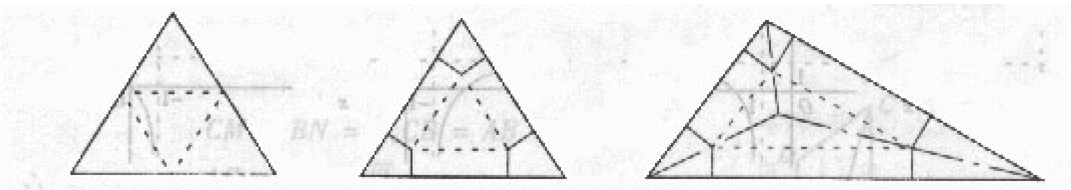


图1　　图2　　图3