2011年全国高等学校招生统一考试

四川卷（理数）

1.选择题必须使用2B铅笔将答案标号填涂在答题卡上对应题目标号的位置上

2．本部分共12小题，每小题5分，共60分．

一、选择题：本大题共12小题．每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1.有一个容量为66的样本，数据的分组及各组的频数如下：

[11.5，15.5） 2 [15.5,19.5）4 [19.5，23．5）9 [23.5,27.5）18 [27.5，31.5） 11 [31.5，35.5） 12 [35.5．39.5）7 [39.5,43.5）3 根据样本的频率分布估计，数据落在[31.5，43.5)的概率约是

(A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ （D） $\frac{2}{3}$

2．复数 $-i+\frac{1}{i}=$

(A) $-2i$ （B） $\frac{1}{2}i$ （C）0 （D） $2i$

3． l_1， l_2， l_3 是空间三条不同的直线，则下列命题正确的是

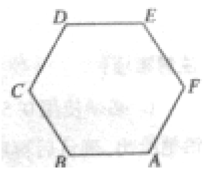
(A) $l_1 \perp l_2$， $l_2 \perp l_3 \Rightarrow l_1 \parallel l_3$

(B） $l_1 \perp l_2$， $l_2 \parallel l_3 \Rightarrow l_1 \perp l_3$

(C) $l_2 \parallel l_3 \parallel l_3 \Rightarrow$ l_1， l_2， l_3 共面

(D） l_1， l_2， l_3 共点 $\Rightarrow l_1$， l_2， l_3 共面

4 如图，正六边形ABCDEF中， $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{EF}=$



(A)0 (B) $\overrightarrow{BE}$ (C) $\overrightarrow{AD}$ (D) $\overrightarrow{CF}$

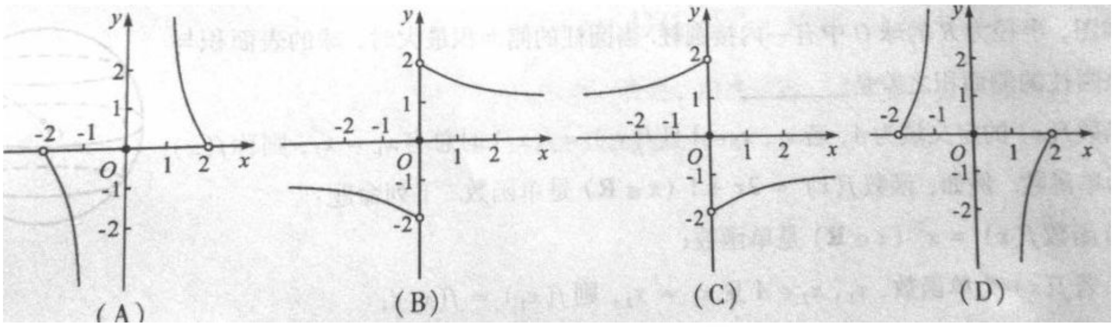
5 函数， $f(x)$ 在点 $x=x_0$ 处有定义是 $f(x)$ 在点 $x=x_0$ 处连续的

(A)充分而不必要的条件 (B)必要而不充分的条件 (C)充要条件 (D)既不充分也不必要的条件

6. 在ΔABC 中．$\sin^2 \le \sin^2 B + \sin^2 C - \sin B \sin C$．则 A 的取值范围是

(A) $(0,\ \frac{\pi}{6}]$　　(B) $[\ \frac{\pi}{6},\ \pi)$　　(c) $(0,\ \frac{\pi}{3}]$　　(D) $[\ \frac{\pi}{3},\ \pi)$

7．已知 $f(x)$ 是 R 上的奇函数，且当 $x \succ 0$ 时，$f(x) = (\frac{1}{2})^x + 1$，则 $f(x)$ 的反函数的图像大致是



8.数列 $\{a_n\}$ 的首项为 3，$\{b_n\}$ 为等差数列且 $b_n = a_{n+1} - a_n (n \in N^*)$.若则 $b_3 = -2$，$b_{10} = 12$，则 $a_8 =$

（A）0　　（B）3　　（C）8　　（D）11

9.某运输公司有 12 名驾驶员和 19 名工人，有 8 辆载重量为 10 吨的甲型卡车和 7 辆载重量为 6 吨的乙型卡车.某天需运往 A 地至少 72 吨的货物，派用的每辆车虚满载且只运送一次.拍用的每吨甲型卡车虚配 2 名工人，运送一次可得利润 450 元；派用的每辆乙型卡车虚配 1 名工人，运送一次可得利润 350 元.该公司合理计划党团派用两类卡车的车辆数，可得最大利润

（A）4650 元　　（B）4700 元　　（C）4900 元　　（D）5000 元

10.在抛物线 $y = x^2 = ax - 5(a \neq 0)$ 上取横坐标为 $x_1 = -4$，$x_2 = 2$ 的两点，过这两点引一条割线，有平行于该割线的一条直线同时与抛物线和圆 $5x^2 + 5y^2 = 36$ 相切，则抛物线顶点的坐标为

（A）$(-2,-9)$　　（B）$(0,-5)$　　（C）$(2,-9)$　　（D）$(1,-6)$

11. 已知定义在 $[0,+\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = 3f(x+2)$，当 $x \in [0,2)$ 时，$f(x) = -x^2 + 2x$.设 $f(x)$ 在 $[2n-2, 2n)$ 上的最大值为 $a_n (n \in N^*)$，且 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，则 $\lim_{n \to \infty} S_n =$

（A）3　　（B）$\frac{5}{2}$　　（C）2　　（D）$\frac{3}{2}$

12.在集合 $\{1,2,3,4,5\}$ 中任取一个偶数 a 和一个奇数 b 构成以原点为起点的向量 $\alpha = (a,b)$.

从所有得到的以原点为起点的向量中任取两个向量为邻边作平行四边形.记所有作成的平行四边形的个数为n，其中面积不超过4的平行四边形的个数为m，则$\dfrac{m}{n}=$

（A）$\dfrac{4}{15}$　　（B）$\dfrac{1}{3}$　　（C）$\dfrac{2}{5}$　　（D）$\dfrac{2}{3}$

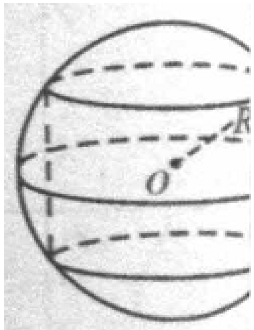
注意事项：

1. 必须使用0.5毫米黑色墨迹签字笔在答题卡上题目所指示的答题区域内作答.作图题可先用铅笔绘出，确认后再用0.5毫米黑色墨迹签字笔描清楚.答在试题卷上无效.
2. 本部分共10小题，共90分.

二、填空题：本大题共4小题，每小题4分，共16分.

13.计算$(\lg\dfrac{1}{4}-\lg 25)\div 100^{-\frac{1}{2}}=$_____.

14.双曲线$\dfrac{x^2}{64}-\dfrac{y^2}{36}=1$上一点P到双曲线右焦点的距离是4，那么点P到左准线的距离是_________.



15.如图，半径为R的球O中有一内接圆柱.当圆柱的侧面积最大是，求的表面积与改圆柱的侧面积之差是______.

16.函数f（x）的定义域为A，若x_1，$x_2\in A$且f（x_1)=f（x_2)时总有$x_1=x_2$，则称f（x）为单函数.例如，函数f（x）=2x+1（$x\in R$）是单函数.下列命题：

① 函数f（x）=x^2（$x\in R$）是单函数；

② 若f（x）为单函数，x_1，$x_2\in A$且$x_1\neq x_2$，则f（x_1）$\neq$f（x_2）；

③ 若f：$A\to B$为单函数，则对于任意$b\in B$，它至多有一个原象；

④ 函数f（x）在某区间上具有单调性，则f（x）一定是单函数.

其中的真命题是________.（写出所有真命题的编号）

三、解答题：本大题共6小题，共74分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

17．已知函数$f(x)=\sin(x+\dfrac{7\pi}{4})+\cos(x-\dfrac{3\pi}{4})$，$x\in$R.

(1)求函数的最小正周期和最小值；

(2)已知$\cos(\beta-\alpha)=\dfrac{4}{5}$，$\cos(\beta+\alpha)=-\dfrac{4}{5}$，$0<\alpha<\beta\le\dfrac{\pi}{2}$.求证：$[f(\beta)]^2-2=0$.

18．本着健康、低碳的生活理念，租自行车骑游的人越来越多．某自行车租车点的收费标准是每车每次租车时间不超过两小时免费，超过两小时的部分每小时收费2元(不足1小时的部分按1小时计算)．有甲、乙两人相互独立来该租车点租车骑游(各租一车一次)．设甲、乙不超过两小时还车的概率分别为$\dfrac{1}{4}$，$\dfrac{1}{2}$；两小时以上且不超过三小时还车的概率分别为

$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{4}$；两人租车时间都不会超过四小时.

(1)求甲、乙两人所付的租车费用相同的概率；

(2)设甲、乙两人所付的租车费用之和为随机变量 ξ，求 ξ 的分布列及数学期望 $E\xi$.

19.（本小题共 12 分）

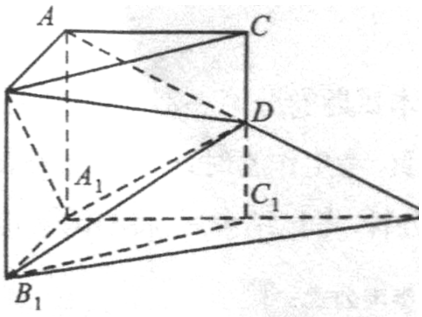
如图，在直三棱柱 $AB\text{-}A_1B_1C_1$ 中．$\angle BAC=90°$，$AB=AC=AA_1=1$．D 是棱 CC_1 上的一

P 是 AD 的延长线与 A_1C_1 的延长线的交点，且 PB_1∥平面 BDA.

(I)求证：$CD=C_1D$：

(II)求二面角 $A\text{-}A_1D\text{-}B$ 的平面角的余弦值；

(III)求点 C 到平面 B_1DP 的距离.



20.（本小题共 12 分）

设 d 为非零实数，$a_n=\frac{1}{n}[C_n^1d+2C_n^2d^2+\cdots+(n-1)C_n^{n-1}d^{n-1}+nC_n^nd^n](n\in N^*)$.

(I) 写出 a_1, a_2, a_3 并判断 $\{a_n\}$ 是否为等比数列。若是，给出证明；若不是，说明理由；

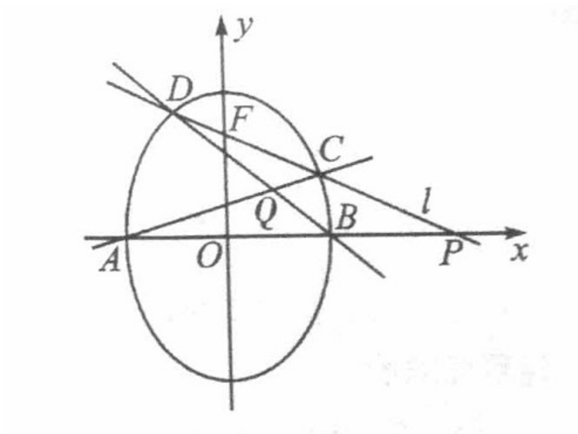
(II)设 $b_n=nda_n$ $(n\in N^*)$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n.

21.（本小题共 12 分）

椭圆有两顶点 A(-1，0)、B(1，0)，过其焦点 F(0，1)的直线 l 与椭圆交于 C、D 两点，并与 x 轴交于点 P．直线 AC 与直线 BD 交于点 Q.

(I)当 $|CD|=\frac{3}{2}\sqrt{2}$ 时，求直线 l 的方程；

(II)当点 P 异于 A、B 两点时，求证：$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}$ 为定值。



22.（本小题共 14 分）

已知函数 f(x)= $\frac{2}{3}$x+ $\frac{1}{2}$, h(x)= $\sqrt{x}$.

(I)设函数F(x)=f(x)一h(x)，求F(x)的单调区间与极值；

(Ⅱ)设a∈R，解关于x的方程 $\log_4[\frac{3}{2}f(x-1)-\frac{3}{4}]=\log_2 h(a-x)-\log_2 h(4-x)$；

(III)试比较 $f(100)h(100)-\sum_{k=1}^{100}h(k)$ 与 $\frac{1}{6}$ 的大小.

2011四川高考数学(理科)参考答案

参考答案

1．B　2．A　3．B　4． D　5．B　6．C　7． A　8．B　9．C　10．A　11． D　12．B

13．**答案**：－20

.

14．**答案**：16

15．**答案**：$2\pi R^2$

16．**答案**：②③

17．解：

(1)∵

$$f(x)=\sin(x+\frac{7\pi}{4}-2\pi)+\sin(x-\frac{3\pi}{4}+\frac{\pi}{2})=\sin(x-\frac{\pi}{4})+\sin(x-\frac{\pi}{4})=2\sin(x-\frac{\pi}{4}).$$

∴$T=2\pi$，$f(x)$的最小值为－2.

(2)由已知得 $\cos\beta\cos\alpha+\sin\beta\sin\alpha=\frac{4}{5}$，

$\cos\beta\cos\alpha-\sin\beta\sin\alpha=-\frac{4}{5}$.

两式相加得 $2\cos\beta\cos\alpha=0$.

∵ $0<\alpha<\beta\le\frac{\pi}{2}$，∴ $\beta=\frac{\pi}{2}$.

∴ $[f(\beta)]^2-2=4\sin^2\frac{\pi}{4}-2=0$.

18．**解**：(1)由题意得，甲、乙在三小时以上且不超过四小时还车的概率分别为 $\frac{1}{4}$，$\frac{1}{4}$.

记甲、乙两人所付的租车费用相同为事件A，则

$P(A)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{5}{16}$.

故甲、乙两人所付的租车费用相同的概率为 $\frac{5}{16}$.

(2)ξ可能取的值有 0,2,4,6,8.

$P(\xi=0)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$；

$P(\xi=2)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{5}{16}$；

$P(\xi=4)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{5}{16}$；

$P(\xi=6)=\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{3}{16}$；

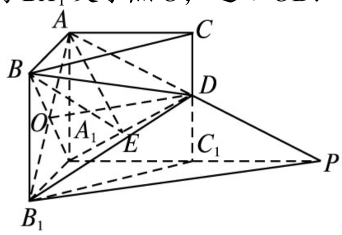
$P(\xi=8)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{16}$.

甲、乙两人所付的租车费用之和ξ的分布列为

ξ	0	2	4	6	8
p	$\frac{1}{8}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{1}{16}$

所以$E\xi=0\times\frac{1}{8}+2\times\frac{5}{16}+4\times\frac{5}{16}+6\times\frac{3}{16}+8\times\frac{1}{16}=\frac{7}{2}$.

19．**解**：法一：(1)连结AB_1与BA_1交于点O，连结OD.



$\because PB_1$∥平面BDA_1，$PB_1\subset$平面AB_1P，平面$AB_1P\cap$平面$BDA_1=OD$，

$\therefore OD\parallel PB_1$.

又$AO=B_1O$，$\therefore AD=PD$.

又$AC\parallel C_1P$，$\therefore CD=C_1D$.

(2)过A作$AE\perp DA_1$于点E，连结BE.

$\because BA\perp CA$，$BA\perp AA_1$，且$AA_1\cap AC=A$，

$\therefore BA\perp$平面AA_1C_1C.

由三垂线定理可知$BE\perp DA_1$.

$\therefore\angle BEA$为二面角$A-A_1D-B$的平面角.

在$\mathrm{Rt}\triangle A_1C_1D$中，$A_1D=\sqrt{(\frac{1}{2})^2+1^2}=\frac{\sqrt{5}}{2}$.

又$S_{\triangle AA_1D}=\frac{1}{2}\times1\times1=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{5}}{2}\cdot AE$，$\therefore AE=\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

在$\mathrm{Rt}\triangle BAE$中，$BE=\sqrt{1^2+(\frac{2\sqrt{5}}{5})^2}=\frac{3\sqrt{5}}{5}$，

$\therefore\cos\angle BEA=\frac{AE}{BE}=\frac{2}{3}$.

故二面角$A-A_1D-B$的平面角的余弦值为$\frac{2}{3}$.

(3)由题意知，点C到平面B_1DP的距离是点C到平面DB_1A的距离，设此距离为h.

$\because V_{C-DB_1A}=V_{B_1-ACD}$，

$\therefore \frac{1}{3}S_{\triangle DB_1A}\cdot h=\frac{1}{3}S_{\triangle ACD}\cdot B_1A_1$.

由已知可得 $AP=\sqrt{5}$，$PB_1=\sqrt{5}$，$AB_1=\sqrt{2}$，

$\therefore$在等腰$\triangle AB_1P$中，

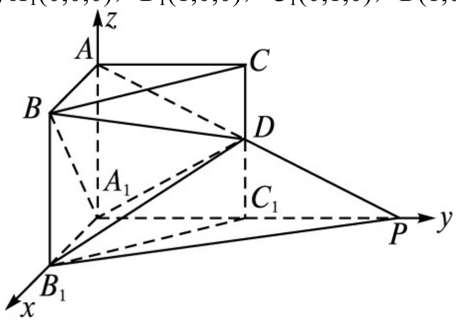
$S_{\triangle AB_1P}=\frac{1}{2}AB_1\sqrt{AP^2-(\frac{1}{2}AB_1)^2}=\frac{3}{2}$.

$\therefore S_{\triangle DB_1A}=\frac{1}{2}S_{\triangle AB_1P}=\frac{3}{4}$.

又 $S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}AC\cdot CD=\frac{1}{4}$，$\therefore h=\frac{S_{\triangle ACD}\cdot B_1A_1}{S_{\triangle DB_1A}}=\frac{1}{3}$.

故 C 到平面 B_1DP 的距离等于$\frac{1}{3}$.

法二：如图，以 A_1 为原点，A_1B_1，A_1C_1，A_1A 所在直线分别为 x 轴，y 轴，z 轴建立空间直角坐标系 $A_1-B_1C_1A$，则 $A_1(0,0,0)$，$B_1(1,0,0)$，$C_1(0,1,0)$，$B(1,0,1)$.



(1)设 $C_1D=x$，

$\because AC\parallel PC_1$，$\therefore \frac{C_1P}{AC}=\frac{C_1D}{CD}=\frac{x}{1-x}$.

由此可得 $D(0,1,x)$，$P(0,1+\frac{x}{1-x},0)$，

$\therefore \overrightarrow{A_1B}=(1,0,1)$，$\overrightarrow{A_1D}=(0,1,x)$，$\overrightarrow{B_1P}=(-1,1+\frac{x}{1-x},0)$.

设平面 BA_1D 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}_1=(a,b,c)$，

则$\begin{cases}\boldsymbol{n}_1\cdot\overrightarrow{A_1B}=a+c=0\\ \boldsymbol{n}_1\cdot\overrightarrow{A_1D}=b+cx=0\end{cases}$，令 $c=-1$，则 $\boldsymbol{n}_1=(1,x,-1)$.

$\because PB_1\parallel$平面 BA_1D，

$\therefore \boldsymbol{n}_1\cdot\overrightarrow{B_1P}=1\times(-1)+x\cdot(1+\frac{x}{1-x})+(-1)\times 0=0$.

由此可得 $x=\frac{1}{2}$，故 $CD=C_1D$.

(2)由(1)知，平面 BA_1D 的一个法向量 $\boldsymbol{n}_1=(1,\frac{1}{2},-1)$.

又 $\boldsymbol{n}_2=(1,0,0)$为平面 AA_1D 的一个法向量，

$\therefore \cos\langle\boldsymbol{n}_1,\boldsymbol{n}_2\rangle=\frac{\boldsymbol{n}_1\cdot\boldsymbol{n}_2}{|\boldsymbol{n}_1||\boldsymbol{n}_2|}=\frac{1}{1\times\frac{3}{2}}=\frac{2}{3}$.

故二面角 $A-A_1D-B$ 的平面角的余弦值为 $\frac{2}{3}$.

(3)$\because \overrightarrow{PB_1}=(1,-2,0)$，$\overrightarrow{PD}=(0,-1,\frac{1}{2})$，

设平面 B_1DP 的一个法向量 $\boldsymbol{n}_3=(a_1，b_1，c_1)$，

则 $\begin{cases}\boldsymbol{n}_3\cdot\overrightarrow{PB_1}=a_1-2b_1=0\\ \boldsymbol{n}_3\cdot\overrightarrow{PD}=-b_1+\frac{c_1}{2}=0\end{cases}$，令 $c_1=1$，可得 $\boldsymbol{n}_3=(1,\frac{1}{2},1)$.

又 $\overrightarrow{DC}=(0,0,\frac{1}{2})$.

$\therefore C$ 到平面 B_1DP 的距离 $d=\frac{|\overrightarrow{DC}\cdot\boldsymbol{n}_3|}{|\boldsymbol{n}_3|}=\frac{1}{3}$.

20．**解**：(1)由已知可得 $a_1=d$，$a_2=d(1+d)$，$a_3=d(1+d)^2$.

当 $n\geqslant 2$，$k\geqslant 1$ 时，$\frac{k}{n}\mathrm{C}_n^k=\mathrm{C}_{n-1}^{k-1}$.

因此 $a_n=\sum\limits_{k=1}^{n}\frac{k}{n}\mathrm{C}_n^k d^k=\sum\limits_{k=1}^{n}\mathrm{C}_{n-1}^{k-1}d^k=d\sum\limits_{k=0}^{n-1}\mathrm{C}_{n-1}^{k}d^k=d(d+1)^{n-1}$.

由此可见，当 $d\neq-1$ 时，$\{a_n\}$是以 d 为首项，$d+1$ 为公比的等比数列；

当 $d=-1$ 时，$a_1=-1$，$a_n=0(n\geqslant 2)$，此时$\{a_n\}$不是等比数列.

(2)由(1)可知，$a_n=d(d+1)^{n-1}$，从而 $b_n=nd^2(d+1)^{n-1}$，

$S_n=d^2[1+2(d+1)+3(d+1)^2+\cdots+(n-1)(d-1)^{n-2}+n(d+1)^{n-1}]$．①

当 $d=-1$ 时，$S_n=d^2=1$.

当 $d\neq-1$ 时，①式两边同乘 $d+1$ 得

$(d+1)S_n=d^2[(d+1)+2(d+1)^2+\cdots+(n-1)(d+1)^{n-1}+n(d+1)^n]$．②

①②式相减可得

$$-dS_n=d^2[1+(d+1)+(d+1)^2+\cdots+(d+1)^{n-1}-n(d+1)^n]=d^2[\frac{(d+1)^n-1}{d}-n(d+1)^n]$$

.

化简即得 $S_n=(d+1)^n(nd-1)+1$.

综上，$S_n=(d+1)^n(nd-1)+1$.

21．**解**：(1)因椭圆焦点在 y 轴上，

设椭圆的标准方程为 $\frac{y^2}{a^2}+\frac{x^2}{b^2}=1$ $(a>b>0)$，

由已知得 $b=1$，$c=1$，所以 $a=\sqrt{2}$，椭圆方程为 $\frac{y^2}{2}+x^2=1$.

直线 l 垂直于 x 轴时与题意不符.

设直线 l 的方程为 $y=kx+1$，将其代入椭圆方程化简得

$(k^2+2)x^2+2kx-1=0$.

设 $C(x_1，y_1)$，$D(x_2，y_2)$，

则 $x_1+x_2=-\frac{2k}{k^2+2}$，$x_1\cdot x_2=-\frac{1}{k^2+2}$，

$\left|CD\right|=\sqrt{k^2+1}\cdot\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}=\frac{2\sqrt{2}(k^2+1)}{k^2+2}$，

由已知得 $\frac{2\sqrt{2}(k^2+1)}{k^2+2}=\frac{3}{2}\sqrt{2}$，解得 $k=\pm\sqrt{2}$.

所以直线 l 的方程为 $y=\sqrt{2}x+1$ 或 $y=-\sqrt{2}x+1$.

(2)证明：直线 l 与 x 轴垂直时与题意不符.

设直线 l 的方程为 $y=kx+1(k\neq 0$ 且 $k\neq\pm 1)$,

所以 P 点坐标为 $(-\frac{1}{k},0)$.

设 $C(x_1，y_1)$，$D(x_2，y_2)$,

由(1)知 $x_1+x_2=-\frac{2k}{k^2+2}$， $x_1\cdot x_2=-\frac{1}{k^2+2}$.

直线 AC 的方程为 $y=\frac{y_1}{x_1+1}(x+1)$，直线 BD 的方程为

$y=\frac{y_2}{x_2-1}(x-1)$，

将两直线方程联立，消去 y 得 $\frac{x+1}{x-1}=\frac{y_2(x_1+1)}{y_1(x_2-1)}$.

因为 $-1<x_1，x_2<1$，所以 $\frac{x+1}{x-1}$ 与 $\frac{y_2}{y_1}$ 异号.

$$(\frac{x+1}{x-1})^2=\frac{{y_2}^2(x_1+1)^2}{{y_1}^2(x_2-1)^2}=\frac{2-{x_2}^2}{2-{x_1}^2}\cdot\frac{(x_1+1)^2}{(x_2-1)^2}=\frac{(1+x_1)(1+x_2)}{(1-x_1)(1-x_2)}=\frac{1+\frac{-2k}{k^2+2}+\frac{-1}{k^2+2}}{1-\frac{-2k}{k^2+2}+\frac{-1}{k^2+2}}=(\frac{k-1}{k+1})^2$$

.

又 $y_1y_2=k^2x_1x_2+k(x_1+x_2)+1=\frac{2(1-k)(1+k)}{k^2+2}=-\frac{2(1+k)^2}{k^2+2}\cdot\frac{k-1}{k+1}$，

$\therefore \frac{k-1}{k+1}$ 与 y_1y_2 异号， $\frac{x+1}{x-1}$ 与 $\frac{k-1}{k+1}$ 同号,

$\frac{x+1}{x-1}=\frac{k-1}{k+1}$，解得 $x=-k$.

因此 Q 点坐标为$(-k，y_0)$.

$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}=(-\frac{1}{k},0)\cdot(-k,y_0)=1$.

故 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}$ 为定值.

22．解：(1)由 $F(x)=f(x)-h(x)=\frac{2}{3}x+\frac{1}{2}-\sqrt{x}$ $(x\geqslant 0)$知， $F'(x)=\frac{4\sqrt{x}-3}{6\sqrt{x}}$，令 $F'(x)=0$，得 $x=\frac{9}{16}$.

当 $x\in(0,\frac{9}{16})$ 时，$F'(x)<0$；

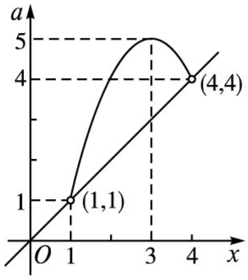
当 $x\in(\frac{9}{16},+\infty)$ 时，$F'(x)>0$.

故当 $x\in[0,\frac{9}{16})$ 时，$F(x)$是减函数；

当 $x\in[\frac{9}{16},+\infty)$ 时，$F(x)$是增函数.

$F(x)$在$x=\frac{9}{16}$处有极小值且$F(\frac{9}{16})=\frac{1}{8}$.

(2) 原方程可化为 $\log_4(x-1)+\log_2 h(4-x)=\log_2 h(a-x)$，即$\frac{1}{2}\log_2(x-1)+\log_2\sqrt{4-x}=\log_2\sqrt{a-x}$，



$$\Leftrightarrow\begin{cases}x-1>0\\4-x>0\\a-x>0\\(x-1)(4-x)=a-x\end{cases},$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}1<x<4\\x<a\\a=-(x-3)^2+5\end{cases}.$$

①当 $1<a\leqslant 4$ 时，原方程有一解$x=3-\sqrt{5-a}$；

②当 $4<a<5$ 时，原方程有$x_1=x_2=3\pm\sqrt{5-a}$；

③当 $a=5$ 时，原方程有一解 $x=3$；

④当 $a\leqslant 1$ 或 $a>5$ 时，原方程无解.

(3)由已知得$\sum\limits_{k=1}^{100}h(k)=\sum\limits_{k=1}^{100}\sqrt{k}$.

设数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且$S_n=f(n)h(n)-\frac{1}{6}$ $(n\in\mathbf{N}^*)$,

从而有 $a_1=S_1=1$,

当 $2\leqslant k\leqslant 100$ 时，$a_k=S_k-S_{k-1}=\frac{4k+3}{6}\sqrt{k}-\frac{4k-1}{6}\sqrt{k-1}$.

又$a_k-\sqrt{k}=\frac{1}{6}[(4k-3)\sqrt{k}-(4k-1)\sqrt{k-1}]=\frac{1}{6}\frac{(4k-3)^2k-(4k-3)(k-1)}{(4k-3)\sqrt{k}+(4k-1)\sqrt{k-1}}$

$=\frac{1}{6}\frac{1}{(4k-3)\sqrt{k}+(4k-1)\sqrt{k-1}}>0$,

即对任意的 $2\leqslant k\leqslant 100$，有 $a_k>\sqrt{k}$.

又因为$a_1=1=\sqrt{1}$，所以$\sum\limits_{k=1}^{100}a_k>\sum\limits_{k=1}^{100}\sqrt{k}$.

故$f(100)h(100)-\sum\limits_{k=1}^{100}h(k)>\frac{1}{6}$.