

2012年普通高等学校招生全国统一考试(辽宁卷)

数学(供理科考生使用)

注意事项:

1. 本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分。答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答第 I 卷时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其它答案标号。写在本试卷上无效。
3. 回答第 II 卷时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。
4. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

第 I 卷

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

(1)已知全集 $U = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$, 集合 $A = \{0,1,3,5,8\}$, 集合 $B = \{2,4,5,6,8\}$,

则 $(C_U A) \cap (C_U B)$

- (A) $\{5,8\}$ (B) $\{7,9\}$ (C) $\{0,1,3\}$ (D) $\{2,4,6\}$

(2)复数 $\frac{2-i}{2+i} =$

- (A) $\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$ (B) $\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$ (C) $1 - \frac{4}{5}i$ (D) $1 + \frac{3}{5}i$

(3)已知两个非零向量 a, b 满足 $|a+b| = |a-b|$, 则下面结论正确的是

- (A) $a \parallel b$ (B) $a \perp b$
(C) $\{0,1,3\}$ (D) $a+b=a-b$

(4)已知命题 $p: \forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}, (f(x_2) - f(x_1))(x_2 - x_1) \geq 0$, 则 $\neg p$ 是

- (A) $\exists x_1, x_2 \in \mathbb{R}, (f(x_2) - f(x_1))(x_2 - x_1) \leq 0$
(B) $\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}, (f(x_2) - f(x_1))(x_2 - x_1) \leq 0$
(C) $\exists x_1, x_2 \in \mathbb{R}, (f(x_2) - f(x_1))(x_2 - x_1) < 0$
(D) $\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}, (f(x_2) - f(x_1))(x_2 - x_1) < 0$

(5)一排 9 个座位坐了 3 个三口之家,若每家人坐在一起,则不同的坐法种数为

- (A) $3 \times 3!$ (B) $3 \times (3!)^3$ (C) $(3!)^4$ (D) $9!$

(6)在等差数列 $\{a_n\}$ 中,已知 $a_1 + a_3 = 16$, 则该数列前 11 项和 $S_{11} =$

- (A) 58 (B) 88 (C) 143 (D) 176

(7)已知 $\sin \alpha - \cos \alpha = \sqrt{2}$, $\alpha \in (0, \pi)$, 则 $\tan \alpha =$

- (A) -1 (B) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (D) 1

(14) 已知等比数列 $\{a_n\}$ 为递增数列, 且 $a_5^2 = a_{10}$, $2(a_n + a_{n+2}) = 5a_{n+1}$, 则数列 $\{a_n\}$ 的

通项公式 $a_n =$ _____。

(15) 已知 P, Q 为抛物线 $x^2 = 2y$ 上两点, 点 P, Q 的横坐标分别为 $4, -2$, 过 P, Q 分别作抛物线的切线, 两切线交于 A , 则点 A 的纵坐标为 _____。

(16) 已知正三棱锥 $P-ABC$, 点 P, A, B, C 都在半径为 $\sqrt{3}$ 的球面上, 若 PA, PB, PC 两两互相垂直, 则球心到截面 ABC 的距离为 _____。

三、解答题: 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤。

(17) (本小题满分 12 分)

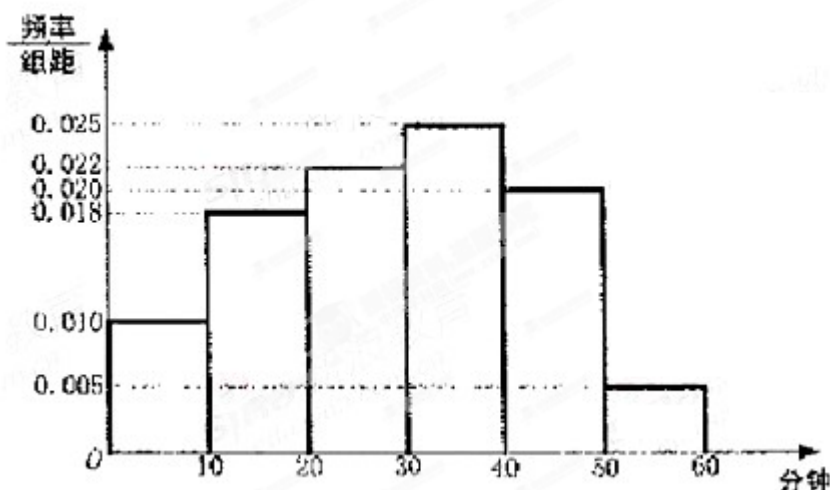
在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 角 A, B, C 成等差数列。

(I) 求 $\cos B$ 的值;

(II) 边 a, b, c 成等比数列, 求 $\sin A \sin C$ 的值。

(19) (本小题满分 12 分)

电视传媒公司为了了解某地区电视观众对某类体育节目的收视情况, 随机抽取了 100 名观众进行调查。下面是根据调查结果绘制的观众日均收看该体育节目时间的频率分布直方图;



将日均收看该体育节目时间不低于 40 分钟的观众称为“体育迷”。

(I) 根据已知条件完成下面的 2×2 列联表, 并据此资料你是否认为“体育迷”与性别有关?

	非体育迷	体育迷	合计
男			
女		10	55
合计			

(II) 将上述调查所得到的频率视为概率。现在从该地区大量电视观众中, 采用随机抽样方法每次抽取 1 名观众, 抽取 3 次, 记被抽取的 3 名观众中的“体育迷”人数为 X 。若每次抽取的结果是相互独立的, 求 X 的分布列, 期望 $E(X)$ 和方差 $D(X)$ 。

附: $\chi^2 = \frac{n(n_{11}n_{22} - n_{12}n_{21})^2}{n_1+n_2+n_1+n_2}, < k$

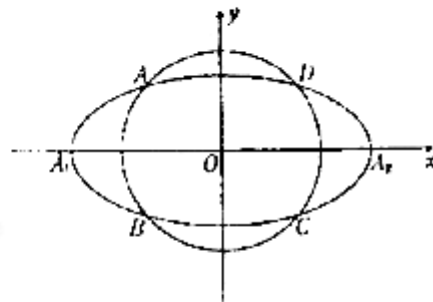
$P(\chi^2 \geq k)$	0.05	0.01
k	3.841	6.635

(20)(本小题满分 12 分)

如图, 椭圆 $C_0: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0, a, b$ 为常数), 动

圆 $C_1: x^2 + y^2 = t_1^2, b < t_1 < a$. 点 A_1, A_2 分别为 C_0 的左, 右

顶点, C_1 与 C_0 相交于 A, B, C, D 四点.



(I) 求直线 AA_1 与直线 A_2B 交点 M 的轨迹方程;

(II) 设动圆 $C_2: x^2 + y^2 = t_2^2$ 与 C_0 相交于 A', B', C', D' 四点, 其中 $b < t_2 < a$,

$t_1 \neq t_2$. 若矩形 $ABCD$ 与矩形 $A'B'C'D'$ 的面积相等, 证明: $t_1^2 + t_2^2$ 为定值.

(21)(本小题满分 12 分)

设 $f(x) = \ln(x+1) + \sqrt{x+1} + ax + b (a, b \in \mathbb{R}, a, b$ 为常数), 曲线 $y = f(x)$ 与

直线 $y = \frac{3}{2}x$ 在 $(0, 0)$ 点相切.

(I) 求 a, b 的值.

(II) 证明: 当 $0 < x < 2$ 时, $f(x) < \frac{9x}{x+6}$.

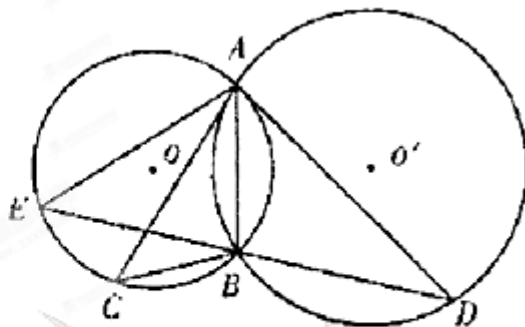
请考生在第 22、23、24 三题中任选一题做答, 如果多做, 则按所做的第一题记分. 做答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应题号下方的方框涂黑.

(22)(本小题满分 10 分) 选修 4-1: 几何证明选讲

如图, $\odot O$ 和 $\odot O'$ 相交于 A, B 两点, 过 A 作两圆的切线分别交两圆于 C, D 两点, 连接 DB 并延长交 $\odot O$ 于点 E . 证明

(I) $AC \cdot BD = AD \cdot AB$;

(II) $AC = AE$.



(23)(本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在直角坐标 xOy 中, 圆 $C_1: x^2 + y^2 = 4$, 圆

$C_2: (x-2)^2 + y^2 = 4$.

(I)在以 O 为极点, x 轴正半轴为极轴的极坐标系中, 分别写出圆 C_1, C_2 的极坐标方程, 并求出圆 C_1, C_2 的交点坐标(用极坐标表示);

(II)求出 C_1 与 C_2 的公共弦的参数方程.

(24)(本小题满分 10 分)选修 4-5: 不等式选讲

已知 $f(x) = |ax+1| (a \in R)$, 不等式 $f(x) \leq 3$ 的解集为 $\{x | -2 \leq x \leq 1\}$

(I)求 a 的值;

(II)若 $|f(x) - 2f(\frac{x}{2})| \leq k$ 恒成立, 求 k 的取值范围.