2018年全国统一高考数学试卷（理科）（新课标Ⅰ）

参考答案与试题解析

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．（5分）设$z=\frac{1-i}{1+i}+2i$，则$|z|=$（　　）

A．0　　B．$\frac{1}{2}$　　C．1　　D．$\sqrt{2}$

【考点】A8：复数的模．

【专题】11：计算题；35：转化思想；49：综合法；5N：数系的扩充和复数．

【分析】利用复数的代数形式的混合运算化简后，然后求解复数的模．

【解答】解：$z=\frac{1-i}{1+i}+2i=\frac{(1-i)(1-i)}{(1-i)(1+i)}+2i=-i+2i=i$，

则$|z|=1$．

故选：C．

【点评】本题考查复数的代数形式的混合运算，复数的模的求法，考查计算能力．

2．（5分）已知集合$A=\{x|x^2-x-2>0\}$，则$C_RA=$（　　）

A．$\{x|-1<x<2\}$　B．$\{x|-1\leq x\leq 2\}$　C．$\{x|x<-1\}\cup\{x|x>2\}$

D．$\{x|x\leq -1\}\cup\{x|x\geq 2\}$

【考点】1F：补集及其运算．

【专题】11：计算题；35：转化思想；49：综合法；5J：集合；5T：不等式．

【分析】通过求解不等式，得到集合A，然后求解补集即可．

【解答】解：集合$A=\{x|x^2-x-2>0\}$，

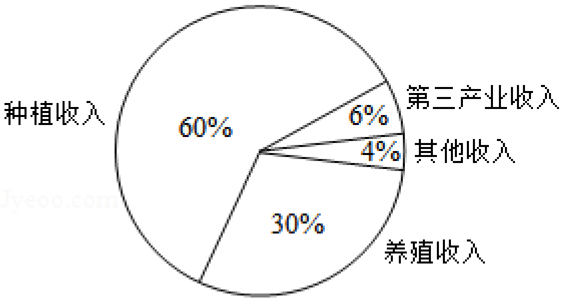
可得$A=\{x|x<-1或x>2\}$，

则：$C_RA=\{x|-1\leq x\leq 2\}$．

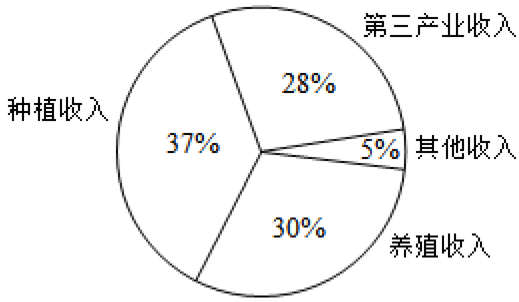
故选：B．

【点评】本题考查不等式的解法，补集的运算，是基本知识的考查．

3．（5分）某地区经过一年的新农村建设，农村的经济收入增加了一倍，实现翻番．为更好地了解该地区农村的经济收入变化情况，统计了该地区新农村建设前后农村的经济收入构成比例，得到如下饼图：



建设前经济收入构成比例



建设后经济收入构成比例

则下面结论中不正确的是（　　）

A．新农村建设后，种植收入减少

B．新农村建设后，其他收入增加了一倍以上

C．新农村建设后，养殖收入增加了一倍

D．新农村建设后，养殖收入与第三产业收入的总和超过了经济收入的一半

【考点】2K：命题的真假判断与应用；CS：概率的应用．

【专题】11：计算题；35：转化思想；49：综合法；5I：概率与统计；5L：简易逻辑．

【分析】设建设前经济收入为a，建设后经济收入为2a．通过选项逐一分析新农村建设前后，经济收入情况，利用数据推出结果．

【解答】解：设建设前经济收入为a，建设后经济收入为2a．

A项，种植收入37%×2a﹣60%a=14%a＞0，

故建设后，种植收入增加，故A项错误．

B项，建设后，其他收入为5%×2a=10%a，

建设前，其他收入为4%a，

故10%a÷4%a=2.5＞2，

故B项正确．

C项，建设后，养殖收入为$30\%\times2a=60\%a$，

建设前，养殖收入为$30\%a$，

故$60\%a\div30\%a=2$，

故C项正确．

D项，建设后，养殖收入与第三产业收入总和为

$(30\%+28\%)\times2a=58\%\times2a$，

经济收入为$2a$，

故$(58\%\times2a)\div2a=58\%>50\%$，

故D项正确．

因为是选择不正确的一项，

故选：A．

【点评】本题主要考查事件与概率，概率的应用，命题的真假的判断，考查发现问题解决问题的能力．

4．（5分）记S_n为等差数列$\{a_n\}$的前n项和．若$3S_3=S_2+S_4$，$a_1=2$，则$a_5=$（　　）

A．﹣12　　B．﹣10　　C．10　　D．12

【考点】83：等差数列的性质．

【专题】11：计算题；34：方程思想；4O：定义法；54：等差数列与等比数列．

【分析】利用等差数列的通项公式和前n项和公式列出方程，能求出a_5的值．

【解答】解：∵S_n为等差数列$\{a_n\}$的前n项和，$3S_3=S_2+S_4$，$a_1=2$，

$\therefore 3\times(3a_1+\frac{3\times2}{2}d)=a_1+a_1+d+4a_1+\frac{4\times3}{2}d$，

把$a_1=2$，代入得$d=-3$

$\therefore a_5=2+4\times(-3)=-10$．

故选：B．

【点评】本题考查等差数列的第五项的求法，考查等差数列的性质等基础知识，考查运算求解能力，考查函数与方程思想，是基础题．

5．（5分）设函数f（x）=x^3+（a﹣1）x^2+ax．若f（x）为奇函数，则曲线y=f（x）在点（0，0）处的切线方程为（　　）

A．y=﹣2x　　B．y=﹣x　　C．y=2x　　D．y=x

【考点】6H：利用导数研究曲线上某点切线方程．

【专题】11：计算题；35：转化思想；49：综合法；53：导数的综合应用．

【分析】利用函数的奇偶性求出a，求出函数的导数，求出切线的向量然后求解切线方程．

【解答】解：函数f（x）=x^3+（a﹣1）x^2+ax，若f（x）为奇函数，

可得a=1，所以函数f（x）=x^3+x，可得f′（x）=3x^2+1，

曲线y=f（x）在点（0，0）处的切线的斜率为：1，

则曲线y=f（x）在点（0，0）处的切线方程为：y=x．

故选：D．

【点评】本题考查函数的奇偶性以及函数的切线方程的求法，考查计算能力．

6．（5分）在△ABC中，AD为BC边上的中线，E为AD的中点，则$\overrightarrow{EB}$=（　　）

A．$\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$　　B．$\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$　　C．$\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$　　D．$\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

【考点】9H：平面向量的基本定理．

【专题】34：方程思想；41：向量法；5A：平面向量及应用．

【分析】运用向量的加减运算和向量中点的表示，计算可得所求向量．

【解答】解：在△ABC中，AD为BC边上的中线，E为AD的中点，

$\overrightarrow{EB}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$

$=\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$

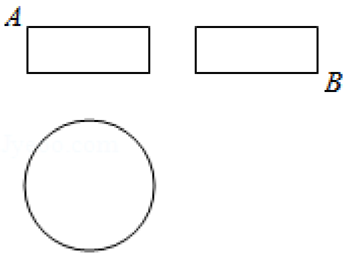
$=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$，

故选：A．

【点评】本题考查向量的加减运算和向量中点表示，考查运算能力，属于基础

题．

7．（5分）某圆柱的高为2，底面周长为16，其三视图如图．圆柱表面上的点M在正视图上的对应点为A，圆柱表面上的点N在左视图上的对应点为B，则在此圆柱侧面上，从M到N的路径中，最短路径的长度为（　　）



A．$2\sqrt{17}$　　B．$2\sqrt{5}$　　C．3　　D．2

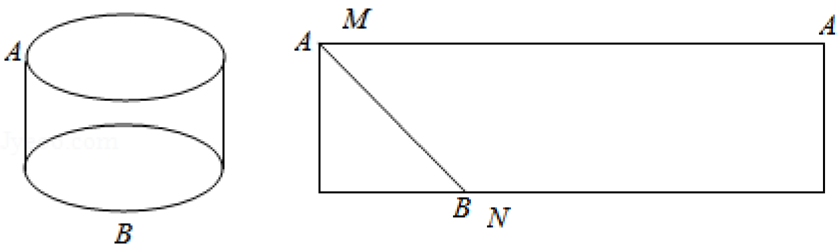
【考点】L!：由三视图求面积、体积．

【专题】11：计算题；31：数形结合；49：综合法；5F：空间位置关系与距离．

【分析】判断三视图对应的几何体的形状，利用侧面展开图，转化求解即可．

【解答】解：由题意可知几何体是圆柱，底面周长16，高为：2，

直观图以及侧面展开图如图：



圆柱表面上的点N在左视图上的对应点为B，则在此圆柱侧面上，从M到N的路径中，最短路径的长度：$\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$．

故选：B．

【点评】本题考查三视图与几何体的直观图的关系，侧面展开图的应用，考查计算能力．

8．（5分）设抛物线C：$y^2=4x$的焦点为F，过点（﹣2，0）且斜率为$\frac{2}{3}$的直线与C

交于M，N两点，则$\overrightarrow{FM}\cdot\overrightarrow{FN}$=（　　）

A．5　　B．6　　C．7　　D．8

【考点】K8：抛物线的性质．

【专题】11：计算题；35：转化思想；49：综合法；5A：平面向量及应用；5D：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】求出抛物线的焦点坐标，直线方程，求出M、N的坐标，然后求解向量的数量积即可．

【解答】解：抛物线C：$y^2=4x$的焦点为F（1，0），过点（﹣2，0）且斜率为$\frac{2}{3}$的直线为：3y=2x+4，

联立直线与抛物线C：$y^2=4x$，消去x可得：$y^2-6y+8=0$，

解得$y_1=2$，$y_2=4$，不妨M（1，2），N（4，4），$\overrightarrow{FM}=(0,2)$，$\overrightarrow{FN}=(3,4)$．

则$\overrightarrow{FM}\cdot\overrightarrow{FN}$=（0，2）•（3，4）=8．

故选：D．

【点评】本题考查抛物线的简单性质的应用，向量的数量积的应用，考查计算能力．

9．（5分）已知函数f（x）=$\begin{cases}e^x, & x\leqslant 0\\ \ln x, & x>0\end{cases}$，g（x）=f（x）+x+a．若g（x）存在2个零点，则a的取值范围是（　　）

A．[﹣1，0）　　B．[0，+∞）　　C．[﹣1，+∞）　　D．[1，+∞）

【考点】5B：分段函数的应用．

【专题】31：数形结合；4R：转化法；51：函数的性质及应用．

【分析】由g（x）=0得f（x）=﹣x﹣a，分别作出两个函数的图象，根据图象交点个数与函数零点之间的关系进行转化求解即可．

【解答】解：由g（x）=0得f（x）=﹣x﹣a，

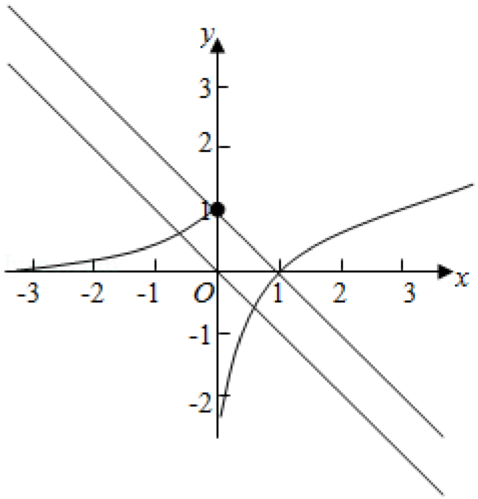
作出函数f（x）和y=﹣x﹣a的图象如图：

当直线y=﹣x﹣a的截距﹣a≤1，即a≥﹣1时，两个函数的图象都有2个交点，

即函数g（x）存在2个零点，

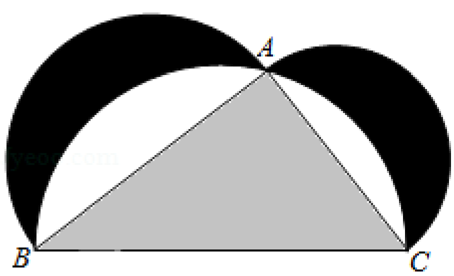
故实数a的取值范围是[﹣1，+∞），

故选：C．



【点评】本题主要考查分段函数的应用，利用函数与零点之间的关系转化为两个函数的图象的交点问题是解决本题的关键．

10．（5分）如图来自古希腊数学家希波克拉底所研究的几何图形．此图由三个半圆构成，三个半圆的直径分别为直角三角形ABC的斜边BC，直角边AB，AC．△ABC的三边所围成的区域记为I，黑色部分记为Ⅱ，其余部分记为Ⅲ．在整个图形中随机取一点，此点取自Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ的概率分别记为p_1，p_2，p_3，则（　　）



A．$p_1=p_2$　　B．$p_1=p_3$　　C．$p_2=p_3$　　D．$p_1=p_2+p_3$

【考点】CF：几何概型．

【专题】11：计算题；38：对应思想；4O：定义法；5I：概率与统计．

【分析】如图：设BC=$2r_1$，AB=$2r_2$，AC=$2r_3$，分别求出Ⅰ，Ⅱ，Ⅲ所对应的面积，即可得到答案.

【解答】解：如图：设BC=$2r_1$，AB=$2r_2$，AC=$2r_3$，

$\therefore r_1^2=r_2^2+r_3^2$，

$\therefore S_{Ⅰ}=\frac{1}{2}\times 4r_2r_3=2r_2r_3$，$S_{Ⅲ}=\frac{1}{2}\times \pi r_1^2-2r_2r_3$，

$S_{Ⅱ}=\frac{1}{2}\times \pi r_3^2+\frac{1}{2}\times \pi r_2^2-S_{Ⅲ}=\frac{1}{2}\times \pi r_3^2+\frac{1}{2}\times \pi r_2^2-\frac{1}{2}\times \pi r_1^2+2r_2r_3=2r_2r_3$，

$\therefore S_{Ⅰ}=S_{Ⅱ}$，

$\therefore P_1=P_2$，

故选：A.

【点评】本题考查了几何概型的概率问题，关键是求出对应的面积，属于基础题.

11．（5分）已知双曲线C：$\frac{x^2}{3}-y^2=1$，O为坐标原点，F为C的右焦点，过F的直线与C的两条渐近线的交点分别为M，N．若△OMN为直角三角形，则|MN|=（　　）

A．$\frac{3}{2}$　　B．3　　C．$2\sqrt{3}$　　D．4

【考点】KC：双曲线的性质.

【专题】11：计算题；34：方程思想；4：解题方法；5D：圆锥曲线的定义、性质与方程.

【分析】求出双曲线的渐近线方程，求出直线方程，求出MN的坐标，然后求解|MN|.

【解答】解：双曲线C：$\frac{x^2}{3}-y^2=1$的渐近线方程为：$y=\pm\frac{\sqrt{3}}{3}x$，渐近线的夹角为：60°，不妨设过F（2，0）的直线为：$y=\sqrt{3}(x-2)$，

则：$\begin{cases}y=\frac{\sqrt{3}}{3}x\\y=\sqrt{3}(x-2)\end{cases}$解得M（$\frac{3}{2}$，$-\frac{\sqrt{3}}{2}$），

$\begin{cases}y=\frac{\sqrt{3}}{3}x\\y=\sqrt{3}(x-2)\end{cases}$解得：N（3，$\sqrt{3}$），

则$|MN|=\sqrt{(3-\frac{3}{2})^2+(\sqrt{3}+\frac{\sqrt{3}}{2})^2}=3$.

故选：B.

【点评】本题考查双曲线的简单性质的应用，考查计算能力.

12．（5分）已知正方体的棱长为1，每条棱所在直线与平面α所成的角都相等，则α截此正方体所得截面面积的最大值为（　　）

A．$\frac{3\sqrt{3}}{4}$　　B．$\frac{2\sqrt{3}}{3}$　　C．$\frac{3\sqrt{2}}{4}$　　D．$\frac{\sqrt{3}}{2}$

【考点】MI：直线与平面所成的角.

【专题】11：计算题；31：数形结合；49：综合法；5F：空间位置关系与距离；5G：空间角.

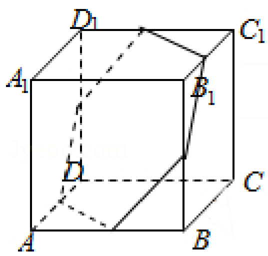
【分析】利用正方体棱的关系，判断平面α所成的角都相等的位置，然后求解α截此正方体所得截面面积的最大值.

【解答】解：正方体的所有棱中，实际上是3组平行的棱，每条棱所在直线与平面α所成的角都相等，如图：所示的正六边形平行的平面，并且正六边形时，α截此正方体所得截面面积的最大，

此时正六边形的边长$\frac{\sqrt{2}}{2}$，

α截此正方体所得截面最大值为：$6\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times(\frac{\sqrt{2}}{2})^2=\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

故选：A.



【点评】本题考查直线与平面所成角的大小关系，考查空间想象能力以及计算能力，有一定的难度.

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．（5分）若x，y满足约束条件$\begin{cases}x-2y-2\leqslant 0\\x-y+1\geqslant 0\\y\leqslant 0\end{cases}$，则z=3x+2y的最大值为<u> 6 </u>．

【考点】7C：简单线性规划．

【专题】31：数形结合；4R：转化法；59：不等式的解法及应用．

【分析】作出不等式组对应的平面区域，利用目标函数的几何意义进行求解即可．

【解答】解：作出不等式组对应的平面区域如图：

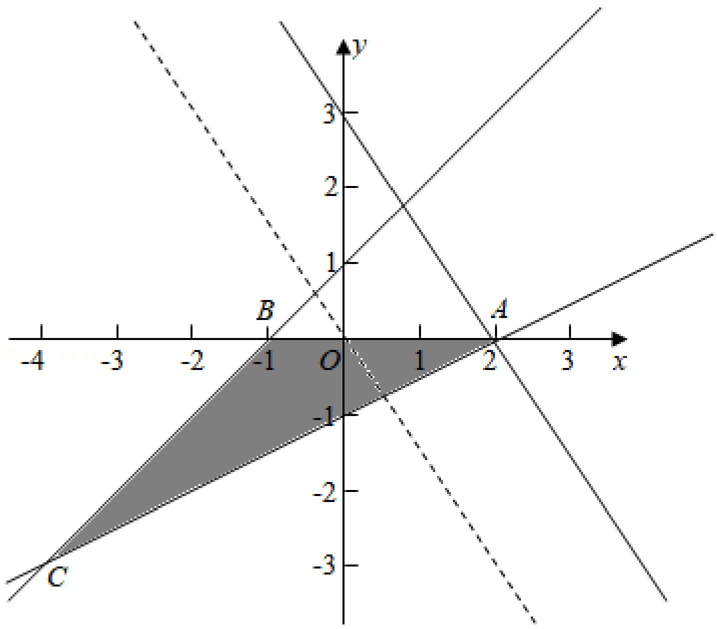
由z=3x+2y得y=－$\frac{3}{2}$x+$\frac{1}{2}$z，

平移直线y=－$\frac{3}{2}$x+$\frac{1}{2}$z，

由图象知当直线y=－$\frac{3}{2}$x+$\frac{1}{2}$z经过点A（2，0）时，直线的截距最大，此时z最大，

最大值为z=3×2=6，

故答案为：6



【点评】本题主要考查线性规划的应用，利用目标函数的几何意义以及数形结合是解决本题的关键．

14．（5分）记S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和．若$S_n=2a_n+1$，则$S_6=$___-63___．

【考点】8E：数列的求和；8H：数列递推式．

【专题】11：计算题；38：对应思想；4R：转化法；54：等差数列与等比数列．

【分析】先根据数列的递推公式可得$\{a_n\}$是以-1为首项，以2为公比的等比数列，再根据求和公式计算即可．

【解答】解：S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和，$S_n=2a_n+1$，①

当n=1时，$a_1=2a_1+1$，解得$a_1=-1$，

当$n\geq2$时，$S_{n-1}=2a_{n-1}+1$，②，

由①－②可得$a_n=2a_n-2a_{n-1}$，

$\therefore a_n=2a_{n-1}$，

$\therefore\{a_n\}$是以-1为首项，以2为公比的等比数列，

$\therefore S_6=\frac{-1\times(1-2^6)}{1-2}=-63$，

故答案为：-63

【点评】本题考查了数列的递推公式和等比数列的求和公式，属于基础题．

15．（5分）从2位女生，4位男生中选3人参加科技比赛，且至少有1位女生入选，则不同的选法共有___16___种．（用数字填写答案）

【考点】D9：排列、组合及简单计数问题．

【专题】11：计算题；38：对应思想；4O：定义法；5O：排列组合．

【分析】方法一：直接法，分类即可求出，

方法二：间接法，先求出没有限制的种数，再排除全是男生的种数．

【解答】解：方法一：直接法，1女2男，有$C_2^1C_4^2=12$，2女1男，有$C_2^2C_4^1=4$

根据分类计数原理可得，共有12+4=16种，

方法二，间接法：$C_6^3-C_4^3=20-4=16$种，

故答案为：16

【点评】本题考查了分类计数原理，属于基础题

16．（5分）已知函数f（x）=2sinx+sin2x，则f（x）的最小值是__$-\frac{3\sqrt{3}}{2}$__．

【考点】6E：利用导数研究函数的最值；HW：三角函数的最值．

【专题】11：计算题；34：方程思想；49：综合法；53：导数的综合应用；56：三角函数的求值．

【分析】由题意可得T=2π是f（x）的一个周期，问题转化为f（x）在[0，2π）上的最小值，求导数计算极值和端点值，比较可得．

【解答】解：由题意可得T=2π是f（x）=2sinx+sin2x的一个周期，

故只需考虑f（x）=2sinx+sin2x在[0，2π）上的值域，

先来求该函数在[0，2π）上的极值点，

求导数可得f′（x）=2cosx+2cos2x

=2cosx+2（$2\cos^2x-1$）=2（2cosx﹣1）（cosx+1），

令f′（x）=0可解得cosx=$\frac{1}{2}$或cosx=﹣1，

可得此时x=$\frac{\pi}{3}$，π或$\frac{5\pi}{3}$；

∴y=2sinx+sin2x的最小值只能在点x=$\frac{\pi}{3}$，π或$\frac{5\pi}{3}$和边界点x=0中取到，

计算可得f（$\frac{\pi}{3}$）=$\frac{3\sqrt{3}}{2}$，f（π）=0，f（$\frac{5\pi}{3}$）=﹣$\frac{3\sqrt{3}}{2}$，f（0）=0，

∴函数的最小值为﹣$\frac{3\sqrt{3}}{2}$，

故答案为：$-\frac{3\sqrt{3}}{2}$．

【点评】本题考查三角函数恒等变换，涉及导数法求函数区间的最值，属中档题．

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17～21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答。（一）必考题：共60分。

17．（12分）在平面四边形ABCD中，∠ADC=90°，∠A=45°，AB=2，BD=5．

（1）求cos∠ADB；

（2）若$DC=2\sqrt{2}$，求BC．

【考点】HT：三角形中的几何计算．

【专题】11：计算题；31：数形结合；49：综合法；58：解三角形．

【分析】（1）由正弦定理得$\frac{2}{\sin\angle ADB}=\frac{5}{\sin45^{\circ}}$，求出$\sin\angle ADB=\frac{\sqrt{2}}{5}$，由此能求出$\cos\angle ADB$；

（2）由$\angle ADC=90°$，得$\cos\angle BDC=\sin\angle ADB=\frac{\sqrt{2}}{5}$，再由$DC=2\sqrt{2}$，利用余弦定理能求出BC．

【解答】解：（1）$\because\angle ADC=90°$，$\angle A=45°$，AB=2，BD=5．

∴由正弦定理得：$\frac{AB}{\sin\angle ADB}=\frac{BD}{\sin\angle A}$，即$\frac{2}{\sin\angle ADB}=\frac{5}{\sin45^{\circ}}$，

$\therefore\sin\angle ADB=\frac{2\sin45^{\circ}}{5}=\frac{\sqrt{2}}{5}$，

$\because AB<BD$，$\therefore\angle ADB<\angle A$，

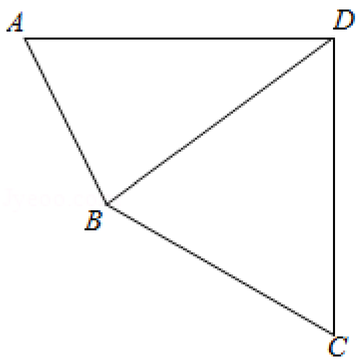
$\therefore\cos\angle ADB=\sqrt{1-(\frac{\sqrt{2}}{5})^{2}}=\frac{\sqrt{23}}{5}$．

（2）$\because\angle ADC=90°$，$\therefore\cos\angle BDC=\sin\angle ADB=\frac{\sqrt{2}}{5}$，

$\because DC=2\sqrt{2}$，

$\therefore BC=\sqrt{BD^{2}+DC^{2}-2\times BD\times DC\times\cos\angle BDC}$

$=\sqrt{25+8-2\times5\times2\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{5}}=5$．



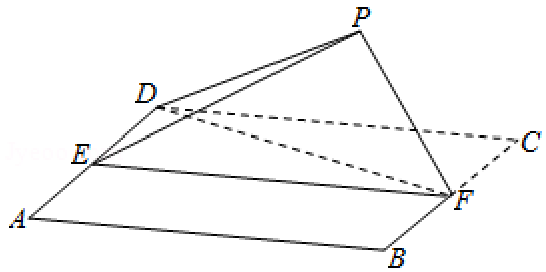
【点评】本题考查三角函数中角的余弦值、线段长的求法，考查正弦定理、余弦定理等基础知识，考查运算求解能力，考查函数与方程思想，是中档题．

18．（12分）如图，四边形ABCD为正方形，E，F分别为AD，BC的中点，以DF为

折痕把△DFC折起，使点C到达点P的位置，且PF⊥BF.

（1）证明：平面PEF⊥平面ABFD；

（2）求DP与平面ABFD所成角的正弦值.



【考点】LY：平面与平面垂直；MI：直线与平面所成的角.

【专题】11：计算题；31：数形结合；35：转化思想；49：综合法；5F：空间位置关系与距离；5G：空间角.

【分析】（1）利用正方形的性质可得BF垂直于面PEF，然后利用平面与平面垂直的判断定理证明即可.

（2）利用等体积法可求出点P到面ABCD的距离，进而求出线面角.

【解答】（1）证明：由题意，点E、F分别是AD、BC的中点，

则 $AE=\frac{1}{2}AD$， $BF=\frac{1}{2}BC$，

由于四边形ABCD为正方形，所以EF⊥BC.

由于PF⊥BF，EF∩PF=F，则BF⊥平面PEF.

又因为BF⊂平面ABFD，所以：平面PEF⊥平面ABFD.

（2）在平面DEF中，过P作PH⊥EF于点H，连接DH，

由于EF为面ABCD和面PEF的交线，PH⊥EF，

则PH⊥面ABFD，故PH⊥DH.

在三棱锥P﹣DEF中，可以利用等体积法求PH，

因为DE∥BF且PF⊥BF，

所以PF⊥DE，

又因为△PDF≌△CDF，

所以∠FPD=∠FCD=90°，

所以PF⊥PD，

由于DE∩PD=D，则PF⊥平面PDE，

故$V_{F-PDE}=\frac{1}{3}PF\cdot S_{\triangle PDE}$，

因为BF∥DA且BF⊥面PEF，

所以DA⊥面PEF，

所以DE⊥EP．

设正方形边长为2a，则PD=2a，DE=a

在△PDE中，$PE=\sqrt{3}a$，

所以$S_{\triangle PDE}=\frac{\sqrt{3}}{2}a^2$，

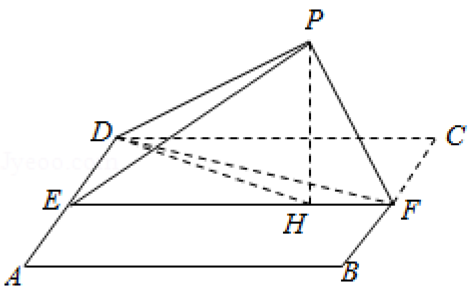
故$V_{F-PDE}=\frac{\sqrt{3}}{6}a^3$，

又因为$S_{\triangle DEF}=\frac{1}{2}a\cdot 2a=a^2$，

所以$PH=\frac{3V_{F-PDE}}{a^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}a$，

所以在△PHD中，$\sin\angle PDH=\frac{PH}{PD}=\frac{\sqrt{3}}{4}$，

即∠PDH为DP与平面ABFD所成角的正弦值为：$\frac{\sqrt{3}}{4}$．



【点评】本题主要考查点、直线、平面的位置关系．直线与平面所成角的求法．几何法的应用，考查转化思想以及计算能力．

19．（12分）设椭圆C：$\frac{x^2}{2}+y^2=1$的右焦点为F，过F的直线l与C交于A，B两点，点M的坐标为（2，0）．

（1）当l与x轴垂直时，求直线AM的方程；

（2）设O为坐标原点，证明：∠OMA=∠OMB．

【考点】KL：直线与椭圆的综合．

【专题】15：综合题；38：对应思想；4R：转化法；5E：圆锥曲线中的最值与范围问题．

【分析】（1）先得到F的坐标，再求出点A的方程，根据两点式可得直线方程，（2）分三种情况讨论，根据直线斜率的问题，以及韦达定理，即可证明．

【解答】解：（1）$c=\sqrt{2-1}=1$，

∴F（1，0），

∵l与x轴垂直，

∴x=1，

由$\begin{cases}x=1\\ \frac{x^2}{2}+y^2=1\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=1\\ y=\frac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}$或$\begin{cases}x=1\\ y=-\frac{\sqrt{2}}{2}\end{cases}$，

∴A（1.$\frac{\sqrt{2}}{2}$），或（1，$-\frac{\sqrt{2}}{2}$），

∴直线AM的方程为$y=-\frac{\sqrt{2}}{2}x+\sqrt{2}$，$y=\frac{\sqrt{2}}{2}x-\sqrt{2}$，

证明：（2）当l与x轴重合时，∠OMA=∠OMB=0°，

当l与x轴垂直时，OM为AB的垂直平分线，∴∠OMA=∠OMB，

当l与x轴不重合也不垂直时，设l的方程为y=k（x﹣1），k≠0，

A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），则$x_1<\sqrt{2}$，$x_2<\sqrt{2}$，

直线MA，MB的斜率之和为k_{MA}，k_{MB}之和为$k_{MA}+k_{MB}=\frac{y_1}{x_1-2}+\frac{y_2}{x_2-2}$，

由$y_1=kx_1-k$，$y_2=kx_2-k$得$k_{MA}+k_{MB}=\frac{2kx_1x_2-3k(x_1+x_2)+4k}{(x_1-2)(x_2-2)}$，

将y=k（x﹣1）代入$\frac{x^2}{2}+y^2=1$可得$(2k^2+1)x^2-4k^2x+2k^2-2=0$，

∴$x_1+x_2=\frac{4k^2}{2k^2+1}$，$x_1x_2=\frac{2k^2-2}{2k^2+1}$，

∴$2kx_1x_2-3k(x_1+x_2)+4k=\frac{1}{2k^2+1}(4k^3-4k-12k^3+8k^3+4k)=0$

从而$k_{MA}+k_{MB}=0$，

故MA，MB的倾斜角互补，

∴∠OMA=∠OMB，

综上∠OMA=∠OMB．

【点评】本题考查了直线和椭圆的位置关系，以韦达定理，考查了运算能力和转化能力，属于中档题．

20．（12分）某工厂的某种产品成箱包装，每箱200件，每一箱产品在交付用户之前要对产品作检验，如检验出不合格品，则更换为合格品．检验时，先从这箱产品中任取20件作检验，再根据检验结果决定是否对余下的所有产品作检验．设每件产品为不合格品的概率都为p（0＜p＜1），且各件产品是否为不合格品相互独立．

（1）记20件产品中恰有2件不合格品的概率为f（p），求f（p）的最大值点p_0．

（2）现对一箱产品检验了20件，结果恰有2件不合格品，以（1）中确定的p_0作为p的值．已知每件产品的检验费用为2元，若有不合格品进入用户手中，则工厂要对每件不合格品支付25元的赔偿费用．

（i）若不对该箱余下的产品作检验，这一箱产品的检验费用与赔偿费用的和记为X，求EX；

（ii）以检验费用与赔偿费用和的期望值为决策依据，是否该对这箱余下的所有产品作检验？

【考点】CG：离散型随机变量及其分布列；CH：离散型随机变量的期望与方差．

【专题】11：计算题；35：转化思想；49：综合法；5I：概率与统计．

【分析】（1）求出f（p）=$C_{20}^{2}p^{2}(1-p)^{18}$，则$f'(p)=C_{20}^{2}[2p(1-p)^{18}-18p^{2}(1-p)^{17}]=2C_{20}^{2}p(1-p)^{17}(1-10p)$，利用导数性质能求出f（p）的最大值点$p_0$=0.1．

（2）（i）由p=0.1，令Y表示余下的180件产品中的不合格品数，依题意知Y～B（180，0.1），再由X=20×2+25Y，即X=40+25Y，能求出E（X）．

（ii）如果对余下的产品作检验，由这一箱产品所需要的检验费为400元，E（X

）=490＞400，从而应该对余下的产品进行检验．

【解答】解：（1）记20件产品中恰有2件不合格品的概率为f（p），

则f（p）=$C_{20}^{2}p^{2}(1-p)^{18}$，

∴$f'(p)=C_{20}^{2}[2p(1-p)^{18}-18p^{2}(1-p)^{17}]=2C_{20}^{2}p(1-p)^{17}(1-10p)$，

令f′（p）=0，得p=0.1，

当p∈（0，0.1）时，f′（p）＞0，

当p∈（0.1，1）时，f′（p）＜0，

∴f（p）的最大值点p_0=0.1．

（2）（i）由（1）知p=0.1，

令Y表示余下的180件产品中的不合格品数，依题意知Y～B（180，0.1），

X=20×2+25Y，即X=40+25Y，

∴E（X）=E（40+25Y）=40+25E（Y）=40+25×180×0.1=490．

（ii）如果对余下的产品作检验，由这一箱产品所需要的检验费为400元，

∵E（X）=490＞400，

∴应该对余下的产品进行检验．

【点评】本题考查概率的求法及应用，考查离散型随机变量的数学期望的求法，考查是否该对这箱余下的所有产品作检验的判断与求法，考查二项分布等基础知识，考查运算求解能力，考查函数与方程思想，是中档题．

21．（12分）已知函数f（x）=$\frac{1}{x}$﹣x+alnx．

（1）讨论f（x）的单调性；

（2）若f（x）存在两个极值点x_1，x_2，证明：$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}$＜a﹣2．

【考点】6B：利用导数研究函数的单调性；6D：利用导数研究函数的极值．

【专题】32：分类讨论；4R：转化法；53：导数的综合应用．

【分析】（1）求出函数的定义域和导数，利用函数单调性和导数之间的关系进行求解即可．

（2）将不等式进行等价转化，构造新函数，研究函数的单调性和最值即可得到结论．

【解答】解：（1）函数的定义域为（0，+∞），

函数的导数f′（x）$=-\frac{1}{x^2}-1+\frac{a}{x}=-\frac{x^2-ax+1}{x^2}$，

设g（x）$=x^2-ax+1$，

当a≤0时，g（x）＞0恒成立，即f′（x）＜0恒成立，此时函数f（x）在（0，+∞）上是减函数，

当a＞0时，判别式$\triangle=a^2-4$，

①当0＜a≤2时，△≤0，即g（x）＞0，即f′（x）＜0恒成立，此时函数f（x）在（0，+∞）上是减函数，

②当a＞2时，x，f′（x），f（x）的变化如下表：

x	$(0,\frac{a-\sqrt{a^2-4}}{2})$	$\frac{a-\sqrt{a^2-4}}{2}$	$(\frac{a-\sqrt{a^2-4}}{2},\frac{a+\sqrt{a^2-4}}{2})$	$\frac{a+\sqrt{a^2-4}}{2}$	$(\frac{a+\sqrt{a^2-4}}{2},+\infty)$
f′（x）	-	0	+	0	-
f（x）	递减		递增		递减

综上当a≤2时，f（x）在（0，+∞）上是减函数，

当a＞2时，在$(0,\frac{a-\sqrt{a^2-4}}{2})$，和$(\frac{a+\sqrt{a^2-4}}{2},+\infty)$上是减函数，

则$(\frac{a-\sqrt{a^2-4}}{2},\frac{a+\sqrt{a^2-4}}{2})$上是增函数．

（2）由（1）知a＞2，$0<x_1<1<x_2$，$x_1x_2=1$，

则f（x_1）﹣f（x_2）=（x_2-x_1）$(1+\frac{1}{x_1x_2})$+a（$\ln x_1-\ln x_2$）=2（x_2-x_1）+a（ln

$_1-\ln x_2$），

则$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=-2+\frac{a(\ln x_1-\ln x_2)}{x_1-x_2}$，

则问题转为证明$\frac{\ln x_1-\ln x_2}{x_1-x_2}<1$即可，

即证明$\ln x_1-\ln x_2>x_1-x_2$，

则$\ln x_1-\ln\frac{1}{x_1}>x_1-\frac{1}{x_1}$，

即$\ln x_1+\ln x_1>x_1-\frac{1}{x_1}$，

即证$2\ln x_1>x_1-\frac{1}{x_1}$在（0，1）上恒成立，

设$h(x)=2\ln x-x+\frac{1}{x}$，（$0<x<1$），其中$h(1)=0$，

求导得$h'(x)=\frac{2}{x}-1-\frac{1}{x^2}=-\frac{x^2-2x+1}{x^2}=-\frac{(x-1)^2}{x^2}<0$，

则$h(x)$在（0，1）上单调递减，

∴$h(x)>h(1)$，即$2\ln x-x+\frac{1}{x}>0$，

故$2\ln x>x-\frac{1}{x}$，

则$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<a-2$成立．

（2）另解：注意到$f(\frac{1}{x})=x-\frac{1}{x}-a\ln x=-f(x)$，

即$f(x)+f(\frac{1}{x})=0$，

由韦达定理得$x_1x_2=1$，$x_1+x_2=a>2$，得$0<x_1<1<x_2$，$x_1=\frac{1}{x_2}$，

可得$f(x_2)+f(\frac{1}{x_2})=0$，即$f(x_1)+f(x_2)=0$，

要证$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<a-2$，只要证$\frac{-f(x_2)-f(x_2)}{x_1-x_2}<a-2$，

即证$2a\ln x_2-ax_2+\frac{a}{x_2}<0$，（$x_2>1$），

构造函数$h(x)=2a\ln x-ax+\frac{a}{x}$，（$x>1$），$h'(x)=\frac{-a(x-1)^2}{x^2}\leq 0$，

∴h（x）在（1，+∞）上单调递减，

∴h（x）＜h（1）=0，

∴$2a\ln x-ax+\frac{a}{x}<0$成立，即$2a\ln x_2-ax_2+\frac{a}{x_2}<0$，（$x_2>1$）成立．

即$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<a-2$成立．

【点评】本题主要考查函数的单调性的判断，以及函数与不等式的综合，求函数的导数，利用导数的应用是解决本题的关键．综合性较强，难度较大．

（二）选考题：共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。[选修4-4：坐标系与参数方程]（10分）

22．（10分）在直角坐标系xOy中，曲线C_1的方程为$y=k|x|+2$．以坐标原点为极点，x轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线C_2的极坐标方程为$\rho^2+2\rho\cos\theta-3=0$．

（1）求C_2的直角坐标方程；

（2）若C_1与C_2有且仅有三个公共点，求C_1的方程．

【考点】Q4：简单曲线的极坐标方程．

【专题】35：转化思想；5S：坐标系和参数方程．

【分析】（1）直接利用转换关系，把参数方程和极坐标方程与直角坐标方程进行转化．

（2）利用直线在坐标系中的位置，再利用点到直线的距离公式的应用求出结果．

【解答】解：（1）曲线C_2的极坐标方程为$\rho^2+2\rho\cos\theta-3=0$．

转换为直角坐标方程为：$x^2+y^2+2x-3=0$，

转换为标准式为：$(x+1)^2+y^2=4$．

（2）由于曲线C_1的方程为$y=k|x|+2$，则：该射线关于y轴对称，且恒过定点（0，2）．

由于该射线与曲线C_2的极坐标有且仅有三个公共点．

所以：必有一直线相切，一直线相交．

则：圆心到直线y=kx+2的距离等于半径2．

故：$\frac{|2-k|}{\sqrt{1+k^2}}=2$，或$\frac{|2+k|}{\sqrt{1+k^2}}=2$

解得：k=$-\frac{4}{3}$或0，（0舍去）或k=$\frac{4}{3}$或0

经检验，直线$y=\frac{4}{3}x+2$与曲线C_2没有公共点．

故C_1的方程为：$y=-\frac{4}{3}|x|+2$．

【点评】本体考察知识要点：参数方程和极坐标方程与直角坐标方程的转化，直线和曲线的位置关系的应用，点到直线的距离公式的应用．

[选修4-5：不等式选讲]（10分）

23．已知f（x）=|x+1|﹣|ax﹣1|．

（1）当a=1时，求不等式f（x）＞1的解集；

（2）若x∈（0，1）时不等式f（x）＞x成立，求a的取值范围．

【考点】R5：绝对值不等式的解法．

【专题】15：综合题；38：对应思想；4R：转化法；5T：不等式．

【分析】（1）去绝对值，化为分段函数，即可求出不等式的解集，

（2）当x∈（0，1）时不等式f（x）＞x成立，转化为即|ax﹣1|＜1，即0＜ax＜2，转化为a＜$\frac{2}{x}$，且a＞0，即可求出a的范围．

【解答】解：（1）当a=1时，f（x）=|x+1|﹣|x﹣1|=$\begin{cases}2, & x>1\\ 2x, & -1\leqslant x\leqslant 1\\ -2, & x<-1\end{cases}$，

由f（x）＞1，

$\therefore\begin{cases}2x>1\\ -1\leqslant x\leqslant 1\end{cases}$或$\begin{cases}2>1\\ x>1\end{cases}$，

解得x＞$\frac{1}{2}$，

故不等式f（x）＞1的解集为（$\frac{1}{2}$，+∞），

（2）当x∈（0，1）时不等式f（x）＞x成立，

$\therefore |x+1|-|ax-1|-x>0$，

即$x+1-|ax-1|-x>0$，

即$|ax-1|<1$，

$\therefore -1<ax-1<1$，

$\therefore 0<ax<2$，

$\because x\in(0,1)$，

$\therefore a>0$，

$\therefore 0<x<\frac{2}{a}$，

$\therefore a<\frac{2}{x}$

$\because \frac{2}{x}>2$，

$\therefore 0<a\leq 2$，

故a的取值范围为$(0,2]$.

【点评】本题考查了绝对值不等式的解法和含参数的取值范围，考查了运算能力和转化能力，属于中档题.