[总评]本套试题考查的比较到位，覆盖面广泛，试题从易到难梯度变化明显，在考查基础知识、基本方法、基本思想的同时又考查考生分析问题、解决问题的能力，考查推理论证能力、逻辑思维能力、空间想象能力、必然与或然的能力、运算能力，能够体现高考的特质；试题有既保留了以往传统的模式，又有创新变化的部分，创新部分题目综合性强、跨度大、对能力的要求较高.其中选择填空题注重基础知识、基本技能的考查，同时不失灵活性；解答题部分加大了对数学思想、数学方法和技能技巧的考查力度.比如第 17 题在数列求和方面体现了裂项法的技巧性、第 18 题是平面向量与概率的综合问题，在随机事件的列举方面体现了考查将两大知识体系相互融合的能力.后两道压轴题在综合能力考查方面又有所提升.

2013 年普通高等学校招生全国统一考试(江西卷)

数学(理科)解析

陕西省宝鸡市金台高中 晁群彦

第 I 卷（选择题 共 50 分）

一. 选择题：本大题共 10 小题。每小题 5 分，共 50 分。在每个小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合 M={1，2， zi }, i 为虚数单位，N= {3，4}，M∩N= {4}，则复数 z= （　　）

A. -2i　　B. 2i　　C. -4i　　D. 4i

【答案】C

【解析】因为 M∩N= {4}，所以 $4\in M,\therefore zi=4, z=\frac{4}{i}=-4i$. 选 C.

【学科网考点定位】此题主要考查集合的概念、复数的概念、集合的运算和复数的运算，考查分析问题、解决问题的能力.

2. 函数 $y=\sqrt{x}\ln(1-x)$ 的定义域为　　（　　）

A. (0, 1)　　B. [0, 1)　　C. (0, 1]　　D. [0, 1]

【答案】B

【解析】$\because y=\sqrt{x}\ln(1-x),\therefore \begin{cases} x\geq 0 \\ 1-x>0 \end{cases},\therefore 0\leq x<1,$ 选 B.

【学科网考点定位】该题主要考查函数的概念、定义域及其求法.

3. 等比数列 x，3x+3，6x+6，…的的第四项等于　　　　（　　）

A. -24　　B. 0　　C. 12　　D. 24

【答案】A

【解析】由 x，3x+3，6x+6 成等比数列得

$(3x+3)^2=x(6x+6),\therefore x=-3,q=2,\therefore$ 第四项 $=-3\times 2^3=-24$. 选 A.

【学科网考点定位】该题主要考查等比数列的概念和通项公式，考查计算能力.

4. 总体由编号为 01，02，…，19，20 的 20 个个体组成. 利用下面的随机数表选取 5 个个体，选取方法从随机数表第 1 行的第 5 列和第 6 列数字开始由左到右一次选取两个数字，则选出来的第 5 个个体的编号为　　（　　）

7816	6572	0802	6314	0702	4369	9728	0198
3204	9234	4934	8200	3623	4869	6938	7481

A. 08　　B. 07　　C. 02　　D. 01

[答案]D

[解析]从第一行的第 5 列和第 6 列起由左向右读数划去大于 20 的数分别为：08, 02, 14, 07, 01，所以第 5 个个体是 01，选 D.

[学科网考点定位]此题主要考查抽样方法的概念、抽样方法中随机数表法，考查学习能力和运用能力.

5. $(x^2-\frac{1}{x^3})^5$ 展开式中的常数项为（　　）

A．80　　B. -80　　C. 40　　D. -40

【答案】C

【解析】$\because T_{r+1}=C_5^r(-2)^r x^{10-5r}$, 令 $10-5r=0$，得 $r=2,\therefore$ 常数项为 $C_5^2(-2)^2=40$. 选 C.

【学科网考点定位】本题主要考查二项式定理、二项展开式的应用.

6. $S_1=\int_1^2 x^2dx, S_2=\int_1^2\frac{1}{x}dx, S_3=\int_1^2 e^x dx$, 若　，则 s_1, s_2, s_3 的大小关系为（　　）

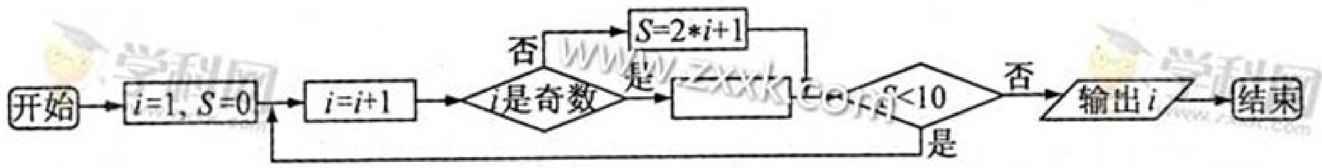
A. $s_1<s_2<s_3$　　B. $s_2<s_1<s_3$　　C. $s_2<s_3<s_1$　　D. $s_3<s_2<s_1$

【答案】B

【解析】$\because S_2=\ln x\Big|_1^2=\ln 2<S_1=\frac{1}{3}x^3\Big|_1^2=\frac{7}{3}<S_3=e^x\Big|_1^2=e^2-e,\therefore S_2<S_1<S_3$.选 B.

【学科网考点定位】此题主要考查定积分、比较大小，考查逻辑推理能力.

7.阅读如下程序框图，如果输出 i=5，那么在空白矩形框中应填入的语句为



A. S=2＊i-2　　B. S=2＊i-1　　C. S=2＊i　　D. S=2＊i+4

【答案】C

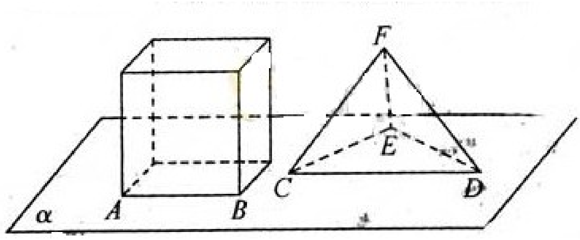
【解析】由程序框图验证知 $1.i=2,s=5;2.i=3,s=2\times3=6;3.i=4,s=9,4.i=5,s=2\times5=10$

符合条件，故选 C.

【学科网考点定位】本题主要考查算法的基本思想、算法的结构和功能，考查抽象思维能力和逻辑推理能力.

8.如果，正方体的底面与正四面体的底面在同一平面α上，且 AB//CD，正方体的六个面所在的平面与直线 CE,EF 相交的平面个数分别记为 m，n，那么 m+n=（　　）

A. 8　　B. 9　　C. 10　　D. 11



【答案】A

【解析】因为过 EF 做垂直于 CD（AB）的平面 α 垂直平分 CD，所以该平面与

过AB中点并与AB垂直的平面β平行，平面β和正方体的4个侧面相交，由于EF和正方体的侧棱不平行，所以它与正方体的六个面所在的平面相交的平面个数为 4.同理与CE相交的平面有4个，共8个，选A.

【学科网考点定位】该题主要考查空间点、线、面的位置关系，考查空间直线与平面的平行与相交，考查空间想象能力和逻辑思维能力.

9.过点（$\sqrt{2}$，0）引直线ι与曲线$y=\sqrt{1-x^2}$ 交于A,B两点 ，O为坐标原点，当△AOB的面积取最大值时，直线ι的斜率等于（　　）

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　B. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$　　C. $\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D-$\sqrt{3}$

【答案】B

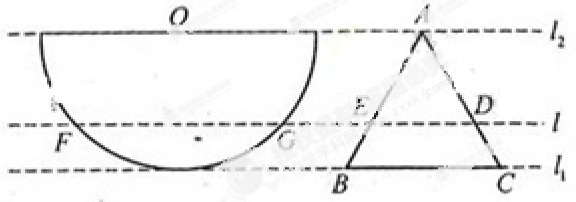
【解析】画图可知过点（$\sqrt{2}$，0）的直线与曲线相切时斜率为-1,所以相交成三角形的直线斜率在（-1,0）之间，故选B.

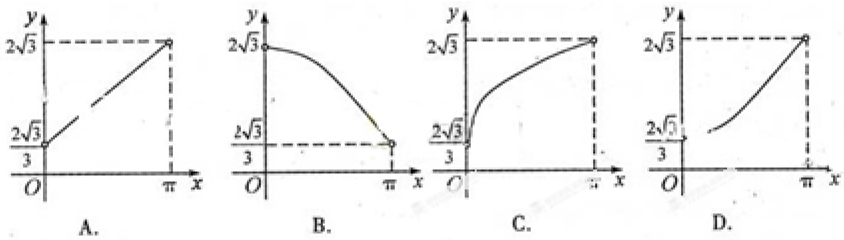
【学科网考点定位】本题主要考查直线与圆的位置关系，考查应用能力和计算能力.

10.如图，半径为1的半圆O与等边三角形ABC夹在两平行线ι_1，ι_2之间，$\iota // \iota_1$，ι与半圆相交于F,G两点，与三角形ABC两边相交于E,D两点。

设弧FG的长为x(0＜x＜π),y=EB+BC+CD，若ι从ι_1平行移动到ι_2，则函数y=f(x)的图像

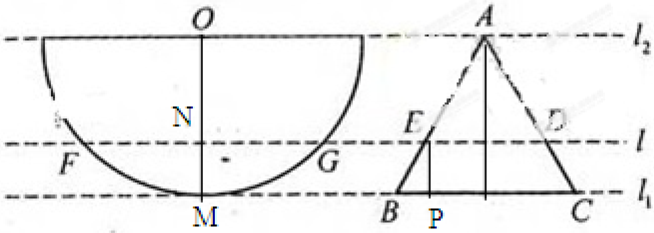
大致是





【答案】D

【解析】如图 $y=2BE+BC=2\dfrac{1-\cos\frac{x}{2}}{\sin 60^\circ}+\dfrac{2}{\sqrt{3}}=\dfrac{6-4\cos\frac{x}{2}}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}-\dfrac{4\sqrt{3}\cos\frac{x}{2}}{3}$. 由余弦函数的图像性质可得 D 正确.



【学科网考点定位】本题主要考查三角函数的概念、图像、性质及其应用.

第Ⅱ卷

二．填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分

11．函数 $y=\sin 2x+2\sqrt{3}\sin^2 x$ 的最小正周期 T 为_______.

【答案】π

【解析】$\because y=\sin 2x+\sqrt{3}(1-\cos 2x)=2\sin(2x-\dfrac{\pi}{3})+\sqrt{3}, \therefore T=\pi.$

【学科网考点定位】此题主要考查三角函数的概念、化简、性质，考查运算能力.

12．设 e_1，e_2 为单位向量。且 e_1、e_2 的夹角为 $\dfrac{\pi}{3}$，若 $a=e_1+3e_2$，$b=2e_1$，则向量 a 在 b 方向上的射影为________.

【答案】$\dfrac{5}{2}$

【解析】$\left|\vec{a}\right|\cos\theta=\left|\vec{a}\right|\cdot\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|\cdot\left|\vec{b}\right|}=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{\left|\vec{b}\right|}=\frac{(\vec{e_1}+3\vec{e_2})2\vec{e_1}}{2}=\frac{2\vec{e_1}\cdot\vec{e_1}+6\vec{e_1}\cdot\vec{e_2}}{2}=1+3\cos\frac{\pi}{3}=\frac{5}{2}$.

【学科网考点定位】该题主要考查平面向量的概念、数量积的性质等基础知识，考查数学能力.

13．设函数 f(x)在（0，+∞）内可导，且 $f(e^x)=x+e^x$，则 $f'(1)$ =__________.

【答案】2

【解析】设 $e^x=t$,则$x=\ln t,\therefore f(t)=\ln t+t,\because f'(t)=\frac{1}{t}+1,\therefore f'(1)=2$.

【学科网考点定位】该题主要考查函数的导数、导数的运算，函数的表示方法，函数与导数.

14．抛物线 $x^2=2py$（p＞0）的焦点为 F，其准线与双曲线$\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{3}=1$ 相交于 A，B 两点，若△ABF 为等边三角形，则 p=__________.

【答案】6

【解析】因为抛物线 $x^2=2py$ 的准线 $y=-\frac{p}{2}$ 和双曲线$\frac{x^2}{3}-\frac{y^2}{3}=1$ 相交交点横坐标为

$x=\pm\sqrt{3+\frac{p^2}{4}},\therefore$由等边三角形得$2\sqrt{3+\frac{p^2}{4}}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=p$,解得$p=6$.

【学科网考点定位】本题主要考查抛物线的概念、标准方程、几何性质，考查分析问题解决问题的能力.

三．选做题：请在下列两题中任选一题作答，若两题都做按其中一题评阅计分。本题共 5 分。

15（1）.（坐标系与参数方程选做题）设曲线 C 的参数方程为：$x=t$，$y=t^2$ （t 为参数），若以直角坐标系的原点为极点，x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系，则曲线 C 的极坐标方程为_______.

【答案】 $\rho=\dfrac{\sin\theta}{1-\sin^2\theta}$

【解析】 $\because x=\rho\cos\theta=t,y=\rho\sin\theta=t^2$,消去参数$t$可得 $\rho=\dfrac{\sin\theta}{1-\sin^2\theta}$.

【学科网考点定位】该题主要考查参数方程，极坐标系、极坐标方程以及它们的关系.

（2）（不等式选做题）在实数范围内，不等式$||x-2|-1|\le 1$的解集为____________.

【答案】 $[0,4]$

【解析】 $\because ||x-2|-1|\le 1,\therefore -1\le|x-2|-1\le 1,\therefore -2\le x-2\le 2,\therefore 0\le x\le 4$.因此解集为$[0,4]$.

【学科网考点定位】本题主要考查绝对值不等式的解法，考查运用能力.

四．解答题：本大题共 6 小题，共 75 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

16.（本小题满分 12 分）

在△ABC 中，角 A，B，C 所对的边分别为 a，b，c，已知

$\cos C+(\cos A-\sqrt{3}\sin A)\cos B=0$.

（1）求角 B 的大小；

（2）若 a+c=1，求 b 的取值范围.

【答案】(1) $\dfrac{\pi}{3}$ (2) $1>b\ge\dfrac{1}{2}$

【解析】(1) $\because -\cos(A+B)+(\cos A-\sqrt{3}\sin A)\cos B=0,\therefore \sin A\sin B-\sqrt{3}\sin A\cos B=0,$

$\therefore \sin A(\sin B-\sqrt{3}\cos B)=0,\therefore \sin B-\sqrt{3}\cos B=0$即$2\sin(B-\dfrac{\pi}{3})=0,\therefore B=\dfrac{\pi}{3}$.

此类求三角形的内角的问题在解法上既可以直接化简求值，也可以运用正余弦定理化边为角，或化角为边，注意角的取值范围.

（2）在三角形 ABC 中有余弦定理得

$b^2=a^2+c^2-2ac\cos\dfrac{\pi}{3}=(a+c)^2-3ac\ge(a+c)^2-3(\dfrac{a+c}{2})^2=\dfrac{1}{4}.\therefore b\ge\dfrac{1}{2}$.

$\because b<a+c=1,\therefore \dfrac{1}{2}\le b<1$.

用余弦定理和均值不等式是解决该类问题常用的解法，但是不能忽略题设条件下边长 b 固有的范围.

【学科网考点定位】本题主要考查解三角形、正余弦定理、基本不等式等基础知识，考查分析问题解决问题的能力.

17.（本小题满分 12 分）

正项数列{a_n}的前 n 项和 S_n 满足：$S_n^2-(n^2+n-1)S_n-(n^2+n)=0$

（1）求数列{a_n}的通项公式 a_n；

（2）令 $b_n=\dfrac{n+1}{(n+2)^2a_n^2}$，数列{$b_n$}的前 n 项和为 T_n．证明：对于任意 n ∈ N*，都有 $T_n<\dfrac{5}{64}$.

【答案】2n

【解析】(1)

$\because S_n^2-(n^2+n-1)S_n-(n^2+n)=0,\therefore\left[S_n-(n^2+n)\right](S_n+1)=0,$

$\because a_n>0,S_n>0,\therefore S_n=n^2+n,\therefore S_{n+1}=(n+1)^2+(n+1),$ 两式相减得：

$a_{n+1}=2(n+1),\therefore a_n=2n.$

形如已知 a_n 和 S_n 大小关系的问题一般都要此解法完成，这是对概念的理解和把握，求解过程要注意项数 n 的取值与通项的统一性.

(2)由（1）代入得

$$b_n=\frac{n+1}{(n+2)^2a_n^2}=\frac{n+1}{(n+2)^2(2n)^2}=\frac{1}{16}\left[\frac{1}{n^2}-\frac{1}{(n+2)^2}\right]$$

$$\therefore T_n=\frac{1}{16}\left[1-\frac{1}{3^2}+\frac{1}{2^2}-\frac{1}{4^2}+\frac{1}{3^2}-\frac{1}{5^2}+\cdots+\frac{1}{(n-1)^2}-\frac{1}{(n+1)^2}+\frac{1}{n^2}-\frac{1}{(n+2)^2}\right]$$

$$=\frac{1}{16}\left[1+\frac{1}{2^2}-\frac{1}{(n+1)^2}-\frac{1}{(n+2)^2}\right]$$

$$<\frac{1}{16}(1+\frac{1}{2^2})=\frac{5}{64}.$$

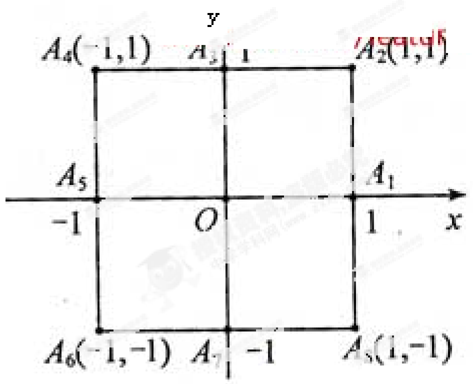
本题用裂项法求和的最大障碍是裂项的技巧，注意学习和积累.

【学科网考点定位】本题主要考查数列的概念、通项、前 n 项的和的基础知识，考查数列求通项、求和的思想和方法，考查分析问题解答问题的能力.

18.（本小题满分 12 分）

小波以游戏方式决定是参加学校合唱团还是参加学校排球队，游戏规则为：以 0 为起点，

再从 A_1， $A_2,A_3,A_4,A_5,A_6,A_7,A_8$（如图）这 8 个点中任取两点分别分终点得到两个向量，记这两个向量的数量积为 X。若 X=0 就参加学校合唱团，否则就参加学校排球队。



（1） 求小波参加学校合唱团的概率；

（2） 求 X 的分布列和数学期望.

【答案】(1) $\frac{2}{7}$ (2) $-\frac{3}{14}$

【解析】(1) 因为 X 满足=0 的是两个垂直的向量有 8 个，从 8 个向量中任取 2 个乘积共有 $C_8^2=28$ 种，所以小波参加学校合唱团的概率为 $P=\frac{8}{28}=\frac{2}{7}$.

(2) 由题意知 X 可能取值有-2，-1，0，1，

$P(X=-2)=\frac{2}{C_8^2}=\frac{1}{14}$，$P(X=-1)=\frac{10}{C_8^2}=\frac{5}{14}$，$P(X=0)=\frac{8}{C_8^2}=\frac{4}{14}$，$P(X=1)=\frac{8}{C_8^2}=\frac{4}{14}$，

X 的分布列如下：

X	-2	-1	0	1
P	$\frac{1}{14}$	$\frac{5}{14}$	$\frac{4}{14}$	$\frac{4}{14}$

$\therefore EX=-2\times\frac{1}{14}+(-1)\times\frac{5}{14}+0\times\frac{4}{14}+1\times\frac{4}{14}=-\frac{3}{14}$.

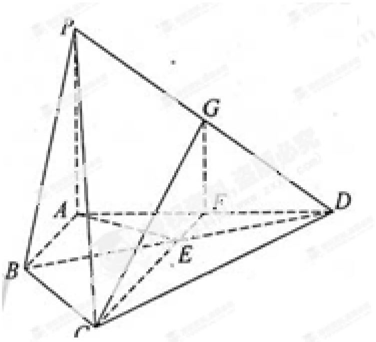
把平面向量和概率综合在一起增加了解题的难度，所以通过计算向量的数量积，列举随机变量 X 的取值不能够轻视，同时计算相应取值的概率也是值得细心去做的.

【学科网考点定位】该题主要考查离散型随机变量 X 的概率分布、期望，平面向量的概念和运算，随机变量的概率等基础知识，考查综合分析能力和运算能力.

19（本小题满分 12 分）

如图，四棱锥 P-ABCD 中，PA⊥平面 ABCD，E 为 BD 的中点，G 为 PD 的中点，△DAB ≌△

DCB，EA=EB=AB=1，PA=$\frac{3}{2}$，连接 CE 并延长交 AD 于 F.



（1） 求证：AD⊥平面 CFG；

（2） 求平面 BCP 与平面 DCP 的夹角的余弦值.

【答案】$\frac{\sqrt{2}}{4}$

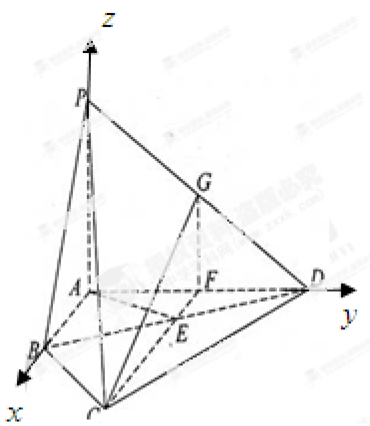
【解析】（1）因为△DAB ≌△DCB，EA=EB=AB=1，所以△ECB 是等边，

$\therefore \angle DEF=\angle EBA=60^{\circ}$，

$\therefore EF//AB, EF=\frac{1}{2}AE, GF//PA$，在$\triangle AEF$中$\because \angle AEF=60^{\circ}, \therefore \angle AFE=90^{\circ}$，$AF\perp EF$，即$AD\perp CF$.

$\because PA\perp$平面$ABCD$，$\therefore GF\perp$平面$ABCD$，$\therefore GF\perp AD, CF\cap GF=F$，$\therefore AD\perp$平面$CFG$.

(2)建立空间坐标系如图，



取向观点的坐标为 $B(1,0,0),C(\frac{3}{2},\frac{\sqrt{3}}{2},0),P(0,0,\frac{3}{2}),D(0,\sqrt{3},0)$，向量

$\overline{BC}=(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2},0),\overline{BC}=(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2},0),\overline{PD}=(0,\ 2\sqrt{3},-\frac{3}{2}),\overline{DC}=(\frac{3}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2},0)$,设平面 PBC 的法向量 $\overline{n_1}=(x_1,y_1,z_1)$,平面 PDC 的法向量 $\overline{n_2}=(x_2,y_2,z_2)$,则

$$\begin{cases}2+\frac{\sqrt{3}}{2}y_1=0\\-\frac{3}{2}x_1-\frac{\sqrt{3}}{2}y_1+\frac{3}{2}z_1=0\end{cases},\begin{cases}-\frac{3}{2}x_2+\frac{\sqrt{3}}{2}y_2=0\\-\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}y_2+\frac{3}{2}z_2=0\end{cases}\therefore\overline{n_1}=(1,-\frac{\sqrt{3}}{3},\frac{2}{3}),\text{同理}\overline{n_2}=(1,\sqrt{3},2).$$

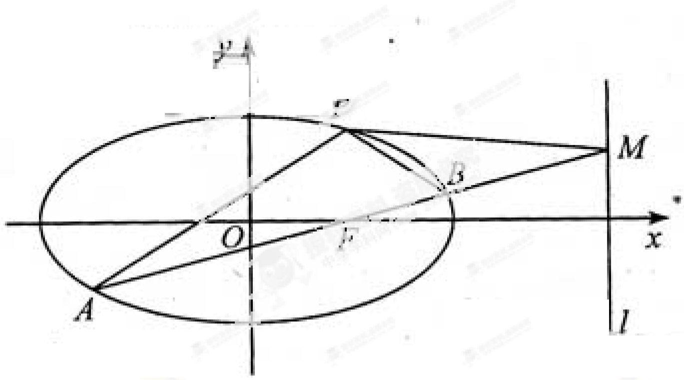
$$\therefore\text{两平面夹角的余弦}\cos\theta=\frac{|\overline{n_1}\cdot\overline{n_2}|}{|\overline{n_1}||\overline{n_2}|}=\frac{\frac{4}{3}}{\sqrt{\frac{16}{9}}\cdot\sqrt{8}}=\frac{\sqrt{2}}{4}.$$

空间向量法是解答空间几何问题常用方法，这种方法的关键是法向量的计算以及用法向量来计算空间角和空间距离、证明平行垂直关系.

【学科网考点定位】本题主要考查空间垂直关系的证明、平行关系的运用，考查空间角的求解方法，考查空间想象能力、推理论证能力、计算能力.

20.（本小题满分 13 分）

如图，椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 经过点 P（1. $\frac{3}{2}$），离心率 e=$\frac{1}{2}$，直线 l 的方程为 x=4.



(1)求椭圆 C 的方程；

(2)AB 是经过右焦点 F 的任一弦（不经过点 P），设直线 AB 与直线 l 相交于点 M，记 PA，PB，PM 的斜率分别为 k_1,k_2,k_3. 问：是否存在常数 λ，使得 $k_1+k_2=\lambda k_3$？若存在，

求λ的值；若不存在，说明理由.

【答案】(1) $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$ (2) 存在

【解析】(1) 由$P(1,\frac{3}{2})$在椭圆上得:$\frac{1}{a^2}+\frac{9}{4b^2}=1$ ① $\because a=2c,\therefore b^2=3c^2$ ②

②代入①得$c^2=1,a^2=4,b^2=3,\therefore$椭圆$C$:$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1$.

(2) 设$B(x_0,y_0)(x_0\neq 1)$,则直线BF方程为：$y=\frac{y_0}{x_0-1}(x-1)$,令$x=4$得$M(4,\frac{3y_0}{x_0-1})$，

$\therefore$PM的斜率$k_3=\frac{2y_0-x_0+1}{2(x_0-1)}$,联立$\begin{cases} y=\frac{y_0}{x_0-1}(x-1) \\ \frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{3}=1 \end{cases}$ 得：$A(\frac{5x_0-8}{2x_0-5},\frac{3y_0}{2x_0-5})$．

$\therefore k_1=\frac{2y_0-2x_0+5}{2(x_0-1)},k_2=\frac{2y_0-3}{2(x_0-1)},\therefore k_1+k_2=\frac{2y_0-2x_0+5}{2(x_0-1)}+\frac{2y_0-3}{2(x_0-1)}=\frac{2y_0-x_0+1}{x_0-1}$.

故存在$\lambda=2$符合题意.

先通过联立方程组求点的坐标，再计算斜率，化简后得到λ的值.本解法适用于一般的直线和圆锥曲线的关系问题.也可以设A,B两点坐标，由根与系数的关系结合已知直线方程表示斜率，通过化简求解.

【学科网考点定位】本题主要考查圆锥曲线的定义、标准方程、几何性质，直线与圆锥曲线的交点等基础知识，考查分析问题、解决问题的能力，考查逻辑推理能力，推理论证能力和计算能力.

21.（本小题满分14分）

已知函数$f(x)=a(1-2\left|x-\frac{1}{2}\right|)$, a为常数且a＞0.

（2）证明：函数f（x）的图像关于直线x=$\frac{1}{2}$对称；

（3）若x_0满足f（f（x_0））= x_0, 但f（x_0）≠x_0，则x_0称为函数f（x）的二阶周期点，如果f（x）有两个二阶周期点x_1，x_2，试确定a的取值范围；

（4）对于（2）中的 x_1，x_2，和 a，设 x_3 为函数 f（f（x））的最大值点，A（x_1，f（f（x_1））），B（x_2，f（f（x_2））），C（x_3，0），记△ABC 的面积为 S（a），讨论 S（a）的单调性.

【答案】（2）$a>\frac{1}{2}$

【解析】

(1) 证明：因为$f(\frac{1}{2}+x)=a(1-2|x|)$，$f(\frac{1}{2}-x)=a(1-2|x|)$，$\therefore f(\frac{1}{2}+x)=f(\frac{1}{2}-x)$，

所以$f(x)$图像关于$x=\frac{1}{2}$对称.

(2) 当$0<a<\frac{1}{2}$时，$f(f(x))=\begin{cases}x, & x\le\frac{1}{2}\\ 4a^2(1-x), & x>\frac{1}{2}\end{cases}$ $\therefore f(f(x))=x$只有一个解$x=0$，$\because f(0)=0$，

$\therefore 0$不是二阶周期点.

当$a=\frac{1}{2}$时，$f(f(x))=\begin{cases}x, & x\le\frac{1}{2}\\ 1-x, & x>\frac{1}{2}\end{cases}$

$\therefore f(f(x))=x$的解为$x\le\frac{1}{2}$，而当$x\le\frac{1}{2}$时，$f(x)=x$，$\therefore$满足$x\le\frac{1}{2}$的都不是二阶周期点.

当$a>\frac{1}{2}$时，$f(f(x))=\begin{cases}4a^2x, & x\le\frac{1}{4a}.\\ 2a-4a^2x, & \frac{1}{4a}<x\le\frac{1}{2}.\\ 2a(1-2a)+4a^2x, & \frac{1}{2}<x\le\frac{4a-1}{4a}.\\ 4a^2-4a^2x, & x>\frac{4a-1}{4a}\end{cases}$

$\therefore f(f(x))=x$有四个解$0,\frac{2a}{1+4a^2},\frac{2a}{1+2a},\frac{4a^2}{1+4a^2}$，$\because f(0)=0$，

$f(\frac{2a}{1+2a})=\frac{2a}{1+2a}$，$f(\frac{2a}{1+4a^2})\ne\frac{2a}{1+4a^2}$，$f(\frac{4a^2}{1+4a^2})\ne\frac{4a^2}{1+4a^2}$.

故$\frac{2a}{1+4a^2},\frac{4a^2}{1+4a^2}$是$f(x)$的二阶周期点综上，所求$a$的取值范围是$a>\frac{1}{2}$.

(3)由（2）知$x_1=\frac{2a}{1+4a^2}$，$x_2=\frac{4a^2}{1+4a^2}$，$\because x_3$是最大值点，$\therefore x_3=\frac{1}{4a}$或$\frac{4a-1}{4a}$.

当$x_3=\frac{1}{4a}$时，$S(a)=\frac{2a-1}{4(1+4a^2)}$，$\therefore S'(a)=\frac{2(a-\frac{1+\sqrt{2}}{2})(a-\frac{1-\sqrt{2}}{2})}{4(1+4a^2)^2}$.

$\therefore$当$a\in(\frac{1}{2},\frac{1+\sqrt{2}}{2})$时，$S(a)$单调递增，当$a\in(\frac{1+\sqrt{2}}{2},+\infty)$时，$S(a)$单调递减.

当$x_3=\frac{4a-1}{4a}$时，$S(a)=\frac{8a^2+6a+1}{4(1+4a^2)}$，$\therefore S'(a)=\frac{12a^2+4a-3}{2(1+4a^2)^2}$，$\because a>\frac{1}{2}$，$\therefore S'(a)=\frac{12a^2+4a-3}{2(1+4a^2)^2}>0$，

$\therefore a\in(\frac{1}{2},+\infty)$ 时$S(a)$单调递增.

【学科网考点定位】本题主要考查函数的概念、图像和性质，考查函数与导数等基础知识，考查理解能力、运用和创新能力，考查综合处理能力等.