# 2004年江西高考文科数学真题及答案

本试卷分第I卷（选择题）和第II卷（非选择题）两部分．共150分．考试时间120分钟．

第I卷（选择题 共60分）

参考公式：

如果事件A、B互斥，那么

P（A+B）=P（A）+P（B）

如果事件A、B相互独立，那么

P（A•B）=P（A）•P（B）

如果事件A在一次试验中发生的概率是P，那么

n次独立重复试验中恰好发生k次的概率

$P_n(k)=C_n^k P^k(1-P)^{n-k}$

球的表面积公式

$S=4\pi R^2$

其中R表示球的半径，

球的体积公式

$V=\frac{4}{3}\pi R^3$，

其中R表示球的半径

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分．　.

1．设集合U={1，2，3，4，5}，A={1，2，3}，B={2，5}，则A∩（$C_U$B）=　（　　）

A．{2}　　B．{2，3}　　C．{3}　　D．{1，3}

2．已知函数 $f(x)=\lg\frac{1-x}{1+x}$，若 $f(a)=\frac{1}{2}$，则 $f(-a)=$　（　　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．$-\frac{1}{2}$　　C．2　　D．$-2$

3．已知 $\vec{a},\vec{b}$ 均为单位向量，它们的夹角为60°，那么 $|\vec{a}+3\vec{b}|=$　（　　）

A．$\sqrt{7}$　　B．$\sqrt{10}$　　C．$\sqrt{13}$　　D．4

4．函数 $y=\sqrt{x-1}+1(x\geq 1)$ 的反函数是　（　　）

A．$y=x^2-2x+2(x<1)$　　B．$y=x^2-2x+2(x\geq 1)$

C．$y=x^2-2x(x<1)$　　D．$y=x^2-2x(x\geq 1)$

5．$(2x^3-\frac{1}{\sqrt{x}})^7$ 的展开式中常数项是　（　　）

A．14　　B．$-14$　　C．42　　D．$-42$

6．设 $\alpha\in(0,\frac{\pi}{2})$ 若 $\sin\alpha=\frac{3}{5}$，则 $\sqrt{2}\cos(\alpha+\frac{\pi}{4})=$　（　　）

A．$\frac{7}{5}$　　B．$\frac{1}{5}$　　C．$\frac{7}{2}$　　D．4

7．椭圆 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$ 的两个焦点为$F_1$、$F_2$，过$F_1$作垂直于 $x$ 轴的直线与椭圆相交，一个交点

为P，则$|\overrightarrow{PF_2}|=$ （　　）

A．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B．$\sqrt{3}$　　C．$\frac{7}{2}$　　D．4

8．设抛物线$y^2=8x$的准线与$x$轴交于点Q，若过点Q的直线$l$与抛物线有公共点，则直线$l$的斜率的取值范围是 （　　）

A．$[-\frac{1}{2},\frac{1}{2}]$　　B．[－2，2]　　C．[－1，1]　　D．[－4，4]

9．为了得到函数$y=\sin(2x-\frac{\pi}{6})$的图象，可以将函数$y=\cos 2x$的图象 （　　）

A．向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度　　B．向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度

C．向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度　　D．向左平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度

10．已知正四面体ABCD的表面积为S，其四个面的中心分别为E、F、G、H，设四面体EFGH的表面积为T，则$\frac{T}{S}$等于 （　　）

A．$\frac{1}{9}$　　B．$\frac{4}{9}$　　C．$\frac{1}{4}$　　D．$\frac{1}{3}$

11．从1，2，……，9这九个数中，随机抽取3个不同的数，则这3个数的和为偶数的概率是 （　　）

A．$\frac{5}{9}$　　B．$\frac{4}{9}$　　C．$\frac{11}{21}$　　D．$\frac{10}{21}$

12．已知$a^2+b^2=1, b^2+c^2=2, c^2+a^2=2$，则$ab+bc+ca$的最小值为 （　　）

A．$\sqrt{3}-\frac{1}{2}$　　B．$\frac{1}{2}-\sqrt{3}$　　C．$-\frac{1}{2}-\sqrt{3}$　　D．$\frac{1}{2}+\sqrt{3}$

第II卷（非选择题　共90分）

二、填空题：本大题共4小题，每小题4分，共16分. 把答案填在题中横线上.

13．不等式$x+x^3\geq 0$的解集是____________．

14．已知等比数列$\{a_n\}$中，$a_3=3, a_{10}=384$，则该数列的通项$a_n=$______________.

15．由动点P向圆$x^2+y^2=1$引两条切线PA、PB，切点分别为A、B，∠APB=60°，则动点P的轨迹方程为________________．

16．已知a、b为不垂直的异面直线，$\alpha$是一个平面，则a、b在$\alpha$上的射影有可能是______．

①两条平行直线　　②两条互相垂直的直线

③同一条直线　　④一条直线及其外一点

在一面结论中，正确结论的编号是______________（写出所有正确结论的编号）.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 74 分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17.（本小题满分 12 分）

等差数列{$a_n$}的前 n 项和记为 $S_n$. 已知 $a_{10}=30, a_{20}=50.$

（Ⅰ）求通项 $a_n$；

（Ⅱ）若 $S_n$=242，求 n.

18.（本小题满分 12 分）

求函数 $f(x)=\dfrac{\sin^4 x+\cos^4 x+\sin^2 x\cos^2 x}{2-\sin 2x}$ 的最小正周期、最大值和最小值.

19.（本小题满分 12 分）

已知 $f(x)=ax^3+3x^2-x+1$ 在 R 上是减函数，求 $a$ 的取值范围.

20.（本小题满分 12 分）

从 10 位同学（其中 6 女，4 男）中随机选出 3 位参加测验.每位女同学能通过测验的概率均为 $\dfrac{4}{5}$，每位男同学能通过测验的概率均为 $\dfrac{3}{5}$. 试求：

（I）选出的 3 位同学中，至少有一位男同学的概率；

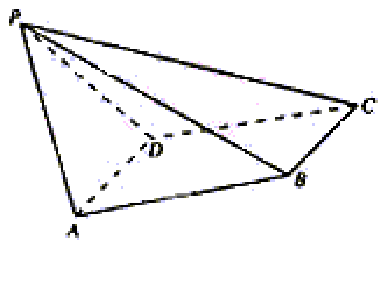
（II）10 位同学中的女同学甲和男同学乙同时被选中且通过测验的概率.

21.（本小题满分 12 分）

如图，已知四棱锥 P—ABCD，PB⊥AD，侧面 PAD 为边长等于 2 的正三角形，底面 ABCD 为菱形，侧面 PAD 与底面 ABCD 所成的二面角为 120°.

（I）求点 P 到平面 ABCD 的距离；

（II）求面 APB 与面 CPB 所成二面角的大小.



22.（本小题满分 14 分）

设双曲线 C：$\dfrac{x^2}{a^2}-y^2=1(a>0)$与直线$l:x+y=1$相交于两个不同的点 A、B.

（I）求双曲线 C 的离心率 e 的取值范围：

（II）设直线 $l$ 与 y 轴的交点为 P，且 $\overrightarrow{PA}=\dfrac{5}{12}\overrightarrow{PB}$. 求 $a$ 的值.

## 文科数学参考答案

**一、选择题**

DBCBABCCBACB

**二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分. 把答案填在题中横线上.**

13．$\{x|x\geqslant 0\}$　14．$3\cdot 2^{n-3}$　15．$x^2+y^2=4$　16．①②④

**三、解答题**

17．本小题主要考查等差数列的通项公式、求和公式，考查运算能力. 满分 12 分.

解：（Ⅰ）由 $a_n=a_1+(n-1)d, a_{10}=30, a_{20}=50,$ 得方程组

$\begin{cases} a_1+9d=30, \\ a_1+19d=50. \end{cases}$ ……4 分　解得 $a_1=12, d=2.$　所以　$a_n=2n+10.$……7 分

（Ⅱ）由 $S_n=na_1+\dfrac{n(n-1)}{2}d, S_n=242$ 得方程

$12n+\dfrac{n(n-1)}{2}\times 2=242.$ ……10 分 解得 $n=11$或$n=-22$(舍去).………12 分

18．本小题主要考查三角函数基本公式和简单的变形，以及三角函数的有关性质. 满分 12 分.

解：$f(x)=\dfrac{(\sin^2 x+\cos^2 x)^2-\sin^2 x\cos^2 x}{2-2\sin x\cos x}$

$=\dfrac{1-\sin^2 x\cos^2 x}{2(1-\sin x\cos x)}$ ………………6 分

$=\dfrac{1}{2}(1+\sin x\cos x)$

$=\dfrac{1}{4}\sin 2x+\dfrac{1}{2}.$

所以函数 $f(x)$ 的最小正周期是 $\pi$，最大值是 $\frac{3}{4}$, 最小值是 $\frac{1}{4}$.…………12 分

19．本小题主要考查导数的概念和计算，应用导数研究函数单调性的基本方法，考查综合运用数学知识解决问题的能力. 满分 12 分.

解：函数 $f(x)$ 的导数：$f'(x)=3ax^2+6x-1$.………………3 分

（Ⅰ）当 $f'(x)<0$（$x\in R$）时，$f(x)$ 是减函数.

$3ax^2+6x-1<0(x\in R) \quad \Leftrightarrow a<0且\Delta=36+12a<0 \qquad \Leftrightarrow a<-3.$

所以，当 $a<-3$时,由$f'(x)<0$,知$f(x)(x\in R)$ 是减函数；………………9 分

（II）当 $a=-3$ 时，$f(x)=-3x^3+3x^2-x+1=-3(x-\frac{1}{3})^3+\frac{8}{9}$,

由函数 $y=x^3$ 在 R 上的单调性，可知

当 $a=-3$ 时，$f(x)(x\in R)$ 是减函数；

（III）当 $a>-3$ 时，在 R 上存在一个区间，其上有 $f'(x)>0$,

所以，当 $a>-3$ 时，函数 $f(x)(x\in R)$ 不是减函数.

综上，所求 $a$ 的取值范围是（$-\infty,-3$].………………12 分

20．本小题主要考查组合，概率等基本概念，独立事件和互斥事件的概率以及运用概率知识解决实际问题的能力，满分 12 分.

解：（Ⅰ）随机选出的 3 位同学中，至少有一位男同学的概率为

$1-\frac{C_6^3}{C_{10}^3}=\frac{5}{6}$；………………6 分

（Ⅱ）甲、乙被选中且能通过测验的概率为

$\frac{C_8^1}{C_{10}^3}\times\frac{4}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{4}{125}$.；………………12 分

21．本小题主要考查棱锥，二面角和线面关系等基本知识，同时考查空间想象能力和推理、运算能力. 满分 12 分.

(I）解：如图，作 PO⊥平面 ABCD，垂足为点 O. 连结 OB、OA、OD、OB 与 AD 交于点 E，连结 PE.

∵AD⊥PB，∴AD⊥OB，

∵PA=PD，∴OA=OD，

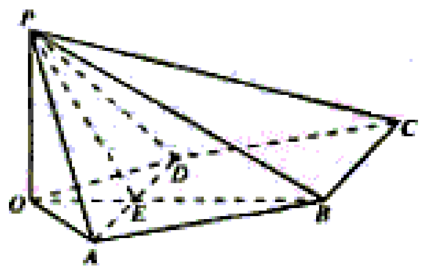
于是 OB 平分 AD，点 E 为 AD 的中点，所以 PE⊥AD.

由此知∠PEB 为面 PAD 与面 ABCD

所成二面角的平面角，………………4 分

∴∠PEB=120°，∠PEO=60°

由已知可求得 PE=$\sqrt{3}$



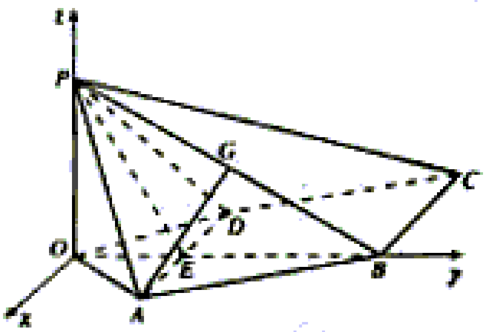
∴PO=PE • sin60° $=\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3}{2}$，

即点 P 到平面 ABCD 的距离为$\frac{3}{2}$. ………………6 分

（II）解法一：如图建立直角坐标系，其中 O 为坐标原点，$x$ 轴平行于 DA.

$P(0,0,\frac{3}{2}),B(0,\frac{3\sqrt{3}}{2},0),PB$中点$G$的坐标为$(0,\frac{3\sqrt{3}}{4},\frac{3}{4})$. 连结 AG.

又知 $A(1,\frac{\sqrt{3}}{2},0),C(-2,\frac{3\sqrt{3}}{2},0)$. 由此得到：




$\overrightarrow{GA}=(1,-\frac{\sqrt{3}}{4},-\frac{3}{4})$,

$\overrightarrow{PB}=(0,\frac{3\sqrt{3}}{2},-\frac{3}{2}),\overrightarrow{BC}=(-2,0,0)$.

于是有$\overrightarrow{GA}\cdot\overrightarrow{PB}=0,\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{PB}=0$

所以$\overrightarrow{GA}\perp\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{BC}\perp\overrightarrow{PB}$.　　$\overrightarrow{GA},\overrightarrow{BC}$的夹角$\theta$

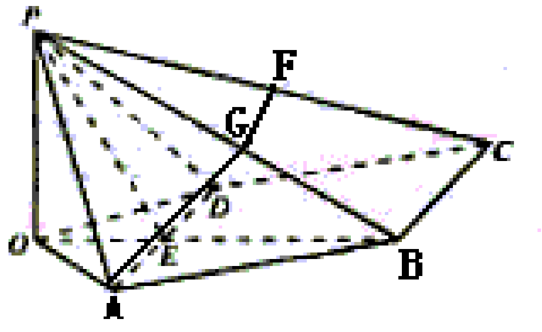
等于所求二面角的平面角，…………10 分

于是$\cos\theta=\frac{\overrightarrow{GA}\cdot\overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{GA}|\cdot|\overrightarrow{BC}|}=-\frac{2\sqrt{7}}{7}$,

所以所求二面角的大小为$\pi-\arccos\frac{2\sqrt{7}}{7}$. …………12 分

解法二：如图，取 PB 的中点 G，PC 的中点 F，连结 EG、AG、GF，则 AG⊥PB，FG//BC，

FG=$\frac{1}{2}$BC.




∵AD⊥PB，∴BC⊥PB，FG⊥PB，

∴∠AGF 是所求二面角的平面角.……9 分

∵AD⊥面 POB，∴AD⊥EG.

又∵PE=BE，∴EG⊥PB，且∠PEG=60°.

在 Rt△PEG 中，EG=PE • cos60° $=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

在 Rt△PEG 中，EG=$\frac{1}{2}$AD=1.　于是 tan∠GAE=$\frac{EG}{AE}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

又∠AGF=π－∠GAE.　所以所求二面角的大小为π－arctan$\frac{\sqrt{3}}{2}$. …………12 分

22.（本小题主要考查直线和双曲线的概念和性质，平面向量的运算等解析几何的基本思想和综合解题能力.

满分 14 分.

解：（I）由 C 与 t 相交于两个不同的点，故知方程组

$$\begin{cases}\dfrac{x^2}{a^2}-y^2=1,\\ x+y=1.\end{cases}$$

有两个不同的实数解. 消去 y 并整理得 （1－$a^2$）$x^2+2a^2x-2a^2=0$. ① ……2 分

所以$\begin{cases}1-a^2\neq 0.\\ 4a^4+8a^2(1-a^2)>0.\end{cases}$ 解得$0<a<\sqrt{2}$且$a\neq 1$.

双曲线的离心率

$e=\dfrac{\sqrt{1+a^2}}{a}=\sqrt{\dfrac{1}{a^2}+1}$. $\because 0<a<\sqrt{2}$且$a\neq 1$,

$\therefore e>\dfrac{\sqrt{6}}{2}$且$e\neq\sqrt{2}$

即离心率$e$的取值范围为$(\dfrac{\sqrt{6}}{2},\sqrt{2})\cup(\sqrt{2},+\infty)$.……6分

（II）设 $A(x_1,y_1),B(x_2,y_2),P_1(0,1)$

$\because \overrightarrow{PA}=\dfrac{5}{12}\overrightarrow{PB}$, $\therefore (x_1,y_1-1)=\dfrac{5}{12}(x_2,y_2-1)$. 由此得$x_1=\dfrac{5}{12}x_2$.……8 分

由于 $x_1$，$x_2$ 都是方程①的根，且 $1-a^2\neq 0$，

所以$\dfrac{17}{12}x_2=-\dfrac{2a^2}{1-a^2}$, $\dfrac{5}{12}x_2^2=-\dfrac{2a^2}{1-a^2}$.消去,$x_2$,得$-\dfrac{2a^2}{1-a^2}=\dfrac{289}{60}$

由$a>0$,所以$a=\dfrac{17}{13}$.………14分