

2014年普通高等学校招生全国统一考试(重庆卷)

数学试题(理工农医类)

一.选择题:本大题共10小题,每小题5分,共50分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1.复平面内表示复数 $i(1-2i)$ 的点位于()

- A. 第一象限
B. 第二象限
C. 第三象限
D. 第四象限

2.对任意等比数列 $\{a_n\}$,下列说法一定正确的是()

- A. a_1, a_3, a_9 成等比数列
B. a_2, a_3, a_6 成等比数列
C. a_2, a_4, a_8 成等比数列
D. a_3, a_6, a_9 成等比数列

3.已知变量 x 与 y 正相关,且由观测数据算得样本平均数 $\bar{x}=3$, $\bar{y}=3.5$,则由该观测的数据算得的线性回归方程可能是()

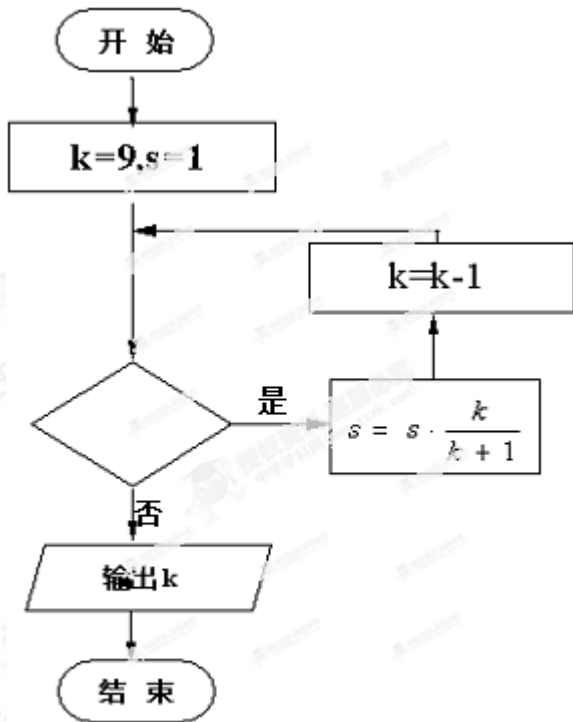
- A. $\hat{y}=0.4x+2.3$
B. $\hat{y}=2x-2.4$
C. $\hat{y}=-2x+9.5$
D. $\hat{y}=-0.3x+4.4$

4.已知向量 $\vec{a}=(k,3)$, $\vec{b}=(1,4)$, $\vec{c}=(2,1)$,且 $(2\vec{a}-3\vec{b}) \perp \vec{c}$,则实数 $k=()$

- A. $-\frac{9}{2}$
B. 0
C. 3
D. $\frac{15}{2}$

5.执行如题(5)图所示的程序框图,若输出 k 的值为6,则判断框内可填入的条件是()

- A. $s > \frac{1}{2}$
B. $s > \frac{3}{5}$
C. $s > \frac{7}{10}$
D. $s > \frac{4}{5}$



题(5)图

6. 已知命题

p : 对任意 $x \in R$, 总有 $2^x > 0$;

q : " $x > 1$ " 是 " $x > 2$ " 的充分不必要条件

则下列命题为真命题的是 ()

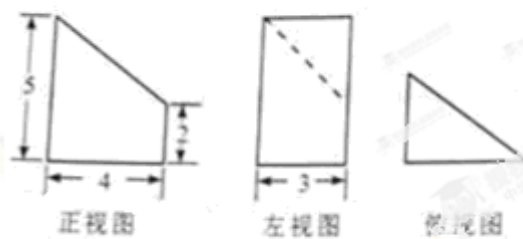
A. $p \wedge q$

B. $\neg p \wedge \neg q$

C. $\neg p \wedge q$

D. $p \wedge \neg q$

7. 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体的表面积为 ()



A. 54

B. 60

C. 66

D. 72

8. 设 F_1, F_2 分别为双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左、右焦点, 双曲线上存在一点 P 使得

$|PF_1| + |PF_2| = 3b, |PF_1| \cdot |PF_2| = \frac{9}{4}ab$, 则该双曲线的离心率为 ()

- A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{5}{3}$ C. $\frac{9}{4}$ D. 3

9. 某次联欢会要安排 3 个歌舞类节目、2 个小品类节目和 1 个相声类节目的演出顺序, 则同类节目不相邻的排法种数是 ()

- A. 72 B. 120 C. 144 D. 168

10. 已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 满足 $\sin 2A + \sin(A - B + C) = \sin(C - A - B) + \frac{1}{2}$, 面积 S 满足

$1 \leq S \leq 2$, 记 a, b, c 分别为 A, B, C 所对的边, 则下列不等式一定成立的是 ()

- A. $bc(b+c) > 8$ B. $ac(a+b) > 16\sqrt{2}$ C. $6 \leq abc \leq 12$ D. $12 \leq abc \leq 24$

二、填空题.

11. 设全集 $U = \{n \in \mathbb{N} | 1 \leq n \leq 10\}$, $A = \{1, 2, 3, 5, 8\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, 则 $(\complement_U A) \cap B =$ _____.

12. 函数 $f(x) = \log_2 \sqrt{x} \cdot \log_{\sqrt{2}}(2x)$ 的最小值为 _____.

13. 已知直线 $ax + y - 2 = 0$ 与圆心为 C 的圆 $(x-1)^2 + (y-a)^2 = 4$ 相交于 A, B 两点, 且

$\triangle ABC$ 为等边三角形, 则实数 $a =$ _____.

考生注意: 14、15、16 三题为选做题, 请从中任选两题作答, 若三题全做, 则按前两题给分.

14. 过圆外一点 P 作圆的切线 PA (A 为切点), 再作割线 PBC 分别交圆于 B, C , 若 $PA = 6$,

$AC = 8, BC = 9$, 则 $AB =$ _____.

15. 已知直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 + t \end{cases}$ (t 为参数), 以坐标原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系,

曲线 C 的极坐标方程为 $\rho \sin^2 \theta - 4 \cos \theta = 0$ ($\rho \geq 0, 0 \leq \theta < 2\pi$), 则直线 l 与曲线 C 的公共点的极径

$\rho =$ _____.

16. 若不等式 $|2x-1| + |x+2| \geq a^2 + \frac{1}{2}a + 2$ 对任意实数 x 恒成立, 则实数 a 的取值范围是 _____.

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 75 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (本小题 13 分, (I) 小问 5 分, (II) 小问 8 分)

已知函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin(ax + \varphi)$ ($\omega > 0, -\frac{\pi}{2} \leq \varphi < \frac{\pi}{2}$) 的图像关于直线 $x = \frac{\pi}{3}$ 对称, 且图像上相邻两个

最高点的距离为 π .

(I) 求 ω 和 φ 的值;

(II) 若 $f\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{4}$ ($\frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{2\pi}{3}$), 求 $\cos\left(\alpha + \frac{3\pi}{2}\right)$ 的值.

18. (本小题满分 13 分, (I) 小问 5 分, (II) 小问 8 分)

一盒中装有 9 张各写有一个数字的卡片, 其中 4 张卡片上的数字是 1, 3 张卡片上的数字是 2, 2 张卡片上的数字是 3, 从盒中任取 3 张卡片.

(I) 求所取 3 张卡片上的数字完全相同的概率.

(II) X 表示所取 3 张卡片上的数字的中位数, 求 X 的分布列与数学期望.

(注: 若三个数 a, b, c 满足 $a \leq b \leq c$, 则称 b 为这三个数的中位数).

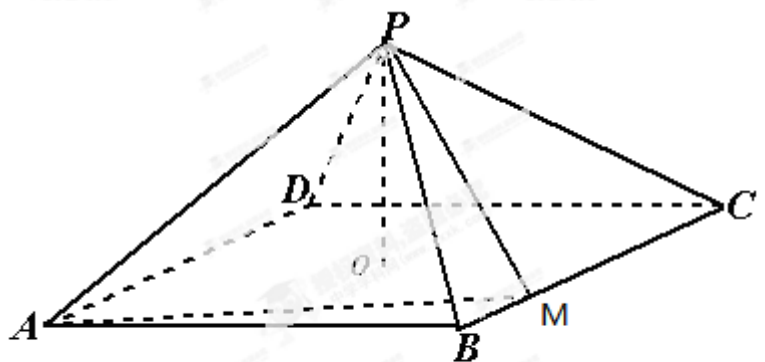
19. (本小题满分 13 分, (I) 小问 6 分, (II) 小问 7 分)

如题 (19) 图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面是以 O 为中心的菱形, $PO \perp$ 底面 $ABCD$,

$AB = 2, \angle BAD = \frac{\pi}{3}$, M 为 BC 上一点, 且 $BM = \frac{1}{2}, MP \perp AP$.

(I) 求 PO 的长;

(II) 求二面角 $A-PM-C$ 的正弦值.



题 (19) 图

20. (本小题满分 12 分, (I) 小问 4 分, (II) 小问 3 分, (III) 小问 5 分)

已知函数 $f(x) = ae^{2x} - be^{-2x} - cx$ ($a, b, c \in R$) 的导函数 $f'(x)$ 为偶函数, 且曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线的斜率为 $4 - c$.

(I) 确定 a, b 的值;

(II) 若 $c = 3$, 判断 $f(x)$ 的单调性;

(III) 若 $f(x)$ 有极值, 求 c 的取值范围.

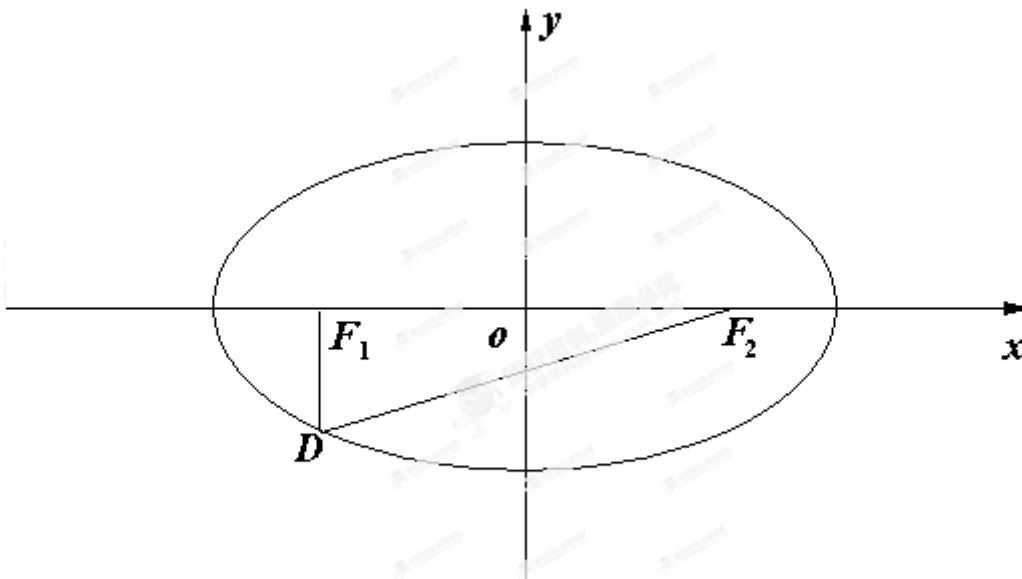
21. (本小题满分 12 分, (I) 小问 5 分, (II) 小问 7 分)

如题 (21) 图, 设椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 点 D 在椭圆上,

$$DF_1 \perp F_1F_2, \frac{|F_1F_2|}{|DF_1|} = 2\sqrt{2}, \Delta DF_1F_2 \text{ 的面积为 } \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

(I) 求该椭圆的标准方程;

(II) 设圆心在 y 轴上的圆与椭圆在 x 轴的上方有两个交点, 且圆在这两个交点处的两条切线相互垂直并分别过不同的焦点, 求圆的半径..



题 (21) 图

22. (本小题满分 12 分, (I) 小问 4 分, (II) 小问 8 分)

$$\text{设 } a_1 = 1, a_{n+1} = \sqrt{a_n^2 - 2a_n + 2} + b (n \in N^*)$$

(I) 若 $b = 1$, 求 a_2, a_3 及数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 若 $b = -1$, 问: 是否存在实数 c 使得 $a_{2n} < c < a_{2n+1}$ 对所有 $n \in N^*$ 成立? 证明你的结论.

