2007年重庆高考文科数学真题及答案

共5页，满分150分，考试时间120分钟

注意事项：

1.答题前，务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡规定的位置上。

2.答选择题时，必须使用2B铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。

3.答非选择题时，必须使用0.5毫米黑色铅字笔，将答案书写在答案卡规定的位置上。

4.所有题目必须在答题卡上作答，在试题卷上答题无效。

5.考试结束后，将试题卷和答题卡一并交回。

参考公式：

如果事件A、B互斥，那么$P(A+B)=P(A)+P(B)$

如果事件A、B相互独立，那么$P(A\cdot B)=P(A)\cdot P(B)$

如果事件A在一次试验中发生的概率是P，那么n次独立重复试验中事件A恰好发生k次的概率　　$P(k)=C_n^1 p^k(1-p)^{n-k}(k=0,1,2\dots,\ n)$

一、选择题 本大题共12小题，每小题5分，共60分，在每小题给出的四个备选项中，只有一项是符合题目要求的。

（1）在等比数列$\{a_n\}$中，$a_2=8$，$a_1=64$，则公比q为

（A）2　　（B）3　　（C）4　　（D）8

（2）设全集$U=|a、b、c、d|$，$A=|a、c|$，$B=|b|$，则A∩（CuB）＝

（A）$\varnothing$　　（B）$\{a\}$　　（C）$\{c\}$　　（D）$\{a, c\}$

（3）垂直于同一平面的两条直线

（A）平行　　（B）垂直　　（C）相交　　（D）异面

（4）$(2x-1)^2$展开式中x^2的系数为

（A）15　　（B）60　　（C）120　　（D）240

（5）“$-1<x<1$”是“$x^2<1$”的

（A）充分必要条件　　（B）充分但不必要条件

（C）必要但不充分条件　　（D）既不充分也不必要条件

（6）下列各式中，值为$\frac{\sqrt{3}}{2}$的是

（A）$2\sin 15°-\cos 15°$　　（B）$\cos^2 15°-\sin^2 15°$

（C）$2\sin^2 15°-1$　　（D）$\sin^2 15°+\cos^2 15°$

（7）从5张100元，3张200元，2张300元的奥运预赛门票中任取3张，则所取3张中至少有2张价格相同的概率为

（A）$\frac{1}{4}$　　（B）$\frac{79}{120}$　　（C）$\frac{3}{4}$　　（D）$\frac{23}{24}$

（8）若直线$y=kx+1$与圆$x^2+y^2=1$相交于P、Q两点，且$\angle POQ=120°$（其中O为

原点)，则 k 的值为

(A) $-\sqrt{3}$ 或 $\sqrt{3}$　　(B) $\sqrt{3}$　　(C) $\sqrt{2}$ 或 $\sqrt{3}$　　(D) $\sqrt{2}$

(9) 已知向量 $\overrightarrow{OA}$ =（4，6），$\overrightarrow{OB}$ =（3，5），且 $\overrightarrow{OC}\perp\overrightarrow{OA}$，$\overrightarrow{AC}\ /\!/\ \overrightarrow{OB}$，则向量 $\overrightarrow{OC}$ =

(A) $\left(-\frac{3}{7},\frac{2}{7}\right)$　　(B) $\left(-\frac{2}{7},\frac{4}{21}\right)$　　(C) $\left(\frac{3}{7},-\frac{2}{7}\right)$　　(D) $\left(\frac{2}{7},-\frac{4}{21}\right)$

(10) 设 P（3，1）为二次函数 $f(x)-ax^2-2ax+b(x\geq 1)$ 的图象与其反函数 $f=f^{-1}(x)$ 的图象的一个交点，则

(A) $a=\frac{1}{2},b=\frac{5}{2}$　　(B) $a=\frac{1}{2},b=-\frac{5}{2}$

(C) $a=-\frac{1}{2},b=\frac{5}{2}$　　(D) $a=-\frac{1}{2},b=-\frac{5}{2}$

(11) 设 $\sqrt{3}b$ 是 $1-a$ 和 $1+a$ 的等比中项，则 $a+3b$ 的最大值为

(A) 1　　(B) 2　　(C) 3　　(D) 4

(12) 已知以 F_1（2, 0），F_2（2, 0）为焦点的椭圆与直线 $x+\sqrt{3y}+4=0$ 有且仅有一个交点，则椭圆的长轴长为

(A) $3\sqrt{2}$　　(B) $2\sqrt{6}$　　(C) $2\sqrt{7}$　　(D) $4\sqrt{2}$

二、填空题 本题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分，把答案填写在答题卡相应位置上。

(13) 在△ABC 中，AB=1, BC=2, B=60°，则 AC=______。

(14) 已知 $\begin{cases}2x+3y\leq 6\\ x-y\geq 0\\ y\geq 0,\end{cases}$ 则 $z=3x+y$ 的最大值为______。

(15) 要排出某班一天中语文、数学、政治、英语、体育、艺术 6 门课各一节的课程表，要求数学课排在前 3 节，英语课不排在第 6 节，则不同的排法种数为________。（以数字作答）

(16) 函数 $f(x)=\sqrt{x^2-2x}+2^{\sqrt{x^2+5x+4}}$ 的最小值为______________。

三、解答题 本大题共 6 小题，共 74 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

(17)（本小题满分 13 分，（Ⅰ）小问 5 分，（Ⅱ）小问 8 分）

设甲乙两人每次射击命中目标的概率分别为 $\frac{3}{4}$ 和 $\frac{4}{5}$，且各次射击相互独立。

（Ⅰ）若甲、乙各射击一次，求甲命中但乙未命中目标的概率；

（Ⅱ）若甲、乙各射击两次，求两命中目标的次数相等的概率。

(18)（本小题满分 13 分，（Ⅰ）小问 4 分，（Ⅱ）小问 9 分）

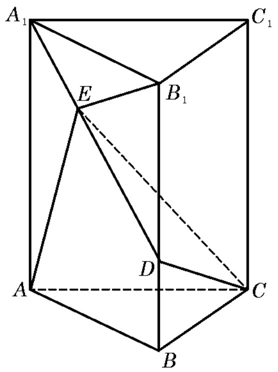
已知函数$\dfrac{\sqrt{2}\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{4}\right)}{\sin(x+\dfrac{\pi}{2})}$。

（Ⅰ）求 $f(x)$的定义域；

（Ⅱ）若角 a 在第一象限且$\cos a=\dfrac{3}{5}$,求f（a）。

（19）（本小题满分 12 分，（Ⅰ）小问 6 分，（Ⅱ）小问 6 分。）

如题（19）图，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，$\angle ABC$＝90°，AB=1, BC=$\dfrac{3}{2}$, AA_2=2;点 D 在棱 BB_1 上，BD＝$\dfrac{1}{3}BB_1$；$B_1E\perp A_1D$，垂足为 E，求：



题（19）图

（Ⅰ）异面直线 A_1D 与 B_1C_1 的距离；

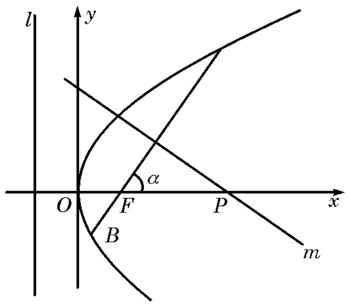
（Ⅱ）四棱锥 C-ABDE 的体积。

20.（本小题满分 12 分）

用长为 18cm 的钢条围成一个长方体形状的框架，要求长方体的长与宽之比为 2：1，问该长方体的长、宽、高各为多少时，其体积最大？最大体积是多少？

（21）（本小题满分 12 分，（Ⅰ）小问 4 分，（Ⅱ）小问 8 分）

如题（21）图，倾斜角为 a 的直线经过抛物线 $y^2=8x$ 的焦点 F，且与抛物线交于 A、B 两点。



题（21）图

（Ⅰ）求抛物线的焦点 F 的坐标及准线 l 的方程；

（Ⅱ）若 a 为锐角，作线段 AB 的垂直平分线 m 交 x 轴于点 P，证明 $|FP|-|FP|\cos 2a$ 为定值，并求此定值。

（22）（本小题满分 12 分，其中（Ⅰ）小问 5 分，（Ⅱ）小问 7 分）

已知各项均为正数的数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 满足 $S_n>1$，且

$$6S_n=(a_n+1)(a_n+2)=1, n\in \mathrm{N}.$$

（Ⅰ）求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）设数列 $\{b_n\}$ 满足 $a_n\left(2^n-1\right)=1,$ 并记 T_n 为 $\{b_n\}$ 的前 n 项和，求证：

$3T+1\rhd 1\log_2(a_n+3), n\in \mathrm{N}.$

答案

一、选择题：每小题 5 分，满分 60 分。

（1）A（2）D（3）A（4）B（5）A（6）B（7）C（8）A（9）D（10）C（11）B（12）C

二、填空题：每小题 4 分，满分 16 分。

（13）$\sqrt{3}$（14）9（15）288（16）$1+2\sqrt{2}$

三、解答题：满分 74 分

解：（Ⅰ）设 A 表示甲命中目标，B 表示乙命中目标，则 A、B 相互独立，且 $P(A)=\frac{3}{4},P(B)=\frac{4}{5}$，从而甲命中但乙未命中目标的概率为

$$P(AB)=P(A)P(\overline{B})=\frac{3}{4}\times\left(1-\frac{4}{5}\right)=\frac{3}{20}.$$

（Ⅱ）设 A_1 表示甲在两次射击中恰好命中 k 次，B_1 表示乙有两次射击中恰好命中 l 次。依题意有

$$P(A_1)=C_2^k\left(\frac{3}{4}\right)^k\left(\frac{1}{4}\right)^{2-k},k=0,1,2.$$

$$P(B_1)=C_2^l\left(\frac{4}{5}\right)^l\left(\frac{1}{5}\right)^{2-l},l=0,1,2.$$

由独立性知两人命中次数相等的概率为

$$P(A_0B_0)+P(A_1B_1)+P(A_2B_2)$$
$$=P(A_0)P(B_0)+P(A_1)P(B_1)+P(A_2)+P(B_2)$$
$$\left(\frac{1}{4}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^2+C_2^1\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{4}\cdot C_3^2\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{5}+C_2^2\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^2C_2^2\cdot\left(\frac{4}{5}\right)^2$$
$$=\frac{1}{16}\times\frac{1}{25}+\frac{3}{4}\times\frac{4}{25}+\frac{9}{16}\times\frac{16}{25}=\frac{193}{400}=0.4825.$$

(18)（本小题 13 分）

解：（Ⅰ）由 $\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)\neq 0$ 得 $x-\frac{\pi}{2}\neq k\pi$，即 $x\neq k\pi-\frac{\pi}{2}(k\in\mathrm{Z})$，

故 $f(x)$ 的定义域为 $\left\{x\in\mathrm{R}\mid x\neq k\pi-\frac{\pi}{2},k\in\mathrm{Z}\right\}.$

（Ⅱ）由已知条件得 $\sin a=\sqrt{1-\cos^2 a}=\sqrt{1-\left(\frac{3}{5}\right)^2}-\frac{4}{5}.$

从而 $f(a)=\dfrac{1+\sqrt{2}\cos(2a-\frac{\pi}{4})}{\sin(a+\frac{\pi}{2})}$

$$=\frac{1+\sqrt{2}\left(\cos a\cos\frac{\pi}{4}+\sin 2a\sin\frac{\pi}{4}\right)}{\cos a}$$

$= \dfrac{1+\cos 2a+\sin a}{\cos a} = \dfrac{2\cos^2 a+2\sin a\cos a}{\cos a}$

$= 2(\cos a+\sin a) = \dfrac{14}{5}.$

（19）（本小题 12 分）

解法一：（Ⅰ）由直三棱柱的定义知 $B_1C_1 \perp B_1D$，又因为$\angle ABC$＝90°，因此 $B_1C_1 \perp A_1B_1$，从而 $B_1C_1 \perp$平面 A_1B_1D，得 $B_1C_1 \perp B_1E$。又 $B_1E \perp A_1D$，

故 B_1E 是异面直线 B_1C_1 与 A_1D 的公垂线

由 $BD = \dfrac{1}{3}BB_1$ 知 $B_1D = \dfrac{4}{3}$，

在 Rt△A_1B_1D 中，A_2D＝$\sqrt{A_1B_1^2 + B_1D^2} = \sqrt{1+\left(\dfrac{4}{3}\right)^2} = \dfrac{5}{3}.$

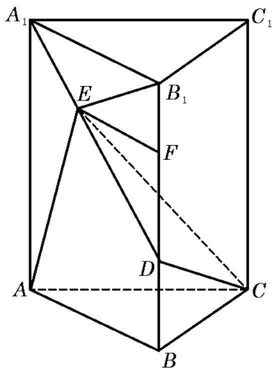
又因 $S_{\triangle A_1B_1D} = \dfrac{1}{2}A_1B_1\cdot B_1D = \dfrac{1}{2}A_1D\cdot B_1E.$

故 $B_1E = \dfrac{A_1B_1\cdot B_1D}{A_1D} = \dfrac{1\cdot\dfrac{4}{3}}{\dfrac{5}{3}} = \dfrac{4}{5}.$

（Ⅱ）由（Ⅰ）知 $B_1C_1 \perp$平面 A_1B_1D，又 BC∥B_1C_1，故 $BC \perp$平面 $ABDE$，即 BC 为四棱锥 C-$ABDE$ 的高。从而所求四棱锥的体积 V 为

$V = V_{C-ABDE} = \dfrac{1}{3}\times BC$，

其中 S 为四边形 $ABDE$ 的面积。如答（19）图 1，过 E 作 $EF \perp BD$，垂足为 F。



答（19）图 1

在 Rt△B_1ED 中，$ED = \sqrt{B_1D^2 - B_1E^2} = \sqrt{\left(\dfrac{4}{3}\right)^2 - \left(\dfrac{4}{5}\right)^2} = \dfrac{16}{15},$

又因 $S_{\triangle B_1ED} = \dfrac{1}{2}B_1E\cdot DE = \dfrac{1}{2}B_1D\cdot EF,$

故 $EF = \dfrac{B_1E\cdot DE}{B_1D} = \dfrac{16}{25}.$

因△A_1AE的边 A_1A 上的高 $h = A_1B_1 - EF = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25}$, 故

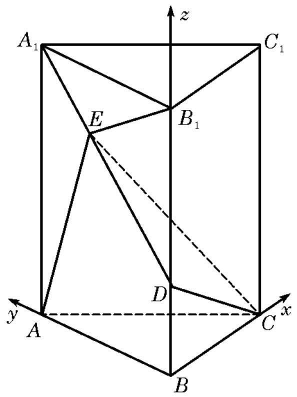
$S_{\triangle A_1AE} = \frac{1}{2} A_1A \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{9}{25} = \frac{9}{25}$.

又因为 $S_{\triangle A_1BD} = \frac{1}{2} A_1B_1 \cdot B_1D = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$, 从而

$S = S_{\triangle A_1AE} - S_{\triangle A_1AE} - S_{\triangle A_1B_1D} = 2 - \frac{9}{25} - \frac{2}{3} = \frac{73}{75}$.

所以 $V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot BC = \frac{1}{3} \cdot \frac{73}{75} \cdot \frac{3}{2} = \frac{73}{150}$.

解法二：（Ⅱ）如答（19）图 2，以 B 点为坐标原点 O 建立空间直角坐标系 O-xyz，则



答（19）图 2

$A(0, 1, 0)$, $A_1(0, 1, 2)$, $B(0, 0, 0)$.

$B_1(0, 0, 2)$, $C_1(\frac{3}{2}, 0, 2)$, $D(0, 0, \frac{2}{3})$

因此

$\overrightarrow{AA_1} = (0,0,2), \overrightarrow{AB} = (0,-1,0),$

$B_2C_1 = (\frac{2}{3},0,0), \overrightarrow{A_1D} = (0,-1,-\frac{4}{3}).$

设 E（$\frac{3}{2}$，y_0，z_0），则 $\overrightarrow{B_1E} = (y_0, z_0, -2)$，

因此 $\overrightarrow{B_1E} \cdot \overrightarrow{B_1C_1} = 0$, 从而 $B_1C_1 \perp B_1E$.

又由题设 $B_1E \perp A_1D$，故 B_1E 是异面直线 B_1C_1 与 A_1D 的公垂线。

下面求点 E 的坐标。

因 $B_1E \perp A_1D$，即 $\overrightarrow{B_1E} \cdot \overrightarrow{A_1D} = 0$, 从而

$y_0 + \frac{4}{3}(z_0 - 2) = 0, \cdots\cdots(1)$

又 $\overrightarrow{A_1E} = (0, y_0 - 1, z_0 - 2)$, 且 $\overrightarrow{A_1E} \parallel \overrightarrow{A_1D}$, 得

$\dfrac{y_0-1}{1}=\dfrac{z_0-2}{\frac{4}{3}},\cdots\cdots(2)$

联立（1）、（2），解得 $y_0=\dfrac{16}{25}$，$z_0=\dfrac{38}{25}$，即 $E=\left(0,\dfrac{16}{25},\dfrac{38}{25}\right)$，$\overrightarrow{B_1E}=\left(0,\dfrac{16}{25},-\dfrac{12}{25}\right)$。

所以 $|\overrightarrow{B_1E}|=\sqrt{\left(\dfrac{16}{25}\right)^2+\left(\dfrac{12}{25}\right)^2}=\dfrac{4}{5}$.

（Ⅱ）由 $BC\perp AB$，$BC\perp DB$，故 $BC\perp$ 面 $ABDE$. 即 BC 为四棱锥 $C\text{-}ABDE$ 的高.
下面求四边形 $ABDE$ 的面积。

因为 $S_{ABCD}=S_{ABE}+S_{ADE}$，$|\overrightarrow{AB}|=1,|\overrightarrow{BD}|=\dfrac{2}{3}$

而 $S_{ABE}=\dfrac{1}{2}|\overrightarrow{AB}|z_0=\dfrac{1}{2}\cdot 1\cdot\dfrac{38}{25}=\dfrac{19}{25}$.

$S_{BDE}=\dfrac{1}{2}|\overrightarrow{BD}|y_0=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{16}{25}=\dfrac{16}{75}$.

故 $S_{ABCD}=\dfrac{19}{25}+\dfrac{16}{75}=\dfrac{73}{75}$.

所以 $V_{CABCD}=\dfrac{1}{3}\cdot S_{ABDE}\cdot|\overrightarrow{BC}|=\dfrac{1}{3}\cdot\dfrac{73}{75}\cdot\dfrac{3}{2}=\dfrac{73}{150}$.

（20）（本小题 12 分）

解：设长方体的宽为 x（m），则长为 $2x$(m)，高为

$h=\dfrac{18-12x}{4}=4.5-3x(\mathrm{m})\qquad\left(0<x<\dfrac{3}{2}\right)$.

故长方体的体积为

$V(x)=2x^2(4.5-3x)=9x^2-6x^3(\mathrm{m}^3)\qquad(0<x<\dfrac{3}{2})$.

从而 $V'(x)=18x-18x^2(4.5-3x)=18x(1-x)$.

令 $V'(x)=0$，解得 $x=0$（舍去）或 $x=1$，因此 $x=1$.

当 $0<x<1$ 时，$V'(x)>0$；当 $1<x<\dfrac{2}{3}$ 时，$V'(x)<0$，

故在 $x=1$ 处 $V(x)$ 取得极大值，并且这个极大值就是 $V(x)$ 的最大值。

从而最大体积 $V=V'(x)=9\times1^2-6\times1^3$（$\mathrm{m}^3$），此时长方体的长为 2 m，高为 1.5 m.

答：当长方体的长为 2 m 时，宽为 1 m，高为 1.5 m 时，体积最大，最大体积为 3 m^3。

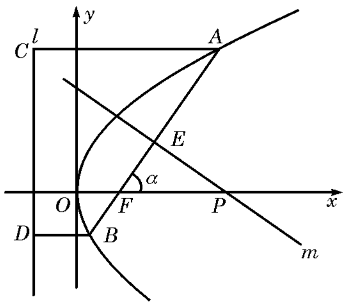
（21）（本小题 12 分）

（Ⅰ）解：设抛物线的标准方程为 $y^2=2px$，则 $2p=8$，从而 $p=4$.

因此焦点 $F(\dfrac{p}{2},0)$ 的坐标为（2，0）.

又准线方程的一般式为 $x=-\dfrac{p}{2}$。

从而所求准线 l 的方程为 $x=-2$。



答（21）图

（Ⅱ）解法一：如图（21）图作 $AC\perp l$，$BD\perp l$，垂足为 C、D，则由抛物线的定义知 $|FA|=|FC|, |FB|=|BD|$.

记 A、B 的横坐标分别为 $x_x x_z$，则

$|FA|=|AC|=x_x+\frac{p}{2}=|FA|\cos a+\frac{p}{2}+\frac{p}{2}=|FA|\cos a+4$ 解得 $|FA|=\frac{4}{1-\cos a}$，

类似地有 $|FB|=4-|FB|\cos a$，解得 $|FB|=\frac{4}{1+\cos a}$。

记直线 m 与 AB 的交点为 E，则

$$|FE|=|FA|-|AE|=|FA|-\frac{|FA|+|FB|}{2}=\frac{1}{2}(|FA|-|FB|)=\frac{1}{2}\left(\frac{4}{1-\cos a}-\frac{4}{1+\cos a}\right)=\frac{4\cos a}{\sin^2 a}$$

所以 $|FP|=\frac{|FE|}{\cos a}=\frac{4}{\sin^2 a}$。

故 $|FP|-|FP|\cos 2a=\frac{4}{\sin^2 a}(1-\cos 2a)=\frac{4\cdot 2\sin^2 a}{\sin^2 a}=8$。

解法二：设 $A(x_A,y_A)$，$B(x_B,y_B)$，直线 AB 的斜率为 $k=\tan a$，则直线方程为 $y=k(x-2)$。

将此式代入 $y^2=8x$，得 $k^2x^2=4(k^2+2)x+4k^2=0$，故 $x_A+x_B=\frac{k(k^2+2)}{k^2}$。

记直线 m 与 AB 的交点为 $E(x_E,y_E)$，则

$x_E=\frac{x_A+x_B}{2}=\frac{2(k^2+2)}{k^2}$，

$y_E=k(x_E-2)=\frac{4}{k}$，

故直线 m 的方程为 $y-\frac{4}{k}=-\frac{1}{k}\left(x-\frac{2k^2+4}{k^2}\right)$.

令 y=0, 得 P 的横坐标 $x_P-\frac{2k^2+4}{k^2}+4$ 故

$|FP|=x_P-2=\frac{4(k^2+1)}{k^2}=\frac{4}{\sin^2 a}$。

从而 $|FP|-|FP|\cos 2a=\frac{4}{\sin^2 a}(1-\cos 2a)=\frac{4\cdot 2\sin^2 a}{\sin^2 a}=8$ 为定值。

（22）（本小题 12 分）

（Ⅰ）解：由 $a_1=S_1=\frac{1}{6}(a_1+1)(a_1+2)$，解得 $a_1=1$ 或 $a_1=2$，由假设 $a_1=S_1>1$，因此 $a_1=2$。

又由 $a_{n+1}=S_{n+1}-S_n=\frac{1}{6}(a_{n+1}+1)(a_{n+1}+2)=\frac{1}{6}(a_n+1)(a_n+2)$，

得 $a_{n+1}-a_n-3=0$ 或 $a_{n+1}=-a_n$

因 $a_n>0$，故 $a_{n+1}=-a_n$不成立，舍去。

因此 $a_{n+1}-a_n-3=0$。从而 $\{a_n\}$ 是公差为 3，首项为 2 的等差数列，故 $\{a_n\}$ 的通项为 $a_n=3n-2$。

（Ⅱ）证法一：由 $a_n(2^b-1)=1$ 可解得

$$b_z=\log_z\left(1+\frac{1}{a_n}\right)=\log_z\frac{3n}{3n-1};$$

从而 $T_n=b_1+b_2+\cdots+b_n=\log_z\left(\frac{3}{2}\cdot\frac{6}{5}\cdot\cdots\cdot\frac{3n}{3n-1}\right)$。

因此 $3T_n+1-\log_z(a_n+3)=\log_z\left(\frac{3}{2}\cdot\frac{6}{5}\cdot\cdots\cdot\frac{3n}{3n-1}\right)^3\cdot\frac{2}{3n+2}$。

令 $f(x)=\left(\frac{3}{2}\cdot\frac{6}{5}\cdot\cdots\cdot\frac{3n}{3n-1}\right)^3\cdot\frac{2}{3n+2}$，则

$$\frac{f(n+1)}{f(n)}=\frac{3n+2}{3n+5}\cdot\left(\frac{3n+3}{3n+2}\right)^3=\frac{(3n+3)^3}{(3n+5)(3n+2)^2}。$$

因 $(3n+3)^2-(3n+5)(3n+2)^2=9n+7>0$，故

$f(n+1)>f(n)$.

特别的 $f(n)\geq f(1)=\frac{27}{20}>1$。从而 $3T_n+1-\log(a_n+3)=\log f(n)>0$，

即 $3T_n+1>\log_2(a_n+3)$。

证法二：同证法一求得 b_n 及 T_n。

由二项式定理知当 $c>0$ 时，不等式

$(1+c)^3>1+3c$ 成立。

由此不等式有

$$3T_n+1=\log_2 2\left(1+\frac{1}{2}\right)^3\left(1+\frac{1}{5}\right)^3\cdots\left(1+\frac{1}{3n-1}\right)^3$$

$$>\log_2 2\left(1+\frac{3}{2}\right)\left(1+\frac{3}{5}\right)\cdots\left(1+\frac{3}{3n-1}\right)$$

$$=\log_2 2\cdot\frac{5}{2}\cdot\frac{8}{4}\cdot\cdots\cdot\frac{3n+2}{3n-1}=\log_2(3n+2)=\log_2(a_n+3)。$$

证法三：同证法一求得 b_n及 T_n。

令 $A_n=\frac{3}{2}\cdot\frac{6}{5}\cdot\cdots\cdot\frac{3n}{3n}$，$B_n=\frac{3}{4}\cdot\frac{7}{6}\cdot\cdots\cdot\frac{3n+1}{3n}$，$C_n=\frac{5}{4}\cdot\frac{8}{7}\cdot\cdots\cdot\frac{3n+2}{3n+1}$。

因 $\frac{3n}{3n-1}>\frac{3n+1}{3n}>\frac{3n+2}{3n+1}$，因此 $A_n^3>A_nB_nC_n=\frac{3n+2}{2}$。

从而

$$3T_n+1=\log_2 2\left(\frac{2}{3}\cdot\frac{6}{5}\cdot\cdots\cdot\frac{3n}{3n-1}\right)^3=\log_2 2A_x^3$$

$$>\log_2 2A_nB_nC_n=\log_2(3n+2)=\log_2(a_n+3)。$$