2010年浙江高考（文科）试卷（解析）

答案与评分标准

一、选择题（共10小题，每小题5分，满分50分）

1、（2010•浙江）设 $P=\{x|x<1\}$，$Q=\{x|x^2<4\}$，则 $P\cap Q$（　　）

A、$\{x|-1<x<2\}$　　B、$\{x|-3<x<-1\}$

C、$\{x|1<x<-4\}$　　D、$\{x|-2<x<1\}$

考点：交集及其运算。

专题：计算题。

分析：欲求两个集合的交集，先得化简集合Q，为了求集合Q，必须考虑二次不等式的解法，最后再根据交集的定义求解即可.

解答：解：$\because x^2<4$ 得 $-2<x<2$，

$\therefore Q=\{x|-2<x<2\}$，

$\therefore P\cap Q=\{x|-2<x<1\}$.

故答案选D.

点评：本题主要考查了集合的基本运算，属容易题.

2、（2010•浙江）已知函数 $f(x)=\log_2(x+1)$，若 $f(\alpha)=1$，$\alpha=$（　　）

A、0　　B、1

C、2　　D、3

考点：对数函数的单调性与特殊点。

分析：根据 $f(\alpha)=\log_2(\alpha+1)=1$，可得 $\alpha+1=2$，故可得答案.

解答：解：$\because f(\alpha)=\log_2(\alpha+1)=1$

$\therefore \alpha+1=2$，故 $\alpha=1$，

故选B.

点评：本题主要考查了对数函数概念及其运算性质，属容易题.

3、（2010•浙江）设i为虚数单位，则 $\frac{5-i}{1+i}=$（　　）

A、$-2-3i$　　B、$-2+3i$

C、$2-3i$　　D、$2+3i$

考点：复数代数形式的混合运算。

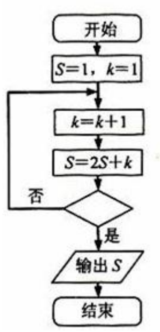
分析：复数的分子、分母、同乘分母的共轭复数化简即可.

解答：解：$\because \frac{5-i}{1+i}=\frac{(5-i)(1-i)}{(1+i)(1-i)}=\frac{4-6i}{2}=2-3i$

故选C.

点评：本题主要考查了复数代数形式的四则运算，属容易题.

4、（2010•浙江）某程序框图如图所示，若输出的 $S=57$，则判断框内位（　　）



A、k＞4　　B、k＞5

C、k＞6　　D、k＞7

考点：程序框图。

分析：分析程序中各变量、各语句的作用，再根据流程图所示的顺序，可知：该程序的作用是累加并输入 S 的值，条件框内的语句是决定是否结束循环，模拟执行程序即可得到答案．

解答：解：程序在运行过程中各变量值变化如下表：

	K	S	是否继续循环
循环前	1	1/	
第一圈	2	4	是
第二圈	3	11	是
第三圈	4	26	是
第四圈	5	57	否

故退出循环的条件应为 k＞4

故答案选 A．

点评：算法是新课程中的新增加的内容，也必然是新高考中的一个热点，应高度重视．程序填空也是重要的考试题型，这种题考试的重点有：①分支的条件②循环的条件③变量的赋值④变量的输出．其中前两点考试的概率更大．此种题型的易忽略点是：不能准确理解流程图的含义而导致错误．

5、（2010•浙江）设 s_n 为等比数列$\{a_n\}$的前 n 项和，$8a_2+a_5=0$ 则$\frac{S_5}{S_2}$=（　　）

A、﹣11　　B、﹣8

C、5　　D、11

考点：等比数列的前 n 项和。

分析：先由等比数列的通项公式求得公比 q，再利用等比数列的前 n 项和公式求之即可．

解答：解：设公比为 q，

由 $8a_2+a_5=0$，得 $8a_2+a_2q^3=0$，

解得 q=﹣2，

所以$\frac{S_5}{S_2}=\frac{1-q^5}{1-q^2}=-11$．

故选 A．

点评：本题主要考查等比数列的通项公式与前 n 项和公式．

6、（2010•浙江）设 $0<x<\frac{\pi}{2}$，则“$x\sin^2x<1$”是“$x\sin x<1$”的（　　）

A、充分而不必要条件　　B、必要而不充分条件

C、充分必要条件　　D、既不充分也不必要条件

考点：不等关系与不等式；必要条件、充分条件与充要条件的判断；正弦函数的单调性。

分析：$x\sin^2x<1$，$x\sin x<1$ 是不一定成立的．不等关系 $0<\sin x<1$ 的运用，是解决本题的重点．

解答：解：因为 $0<x<\frac{\pi}{2}$，所以 $0<\sin x<1$，故 $x\sin^2x<x\sin x$，结合 $x\sin^2x$ 与 $x\sin x$ 的取值范围相同，可知"$x\sin^2x<1$"是"$x\sin x<1$"的必要而不充分条件

故选 B．

点评：本题主要考查了必要条件、充分条件与充要条件的意义，以及转化思想和处理不等关系的能力，属中档题．

7、(2010•浙江)若实数 x，y 满足不等式组合 $\begin{cases} x+3y-3\geq 0 \\ 2x-y-3\leq 0. \\ x-y+1\geq 0. \end{cases}$ 则 x+y 的最大值为(　　)

A、9　　B、$\frac{15}{7}$

C、1　　D、$\frac{7}{15}$

考点：简单线性规划。

分析：先根据条件画出可行域，设 z=x+y，再利用几何意义求最值，将最大值转化为 y 轴上的截距，只需求出直线 z=x+y，过可行域内的点 A（4，5）时的最大值，从而得到 z 最大值即可．

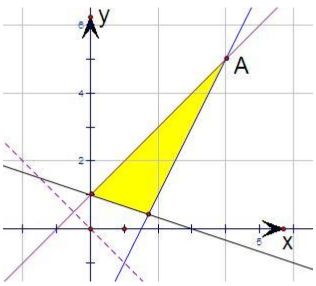
解答：解：先根据约束条件画出可行域，

设 z=x+y，

∵直线 z=x+y 过可行域内点 A（4，5）时

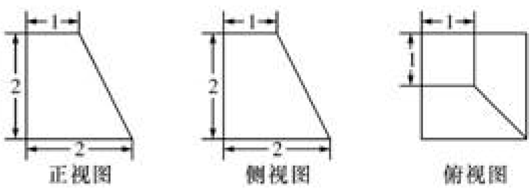
z 最大，最大值为 9，

故选 A．



点评：本题主要考查了用平面区域二元一次不等式组，以及简单的转化思想和数形结合的思想，属中档题．

8、（2010•浙江）一个空间几何体的三视图及其尺寸如下图所示，则该空间几何体的体积是（　　）



A、$\frac{7}{3}$　　B、$\frac{14}{3}$

C、7　　　　D、14

考点：由三视图求面积、体积。

专题：计算题；综合题。

分析：三视图复原几何体是四棱台，一条侧棱垂直底面，底面是正方形，根据三视图数据，求出几何体的体积.

解答：解：三视图复原几何体是四棱台，底面边长为 2 的正方形，一条侧棱长为 2，并且垂直底面，上底面是正方形边长为 1，

它的体积是：$\frac{1}{3}\times 2\times$（$2^2+1^2+\sqrt{2^2 1^2}$）$=\frac{14}{3}$

故选 B.

点评：本题考查三视图求体积，考查空间想象能力，计算能力，是基础题.

9、（2010•浙江）已知 x_0 是函数 f（x）=$2^x+\frac{1}{1-x}$的一个零点．若 $x_1\in$（1，x_0），$x_2\in$（x_0，+∞），则（　　）

A、f（x_1）<0，f（x_2）<0　　B、f（x_1）<0，f（x_2）>0

C、f（x_1）>0，f（x_2）<0　　D、f（x_1）>0，f（x_2）>0

考点：函数零点的判定定理。

分析：因为 x_0 是函数 f（x）=$2^x+\frac{1}{1-x}$的一个零点 可得到 f（x_0）=0，再由函数 f（x）的单调性可得到答案.

解答：解：∵x_0 是函数 f（x）=$2^x+\frac{1}{1-x}$的一个零点∴f（x_0）=0

∵f（x）=$2^x+\frac{1}{1-x}$是单调递增函数，且 $x_1\in$（1，x_0），$x_2\in$（x_0，+∞），

∴f（x_1）<f（x_0）=0<f（x_2）

故选 B.

点评：本题考查了函数零点的概念和函数单调性的问题，属中档题.

10、（2010•浙江）设 O 为坐标原点，F_1，F_2 是双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}$=1（a>0，b>0）的焦点，若在双曲线上存在点 P，满足∠F_1PF_2=60°，|OP|=$\sqrt{7}$a，则该双曲线的渐近线方程为（　　）

A、x±$\sqrt{3}$y=0　　B、$\sqrt{3}$x±y=0

C、x±$\sqrt{2}$y=0　　D、$\sqrt{2}$x±y=0

考点：双曲线的简单性质。

专题：计算题。

分析：假设|F_1P|=x，进而分别根据中线定理和余弦定理建立等式求得 $c^2+5a^2=14a^2-2c^2$，求得 a 和 c 的关系，进而根据 b=$\sqrt{c^2-a^2}$求得 a 和的关系进而求得渐进线的方程.

解答：解：假设|F_1P|=x

OP 为三角形 F_1F_2P 的中线，

根据三角形中线定理可知

$x^2+(2a+x)^2=2(c^2+7a^2)$

整理得 x（x+2a）=c^2+5a^2 由余弦定理可知

x^2+（2a+x）^{2} - x（2a+x）=$4c^2$ 整理得 x（x+2a）=$14a^2-2c^2$ 进而可知 $c^2+5a^2=14a^2-2c^2$ 求得

$3a^2=c^2$∴$c=\sqrt{3}a$

$b=\sqrt{2}a$

那么渐近线为 $y=\pm\sqrt{2}x$，即$\sqrt{2}x\pm y=0$

故选 D

点评：本题将解析几何与三角知识相结合，主要考查了双曲线的定义、标准方程，几何图形、几何性质、渐近线方程，以及斜三角形的解法，属中档题

二、填空题（共 7 小题，每小 4 分，满分 28 分）

11、（2010•浙江）在如图所示的茎叶图中，甲、乙两组数据的中位数分别是 __45，46__ .

甲		乙
8	2	9
9 1	3	4 5
2 5	4	8 2 6
7 8 5	5	3 5
6	6	7

考点：茎叶图；众数、中位数、平均数。

分析：本题主要考察了茎叶图所表达的含义，以及从样本数据中提取数字特征的能力，属容易题.

解答：解：由茎叶图可得甲组共有 9 个数据中位数为 45

乙组共 9 个数据中位数为 46

故答案为 45、46

点评：茎叶图的茎是高位，叶是低位，所以本题中“茎是十位”，叶是个位，从图中分析出参与运算的数据，根据中位数的定义即可解答．从茎叶图中提取数据是利用茎叶图解决问题的关键.

12、（2010•浙江）函数$f(x)=\sin(2x-\frac{\pi}{4})-2\sqrt{2}\sin^2x$的最小正周期是 __π__ .

考点：三角函数中的恒等变换应用；三角函数的周期性及其求法。

分析：本题考察的知识点是正（余）弦型函数的最小正周期的求法，由函数$f(x)=\sin(2x-\frac{\pi}{4})-2\sqrt{2}\sin^2x$化简函数的解析式后可得到：

$f(x)=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin(2x+\frac{\pi}{4})-\sqrt{2}$，然后可利用 $T=\frac{2\pi}{\omega}$求出函数的最小正周期.

解答：解：$f(x)=\sin(2x-\frac{\pi}{4})-2\sqrt{2}\sin^2x$

$=\sin(2x-\frac{\pi}{4})+\sqrt{2}(1-2\sin^2x)-\sqrt{2}$

$=\sin(2x-\frac{\pi}{4})+\sqrt{2}\cos2x-\sqrt{2}$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}sin（2x+\frac{\pi}{4}）-\sqrt{2}$

∵ω=2

故最小正周期为T=π，

故答案为：π.

点评：函数y=Asin（ωx+φ）（A＞0，ω＞0）中，最大值或最小值由A确定，由周期由ω决定，即要求三角函数的周期与最值一般是要将其函数的解析式化为正弦型函数，再根据最大值为|A|，最小值为﹣|A|，周期$T=\frac{2\pi}{\omega}$进行求解.、

13、（2010•浙江）已知平面向量α，β，|α|=1，|β|=2，α⊥（α﹣2β），则|2a+β|的值是$\sqrt{10}$__.

考点：平面向量的坐标运算。

分析：先由α⊥（α﹣2β）可知α•（α﹣2β）=0求出$\alpha\bullet\beta=\frac{1}{2}$，再根据$|2a+\beta|^2=4\alpha^2+4\alpha\bullet\beta+\beta^2$可得答案.

解答：解：由题意可知α•（α﹣2β）=0，

结合$|\alpha|^2=1$，$|\beta|^2=4$，解得$\alpha\bullet\beta=\frac{1}{2}$，

所以$|2a+\beta|^2=4\alpha^2+4\alpha\bullet\beta+\beta^2=8+2=10$，

开方可知$|2a+\beta|=\sqrt{10}$

故答案为$\sqrt{10}$.

点评：本题主要考查了平面向量的四则运算及其几何意义，属中档题.

14、（2010•浙江）在如下数表中，已知每行、每列中的树都成等差数列，那么，位于下表中的第n行第n+1列的数是__n^2+n__.

	第1列	第2列	第3列	…
第1行	1	2	3	…
第2行	2	4	6	…
第3行	3	6	9	…
…	…	…	…	…

考点：等差数列；等差数列的通项公式。

专题：规律型。

分析：由表格可以看出第n行第一列的数为n，观察得第n行的公差为n，这样可以写出各行的通项公式，本题要的是第n行第n+1列的数字，写出通项求出即可.

解答：解：由表格可以看出第n行第一列的数为n，

观察得第n行的公差为n，

∴第n_0行的通项公式为$a_n=n_0+（n-1）n_0$，

∵为第n+1列，

∴可得答案为n^2+n.

故答案为：n^2+n

点评：本题主要考查了等差数列的概念和通项公式，以及运用等差关系解决问题的能力，属

中档题．这是一个考查学生观察力的问题，主要考查学生的能力．

15、（2010•浙江）若正实数 X，Y 满足 2X+Y+6=XY，则 XY 的最小值是___18___．

考点：平均值不等式；一元二次不等式的应用。

专题：计算题。

分析：本题主要考察了用基本不等式解决最值问题的能力，以及换元思想和简单一元二次不等式的解法，属中档题．运用基本不等式，$xy=2x+y+6\geq 2\sqrt{2xy}+6$，令 $xy=t^2$，可得$t^2-2\sqrt{2}t-6\geq 0$，注意到 t＞0，解得 t≥$3\sqrt{2}$，故 xy 的最小值为 18

解答：解：根据均值不等式有：$xy=2x+y+6\geq 2\sqrt{2xy}+6$，

令 $xy=t^2$，可得$t^2-2\sqrt{2}t-6\geq 0$，

注意到 t＞0，

解得 t≥$3\sqrt{2}$，

$xy=t^2\geq 18$

故 xy 的最小值为 18．

点评：本题运用了均值不等式和换元思想，从而转化为一元二次不等式的问题，这是一种常见的求最值或值域的方法．

16、（2010•浙江）某商家一月份至五月份累计销售额达 3860 万元，预测六月份销售额为 500 万元，七月份销售额比六月份递增 x%，八月份销售额比七月份递增 x%，九、十月份销售总额与七、八月份销售总额相等，若一月至十月份销售总额至少至少达 7000 万元，则，x 的最小值___20___．

考点：一元二次不等式的解法；一元二次不等式的应用。

分析：先求一月至十月份销售总额，列出不等关系式，解不等式即可．

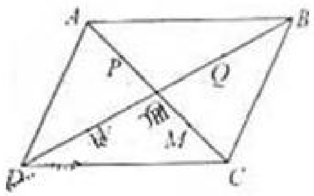
解答：解：依题意 3860+500+2[500（1+x%）+500（1+x%）^{2}]≥7000，

化简得（x%）^{2}+3x%≥0.64，所 x≥20．

故答案为：20

点评：本题主要考查了用一元二次不等式解决实际问题的能力，属中档题．

17、（2010•浙江）在平行四边形 ABCD 中，O 是 AC 与 BD 的交点，P、Q、M、N 分别是线段 OA、OB、OC、OD 的中点，在 APMC 中任取一点记为 E，在 B、Q、N、D 中任取一点记为 F，设 G 为满足向量$\overrightarrow{OG}=\overrightarrow{OE}+\overrightarrow{OF}$的点，则在上述的点 G 组成的集合中的点，落在平行四边形 ABCD 外（不含边界）的概率为___$\frac{3}{4}$___．



考点：几何概型。

专题：计算题。

分析：本题主要考察了古典概型的综合运用，属中档题．关键是列举出所有 G 点的个数，

及落在平行四边形ABCD不含边界)的G点的个数，再将其代入古典概型计算公式进行求解．
解答：解：由题意知，G点的位置受到E、F点取法不同的限制，令（E，F）表示E、F的一种取法，则
（A，B），（A，Q），（A，N），（A，D）
（P，B），（P，Q），（P，N），（P，D）
（M，B），（M，Q），（M，N），（M，D）
（C，B），（C，Q），（C，N），（C，D）共有16种取法，
而只有（P，Q），（P，N），（M，Q），（M，N）落在平行四边形内，故符合要求的G的只有4个，
落在平行四边形ABCD外（不含边界）的概率P=$\frac{16-4}{16}$=$\frac{3}{4}$.
故答案为：$\frac{3}{4}$
点评：古典概型要求所有结果出现的可能性都相等，强调所有结果中每一结果出现的概率都相同．弄清一次试验的意义以及每个基本事件的含义是解决问题的前提，正确把握各个事件的相互关系是解决问题的关键．解决问题的步骤是：计算满足条件的基本事件个数，及基本事件的总个数，然后代入古典概型计算公式进行求解．
三、解答题（共5小题，满分72分）
18、（2010•浙江）在△ABC中，角A，B，C所对的边分别为a，b，c，设S为△ABC的面积，满足$S=\frac{\sqrt{3}}{4}(a^2+b^2-c^2)$．
（Ⅰ）求角C的大小；
（Ⅱ）求sinA+sinB的最大值．
考点：余弦定理的应用。
专题：计算题。
分析：（1）根据三角形的面积公式题中所给条件可得$S=\frac{\sqrt{3}}{4}(a^2+b^2-c^2)$=$\frac{1}{2}$absinC，可求出tanC的值，再由三角形内角的范围可求出角C的值．
（2）根据三角形内角和为180°将角AB转化为同一个角表示，然后根据两角和的正弦定理可得答案．
解答：（Ⅰ）解：由题意可知$\frac{1}{2}$absinC=$\frac{\sqrt{3}}{4}$×2abcosC.
所以tanC=$\sqrt{3}$.
因为0＜C＜π，
所以C=$\frac{\pi}{3}$；
（Ⅱ）解：由已知sinA+sinB
=sinA+sin（π﹣C﹣A）
=sinA+sin（$\frac{2\pi}{3}$﹣A）
=sinA+$\frac{\sqrt{3}}{2}$cosA+$\frac{1}{2}$sinA=$\frac{3}{2}$sinA+$\frac{\sqrt{3}}{2}$cosA=$\sqrt{3}$sin（A+$\frac{\pi}{6}$）≤$\sqrt{3}$.
当△ABC为正三角形时取等号，

所以 sinA+sinB 的最大值是$\sqrt{3}$.

点评：本题主要考查余弦定理、三角形面积公式、三角变换等基础知识，同时考查三角运算求解能力.

19、（2010•浙江）设 a_1，d 为实数，首项为 a_1，公差为 d 的等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，满足 $S_5S_6+15=0$.

（Ⅰ）若 $S_5=5$，求 S_6 及 a_1；

（Ⅱ）求 d 的取值范围.

考点：等差数列的前 n 项和。

分析：(Ⅰ) 根据附加条件，先求得 s_6 再求得 a_6 分别用 a_1 和 d 表示，再解关于 a_1 和 d 的方程组.

(Ⅱ) 所求问题是 d 的范围，所以用"a_1，d"法.

解答：解：（Ⅰ）由题意知 $S_6=\dfrac{-15}{S_5}=-3$，

$a_6=S_6-S_5=-8$

所以$\begin{cases}5a_1+10d=5\\ a_1+5d=-8.\end{cases}$

解得 $a_1=7$

所以 $S_6=-3$，$a_1=7$；

解：（Ⅱ）因为 $S_5S_6+15=0$，

所以（$5a_1+10d$）（$6a_1+15d$）+15=0，

即 $2a_1^2+9da_1+10d^2+1=0$.

故（$4a_1+9d$）$^2=d^2-8$.

所以 $d^2\geq 8$.

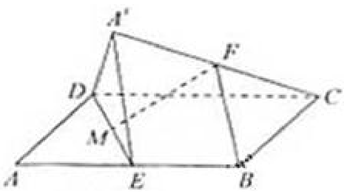
故 d 的取值范围为 $d\leq -2\sqrt{2}$或 $d\geq 2\sqrt{2}$.

点评：本题主要考查等差数列概念、求和公式通项公式等基础知识，同时考查运算求解能力及分析问题解决问题的能力.

20、（2010•浙江）如图，在平行四边形 ABCD 中，AB=2BC，∠ABC=120°. E 为线段 AB 的中点，将△ADE 沿直线 DE 翻折成△A′DE，使平面 A′DE⊥平面 BCD，F 为线段 A′C 的中点.

（Ⅰ）求证：BF∥平面 A′DE；

（Ⅱ）设 M 为线段 DE 的中点，求直线 FM 与平面 A′DE 所成角的余弦值.



考点：直线与平面所成的角；直线与平面平行的判定。

专题：计算题；证明题。

分析：（Ⅰ）欲证 BF∥平面 A'DE，只需在平面 A'DE 中找到一条线平行于 BF 即可；而取 A′D 的中点 G，并连接 GF、GE，易证四边形 BEGF 为平行四边形，则 BF∥EG，即问题得证.

（Ⅱ）欲求直线 FM 与平面 A′DE 所成角的余弦值，需先找到直线 FM 与平面 A′DE 所成的角；而连接 A′M，CE，由平面 A′DE⊥平面 BCD 易证 CE⊥A′M，且由勾股定理的逆定理可证

CE⊥DE；再取 A′E 的中点 N，连线 NM、NF，则 NF⊥平面 A′DE，即∠FMN 为直线 FM 与平面 A′DE 所成的角；最后在 Rt△FMN 中，易得 cos∠FMN 的值．

解答：（Ⅰ）证明：取 A′D 的中点 G，

连接 GF，GE，由条件易知

FG∥CD，FG=$\frac{1}{2}$CD．

BE∥CD，BE=$\frac{1}{2}$CD．

所以 FG∥BE，FG=BE．

故所以 BF∥EG．

又 EG⊂平面 A'DE，BF⊄平面 A'DE

所以 BF∥平面 A'DE．

（Ⅱ）解：在平行四边形 ABCD 中，设 BC=a，

则 AB=CD=2a，AD=AE=EB=a，

连接 A′M，CE

因为∠ABC=120°

在△BCE 中，可得 CE=$\sqrt{3}$a，

在△ADE 中，可得 DE=a，

在△CDE 中，因为 $CD^2=CE^2+DE^2$，所以 CE⊥DE，

在正三角形 A′DE 中，M 为 DE 中点，所以 A′M⊥DE．

由平面 A′DE⊥平面 BCD，

可知 A′M⊥平面 BCD，A′M⊥CE．

取 A′E 的中点 N，连线 NM、NF，

所以 NF⊥DE，NF⊥A′M．

因为 DE 交 A′M 于 M，

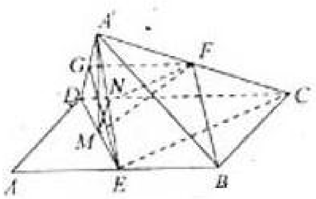
所以 NF⊥平面 A′DE，

则∠FMN 为直线 FM 与平面 A′DE 所成的角．

在 Rt△FMN 中，NF=$\frac{\sqrt{3}}{2}$a，MN=$\frac{1}{2}$a，FM=a，

则 cos∠FMN=$\frac{1}{2}$．

所以直线 FM 与平面 A′DE 所成角的余弦值为$\frac{1}{2}$．



点评：本题主要考查空间线线、线面、面面位置关系及线面角等基础知识，同时考查空间想象能力和推理论证能力．

21、（2010•浙江）已知函数 f（x）=（x﹣a）^{2}（x﹣b）（a，b∈R，a＜b）．

（I）当 a=1，b=2 时，求曲线 y=f（x）在点（2，f（x））处的切线方程；

（II）设 x_1，x_2 是 f（x）的两个极值点，x_3 是 f（x）的一个零点，且 $x_3≠x_1$，$x_3≠x_2$．

证明：存在实数 x_4，使得 x_1，x_2，x_3，x_4 按某种顺序排列后的等差数列，并求 x_4．

考点：利用导数研究函数的极值；简单复合函数的导数；等差数列的性质。

专题：证明题；综合题。

分析：（1）将 a，b 的值代入后对函数 f（x）进行求导，根据导数的几何意义即函数在某点的导数值等于该点的切线的斜率，可得答案．

（2）对函数 f（x）求导，令导函数等于 0 解出 x 的值，然后根据 x_3 是 f（x）的一个零点可得到 $x_3=b$，然后根据等差数列的性质可得到答案．

解答：（Ⅰ）解：当 a=1，b=2 时，

因为 $f'(x)=(x-1)(3x-5)$

故 $f'(2)=1$

$f(2)=0$，

所以 f（x）在点（2，0）处的切线方程为 $y=x-2$；

（Ⅱ）证明：因为 $f'(x)=3(x-a)(x-\frac{a+2b}{3})$，

由于 $a<b$．

故 $a<\frac{a+2b}{3}$．

所以 f（x）的两个极值点为 $x=a$，$x=\frac{a+2b}{3}$．不妨设 $x_1=a$，$x_2=\frac{a+2b}{3}$，

因为 $x_3\neq x_1$，$x_3\neq x_2$，

且 x_3 是 f（x）的零点，故 $x_3=b$．

又因为 $\frac{a+2b}{3}-a=2(b-\frac{a+2b}{3})$，

$x_4=\frac{1}{2}(a+\frac{a+2b}{3})=\frac{2a+b}{3}$，

所以 a，$\frac{2a+b}{3}$，$\frac{a+2b}{3}$，b 依次成等差数列，

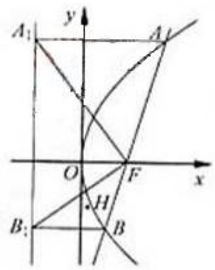
所以存在实数 x_4 满足题意，且 $x_4=\frac{2a+b}{3}$．

点评：本题主要考查函数的极值概念、导数运算法则、切线方程、导线应用、等差数列等基础知识，同时考查抽象概括、推理论证能力和创新意识．

22、（2010•浙江）已知 m 是非零实数，抛物线 C：$y^2=2px$（p＞0）的焦点 F 在直线 l：$x-my-\frac{m^2}{2}=0$ 上．

（I）若 m=2，求抛物线 C 的方程

（II）设直线 l 与抛物线 C 交于 A、B，$\triangle AA_2F$，$\triangle BB_1F$ 的重心分别为 G，H，求证：对任意非零实数 m，抛物线 C 的准线与 x 轴的焦点在以线段 GH 为直径的圆外．



考点：抛物线的简单性质；抛物线的标准方程；直线与圆锥曲线的综合问题。
专题：综合题。

分析：（1）根据焦点 F（$\frac{P}{2}$，0）在直线 l 上，将 F 代入可得到 ρ=m^2，再由 m=2 可确定 p 的值，进而得到答案.

（2）设 A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），然后联立$\begin{cases}x=my+\frac{m^2}{2}\\ y^2=2m^2x\end{cases}$消去 x 表示出两根之和、两根之积，然后设 M_1，M_2 分别为线段 AA_1，BB_1 的中点，根据重心的定义可得到关系 $2\overrightarrow{M_1C}=\overrightarrow{GF}$，$2\overrightarrow{M_2H}=\overrightarrow{HF}$，进而得到 G（$\frac{x_1}{3}$，$\frac{2y_1}{3}$），H（$\frac{x_2}{3}$，$\frac{2y_2}{3}$），和 GH 的中点坐标 M（$\frac{m^4}{3}+\frac{m^2}{6}$，$\frac{2m^2}{3}$），再由$R^2=\frac{1}{4}|GH|^2$可得到关于 m 的关系式，然后表示出|MN|整理即可得证.

解答：解：（1）因为焦点 F（$\frac{P}{2}$，0）在直线 l 上，

得 ρ=m^2
又 m=2，故 ρ=4
所以抛物线 C 的方程为 $y^2=2m^2x$
（2）证明设 A（x_1，y_1），B（x_2，y_2）
由$\begin{cases}x=my+\frac{m^2}{2}\\ y^2=2m^2x\end{cases}$消去 x 得
$y^2-2m^3y-m^4=0$，
由于 m≠0，故△=$4m^6+4m^4>0$，
且有 $y_1+y_2=2m^3$，$y_1y_2=-m^4$，
设 M_1，M_2 分别为线段 AA_1，BB_1 的中点，
由于 $2\overrightarrow{M_1C}=\overrightarrow{GF}$，$2\overrightarrow{M_2H}=\overrightarrow{HF}$，
可知 G（$\frac{x_1}{3}$，$\frac{2y_1}{3}$），H（$\frac{x_2}{3}$，$\frac{2y_2}{3}$），
所以$\frac{x_1+x_2}{6}=\frac{m(y_1+y_2)+m^2}{6}=\frac{m^4}{3}+\frac{m^2}{6}$，$\frac{2y_1+2y_2}{6}=\frac{2m^3}{3}$，
所以 GH 的中点 M（$\frac{m^4}{3}+\frac{m^2}{6}$，$\frac{2m^2}{3}$）.
设 R 是以线段 GH 为直径的圆的半径，

则$R^2=\frac{1}{4}|GH|^2=\frac{1}{9}$（$m^2+4$）（$m^2+1$）$m^2$

设抛物线的标准线与 x 轴交点 N（$-\frac{m^2}{2}$，0），

则$|MN|^2=$（$\frac{m^2}{2}+\frac{m^4}{3}+\frac{m^2}{6}$）+（$\frac{2m^3}{3}$）^{2}

$=\frac{1}{9}m^4$（m^4+8m^2+4）

$=\frac{1}{9}m^4$[（m^2+1）（m^2+4）$+3m^2$]

$>\frac{1}{9}m^2$（m^2+1）（m^2+4）$=R^2$.

故 N 在以线段 GH 为直径的圆外.

点评：本题主要考查抛物线几何性质，直线与抛物线、点与圆的位置关系等基础知识，同时考查解析几何的基本思想方法和运算求解能力.