2012年全国统一高考数学试卷（理科）（大纲版）

参考答案与试题解析

一、选择题（共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．）

1．（5分）复数$\frac{-1+3i}{1+i}$=（　　）

A．2+i　　　B．2﹣i　　　C．1+2i　　　D．1﹣2i

【考点】A5：复数的运算．

【专题】11：计算题．

【分析】把$\frac{-1+3i}{1+i}$的分子分母都乘以分母的共轭复数，得$\frac{(-1+3i)(1-i)}{(1+i)(1-i)}$，由此利用复数的代数形式的乘除运算，能求出结果．

【解答】解：$\frac{-1+3i}{1+i}=\frac{(-1+3i)(1-i)}{(1+i)(1-i)}$

$=\frac{-1+3i+i+3}{2}$

=1+2i．

故选：C．

【点评】本题考查复数的代数形式的乘除运算，是基础题．解题时要认真审题，仔细解答．

2．（5分）已知集合A={1，3，$\sqrt{\pi}$}，B={1，m}，A∪B=A，则m的值为（　　）

A．0或$\sqrt{3}$　　　B．0或3　　　C．1或$\sqrt{3}$　　　D．1或3

【考点】1C：集合关系中的参数取值问题．

【专题】5J：集合．

【分析】由题设条件中本题可先由条件A∪B=A得出B⊆A，由此判断出参数m可能的取值，再进行验证即可得出答案选出正确选项．

【解答】解：由题意A∪B=A，即B⊆A，又A={1，3，$\sqrt{m}$}，B={1，m}，

∴$m=3$或$m=\sqrt{\pi}$，解得$m=3$或$m=0$及$m=1$，

验证知，$m=1$不满足集合的互异性，故$m=0$或$m=3$即为所求，

故选：B．

【点评】本题考查集合中参数取值问题，解题的关键是将条件$A\cup B=A$转化为$B\subseteq A$，再由集合的包含关系得出参数所可能的取值．

3．（5分）椭圆的中心在原点，焦距为4，一条准线为$x=-4$，则该椭圆的方程为（　　）

A．$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$　　B．$\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{8}=1$

C．$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$　　D．$\frac{x^2}{12}+\frac{y^2}{4}=1$

【考点】K3：椭圆的标准方程；K4：椭圆的性质．

【专题】11：计算题．

【分析】确定椭圆的焦点在x轴上，根据焦距为4，一条准线为$x=-4$，求出几何量，即可求得椭圆的方程．

【解答】解：由题意，椭圆的焦点在x轴上，且$2c=4$，$\frac{a^2}{c}=4$

∴$c=2$，$a^2=8$

∴$b^2=a^2-c^2=4$

∴椭圆的方程为$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$

故选：C．

【点评】本题考查椭圆的标准方程，考查椭圆的几何性质，属于基础题．

4．（5分）已知正四棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AB=2$，$CC_1=2\sqrt{2}$，E为CC_1的中点，则直线AC_1与平面BED的距离为（　　）

A．2　　B．$\sqrt{3}$　　C．$\sqrt{2}$　　D．1

【考点】MI：直线与平面所成的角．

【专题】11：计算题．

【分析】先利用线面平行的判定定理证明直线$C_1A\parallel$平面BDE，再将线面距离转化为点面距离，最后利用等体积法求点面距离即可

【解答】解：如图：连接AC，交BD于O，在三角形CC_1A中，易证$OE\parallel C_1A$，从而$C_1A\parallel$平面BDE，

∴直线AC_1与平面BED的距离即为点A到平面BED的距离，设为h，

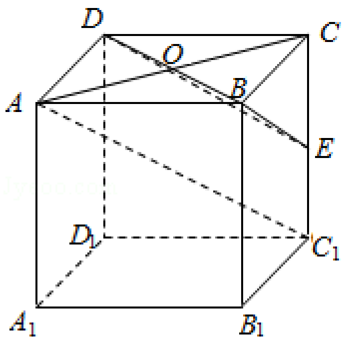
在三棱锥E﹣ABD中，$V_{E-ABD}=\frac{1}{3}S_{\triangle ABD}\times EC=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times2\times2\times\sqrt{2}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

在三棱锥A﹣BDE中，$BD=2\sqrt{2}$，$BE=\sqrt{6}$，$DE=\sqrt{6}$，$\therefore S_{\triangle EBD}=\frac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times\sqrt{6-2}=2\sqrt{2}$

$\therefore V_{A-BDE}=\frac{1}{3}\times S_{\triangle EBD}\times h=\frac{1}{3}\times2\sqrt{2}\times h=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

∴h=1

故选：D．



【点评】本题主要考查了线面平行的判定，线面距离与点面距离的转化，三棱锥的体积计算方法，等体积法求点面距离的技巧，属基础题

5．（5分）已知等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，$a_5=5$，$S_5=15$，则数列$\{\frac{1}{a_na_{n+1}}\}$的前100项和为（　　）

A．$\frac{100}{101}$　　B．$\frac{99}{101}$　　C．$\frac{99}{100}$　　D．$\frac{101}{100}$

【考点】85：等差数列的前n项和；8E：数列的求和．

【专题】11：计算题．

【分析】由等差数列的通项公式及求和公式，结合已知可求a_1，d，进而可求a_n

，代入可得$\frac{1}{a_na_{n+1}}=\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$，裂项可求和

【解答】解：设等差数列的公差为d

由题意可得，$\begin{cases}a_1+4d=5\\5a_1+10d=15\end{cases}$

解方程可得，d=1，$a_1=1$

由等差数列的通项公式可得，$a_n=a_1+(n-1)d=1+(n-1)\times1=n$

$\therefore\frac{1}{a_na_{n+1}}=\frac{1}{n(n+1)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}$

$S_{100}=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{100}-\frac{1}{101}$

$=1-\frac{1}{101}=\frac{100}{101}$

故选：A．

【点评】本题主要考查了等差数列的通项公式及求和公式的应用，及数列求和的裂项求和方法的应用，属于基础试题

6．（5分）△ABC中，AB边的高为CD，若$\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{CA}=\overrightarrow{b}$，$\overrightarrow{a}\bullet\overrightarrow{b}=0$，$|\overrightarrow{a}|=1$，$|\overrightarrow{b}|=2$，则$\overrightarrow{AD}=$（　　）

A．$\frac{1}{3}\overrightarrow{a}-\frac{1}{3}\overrightarrow{b}$　　B．$\frac{2}{3}\overrightarrow{a}-\frac{2}{3}\overrightarrow{b}$　　C．$\frac{3}{5}\overrightarrow{a}-\frac{3}{5}\overrightarrow{b}$　　D．$\frac{4}{5}\overrightarrow{a}-\frac{4}{5}\overrightarrow{b}$

【考点】9Y：平面向量的综合题．

【分析】由题意可得，CA⊥CB，CD⊥AB，由射影定理可得，$AC^2=AD\bullet AB$可求AD，进而可求$\frac{AD}{AB}$，从而可求$\overrightarrow{AD}$与$\overrightarrow{AB}$的关系，进而可求

【解答】解：$\because\overrightarrow{a}\bullet\overrightarrow{b}=0$，

∴CA⊥CB

∵CD⊥AB

$\because|\overrightarrow{a}|=1$，$|\overrightarrow{b}|=2$

$\therefore AB=\sqrt{5}$

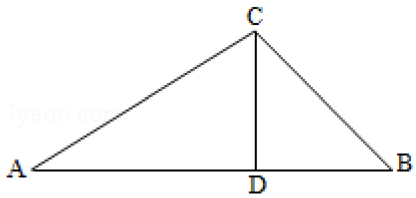
由射影定理可得，$AC^2=AD\bullet AB$

$\therefore AD=\frac{4}{\sqrt{5}}=\frac{4\sqrt{5}}{5}$

$\therefore \frac{AD}{AB}=\frac{\frac{4\sqrt{5}}{5}}{\sqrt{5}}=\frac{4}{5}$

$\therefore \overrightarrow{AD}=\frac{4}{5}\overrightarrow{AB}=\frac{4}{5}(\overrightarrow{CB}-\overrightarrow{CA})=\frac{4}{5}(\vec{a}-\vec{b})$

故选：D．



【点评】本题主要考查了直角三角形的射影定理的应用，向量的基本运算的应用，向量的数量积的性质的应用．

7．（5分）已知α为第二象限角，$\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}$，则cos2α=（　　）

A．$-\frac{\sqrt{5}}{3}$　B．$-\frac{\sqrt{5}}{9}$　C．$\frac{\sqrt{5}}{9}$　D．$\frac{\sqrt{5}}{3}$

【考点】GG：同角三角函数间的基本关系；GS：二倍角的三角函数．

【专题】56：三角函数的求值．

【分析】由α为第二象限角，可知sinα＞0，cosα＜0，从而可求得sinα﹣cosα=$\frac{\sqrt{15}}{3}$，利用cos2α=﹣（sinα﹣cosα）（sinα+cosα）可求得cos2α

【解答】解：∵sinα+cosα=$\frac{\sqrt{3}}{3}$，两边平方得：1+sin2α=$\frac{1}{3}$，

∴sin2α=﹣$\frac{2}{3}$，①

∴（sinα﹣cosα）^{2}=1﹣sin2α=$\frac{5}{3}$，

∵α为第二象限角，

∴sinα＞0，cosα＜0，

∴sinα﹣cosα=$\frac{\sqrt{15}}{3}$，②

∴cos2α=﹣（sinα﹣cosα）（sinα+cosα）

$=(-\frac{\sqrt{15}}{3})\times\frac{\sqrt{3}}{3}$

$=-\frac{\sqrt{5}}{3}$.

故选：A.

【点评】本题考查同角三角函数间的基本关系，突出二倍角的正弦与余弦的应用，求得$\sin\alpha-\cos\alpha=\frac{\sqrt{15}}{3}$是关键，属于中档题.

8．（5分）已知F_1、F_2为双曲线C：$x^2-y^2=2$的左、右焦点，点P在C上，$|PF_1|=2|PF_2|$，则$\cos\angle F_1PF_2=$（　　）

A．$\frac{1}{4}$　　B．$\frac{3}{5}$　　C．$\frac{3}{4}$　　D．$\frac{4}{5}$

【考点】KC：双曲线的性质.

【专题】11：计算题.

【分析】根据双曲线的定义，结合$|PF_1|=2|PF_2|$，利用余弦定理，即可求$\cos\angle F_1PF_2$的值.

【解答】解：将双曲线方程$x^2-y^2=2$化为标准方程$\frac{x^2}{2}-\frac{y^2}{2}=1$，则$a=\sqrt{2}$，$b=\sqrt{2}$，$c=2$，

设$|PF_1|=2|PF_2|=2m$，则根据双曲线的定义，$|PF_1|-|PF_2|=2a$可得$m=2\sqrt{2}$，

$\therefore |PF_1|=4\sqrt{2}$，$|PF_2|=2\sqrt{2}$，

$\because |F_1F_2|=2c=4$，

$\therefore\cos\angle F_1PF_2=\frac{|PF_1|^2+|PF_2|^2-|F_1F_2|^2}{2|PF_1||PF_2|}=\frac{32+8-16}{2\times4\sqrt{2}\times2\sqrt{2}}=\frac{24}{32}=\frac{3}{4}$.

故选：C.

【点评】本题考查双曲线的性质，考查双曲线的定义，考查余弦定理的运用，属于中档题.

9．（5分）已知$x=\ln\pi$，$y=\log_5 2$，$z=e^{-\frac{1}{2}}$，则（　　）

A．x＜y＜z　　B．z＜x＜y　　C．z＜y＜x　　D．y＜z＜x

【考点】72：不等式比较大小．

【专题】11：计算题；16：压轴题．

【分析】利用$x=\ln\pi>1$，$0<y=\log_5 2<\frac{1}{2}$，$1>z=e^{-\frac{1}{2}}>\frac{1}{2}$，即可得到答案．

【解答】解：∵$x=\ln\pi>\ln e=1$，

$0<\log_5 2<\log_5\sqrt{5}=\frac{1}{2}$，即$y\in(0,\frac{1}{2})$；

$1=e^0>e^{-\frac{1}{2}}=\frac{1}{\sqrt{e}}>\frac{1}{\sqrt{4}}=\frac{1}{2}$，即$z\in(\frac{1}{2},1)$，

∴$y<z<x$．

故选：D．

【点评】本题考查不等式比较大小，掌握对数函数与指数函数的性质是解决问题的关键，属于基础题．

10．（5分）已知函数$y=x^3-3x+c$的图象与x轴恰有两个公共点，则c=（　　）

A．-2或2　　B．-9或3　　C．-1或1　　D．-3或1

【考点】53：函数的零点与方程根的关系；6D：利用导数研究函数的极值．

【专题】11：计算题．

【分析】求导函数，确定函数的单调性，确定函数的极值点，利用函数$y=x^3-3x+c$的图象与x轴恰有两个公共点，可得极大值等于0或极小值等于0，由此可求c的值．

【解答】解：求导函数可得$y'=3(x+1)(x-1)$，

令$y'>0$，可得$x>1$或$x<-1$；令$y'<0$，可得$-1<x<1$；

∴函数在$(-\infty,-1)$，$(1,+\infty)$上单调增，$(-1,1)$上单调减，

∴函数在$x=-1$处取得极大值，在$x=1$处取得极小值．

∵函数$y=x^3-3x+c$的图象与x轴恰有两个公共点，

∴极大值等于0或极小值等于0．

∴$1-3+c=0$或$-1+3+c=0$，

∴$c=-2$或2．

故选：A．

【点评】本题考查导数知识的运用，考查函数的单调性与极值，解题的关键是利用极大值等于0或极小值等于0．

11．（5分）将字母a，a，b，b，c，c排成三行两列，要求每行的字母互不相同，每列的字母也互不相同，则不同的排列方法共有（　　）

A．12种　　B．18种　　C．24种　　D．36种

【考点】D9：排列、组合及简单计数问题．

【专题】11：计算题；16：压轴题．

【分析】由题意，可按分步原理计数，对列的情况进行讨论比对行讨论更简洁．

【解答】解：由题意，可按分步原理计数，

首先，对第一列进行排列，第一列为a，b，c的全排列，共有A_3^3种，

再分析第二列的情况，当第一列确定时，第二列第一行只能有2种情况，

当第二列一行确定时，第二列第2，3行只能有1种情况；

所以排列方法共有：$A_3^3\times 2\times 1\times 1=12$种，

故选：A．

【点评】本题若讨论三行每一行的情况，讨论情况较繁琐，而对两列的情况进行分析会大大简化解答过程．

12．（5分）正方形ABCD的边长为1，点E在边AB上，点F在边BC上，$AE=BF=\frac{3}{7}$，动点P从E出发沿直线向F运动，每当碰到正方形的边时反弹，反弹时反射角等于入射角，当点P第一次碰到E时，P与正方形的边碰撞的次数为（　　）

A．16　　B．14　　C．12　　D．10

【考点】IG：直线的一般式方程与直线的性质；IQ：与直线关于点、直线对称

的直线方程．

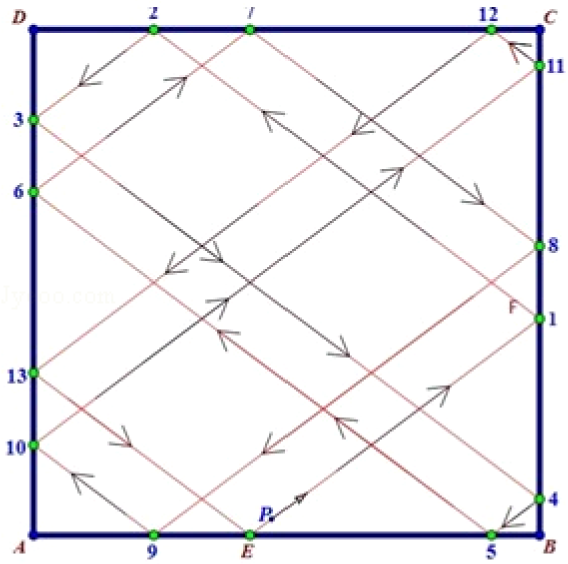
【专题】13：作图题；16：压轴题．

【分析】通过相似三角形，来确定反射后的点的落的位置，结合图象分析反射的次数即可．

【解答】解：根据已知中的点E，F的位置，可知第一次碰撞点为F，在反射的过程中，直线是平行的，利用平行关系及三角形的相似可得第二次碰撞点为G，且CG=$\frac{16}{21}$，第二次碰撞点为H，且DH=$(1-\frac{16}{21})\times\frac{3}{4}=\frac{5}{28}$，作图，

可以得到回到E点时，需要碰撞14次即可．

故选：B．



【点评】本题主要考查了反射原理与三角形相似知识的运用．通过相似三角形，来确定反射后的点的落的位置，结合图象分析反射的次数即可，属于难题．

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分，把答案填在题中横线上．（注意：在试题卷上作答无效）

13．（5分）若x，y满足约束条件$\begin{cases}x-y+1\geqslant 0\\ x+y-3\leqslant 0\\ x+3y-3\geqslant 0\end{cases}$则z=3x－y的最小值为__－1__．

【考点】7C：简单线性规划．

【专题】11：计算题．

【分析】作出不等式组表示的平面区域，由z=3x﹣y可得y=3x﹣z，则﹣z表示直线3x﹣y﹣z=0在y轴上的截距，截距越大z越小，结合图形可求

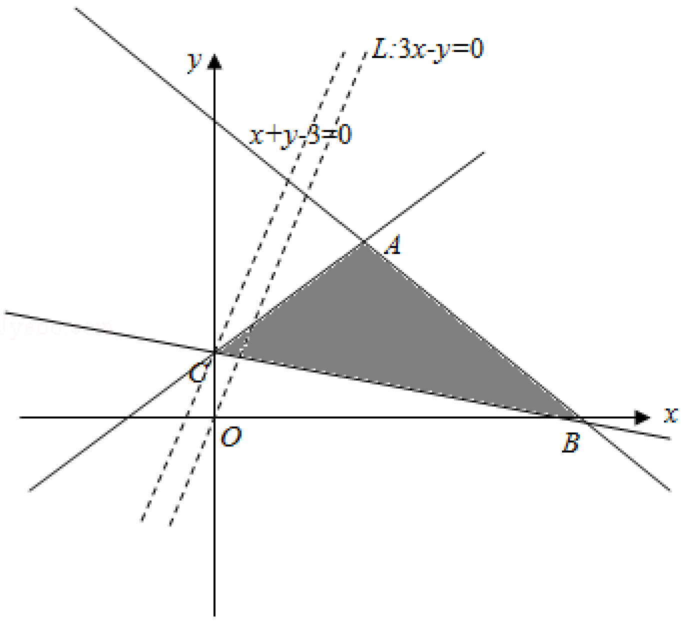
【解答】解：作出不等式组$\begin{cases}x-y+1\geqslant 0\\x+y-3\leqslant 0\\x+3y-3\geqslant 0\end{cases}$表示的平面区域，如图所示

由z=3x﹣y可得y=3x﹣z，则﹣z表示直线3x﹣y﹣z=0在y轴上的截距，截距越大z越小

结合图形可知，当直线z=3x﹣y过点C时z最小

由$\begin{cases}x+3y-3=0\\x-y+1=0\end{cases}$可得C（0，1），此时z=﹣1

故答案为：﹣1



【点评】本题主要考查了线性规划的简单应用，解题的关键是明确目标函数中z的几何意义，属于基础试题

14．（5分）当函数y=sinx﹣$\sqrt{3}$cosx（0≤x＜2π）取得最大值时，x=__$\frac{5\pi}{6}$__．

【考点】GP：两角和与差的三角函数；HW：三角函数的最值．

【专题】11：计算题；16：压轴题．

【分析】利用辅助角公式将y=sinx－$\sqrt{3}$cosx化为y=2sin（x－$\frac{\pi}{3}$）（0≤x＜2π），即可求得y=sinx－$\sqrt{3}$cosx（0≤x＜2π）取得最大值时x的值．

【解答】解：∵y=sinx－$\sqrt{3}$cosx=2（$\frac{1}{2}$sinx－$\frac{\sqrt{3}}{2}$cosx）=2sin（x－$\frac{\pi}{3}$）．

∵0≤x＜2π，

∴－$\frac{\pi}{3}$≤x－$\frac{\pi}{3}$＜$\frac{5\pi}{3}$，

∴y_{max}=2，此时x－$\frac{\pi}{3}$=$\frac{\pi}{2}$，

∴x=$\frac{5\pi}{6}$.

故答案为：$\frac{5\pi}{6}$.

【点评】本题考查三角函数的最值两与角和与差的正弦函数，着重考查辅助角公式的应用与正弦函数的性质，将y=sinx－$\sqrt{3}$cosx（0≤x＜2π）化为y=2sin（x－$\frac{\pi}{3}$）（0≤x＜2π）是关键，属于中档题．

15．（5分）若$(x+\frac{1}{x})^n$的展开式中第3项与第7项的二项式系数相等，则该展开式中$\frac{1}{x^2}$的系数为__56__．

【考点】DA：二项式定理．

【专题】11：计算题；16：压轴题．

【分析】根据第2项与第7项的系数相等建立等式，求出n的值，根据通项可求满足条件的系数

【解答】解：由题意可得，$C_n^2=C_n^6$

∴n=8

展开式的通项$T_{r+1}=C_8^r x^{8-r}(\frac{1}{x})^r=C_8^r x^{8-2r}$

令8－2r=－2可得r=5

此时系数为C_8^5=56

故答案为：56

【点评】本题主要考查了二项式系数的性质，以及系数的求解，解题的关键是根据二项式定理写出通项公式，同时考查了计算能力．

16．（5分）三棱柱ABC－$A_1B_1C_1$中，底面边长和侧棱长都相等，$\angle BAA_1=\angle CAA_1=60°$，则异面直线$AB_1$与$BC_1$所成角的余弦值为$\underline{\quad\frac{\sqrt{6}}{6}\quad}$．

【考点】LM：异面直线及其所成的角．

【专题】11：计算题；16：压轴题．

【分析】先选一组基底，再利用向量加法和减法的三角形法则和平行四边形法则将两条异面直线的方向向量用基底表示，最后利用夹角公式求异面直线AB_1与BC_1所成角的余弦值即可

【解答】解：如图，设$\overrightarrow{AA_1}=\vec{c}$，$\overrightarrow{AB}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AC}=\vec{b}$，棱长均为1，

则$\vec{a}\cdot\vec{b}=\frac{1}{2}$，$\vec{b}\cdot\vec{c}=\frac{1}{2}$，$\vec{a}\cdot\vec{c}=\frac{1}{2}$

$\because\overrightarrow{AB_1}=\vec{a}+\vec{c}$，$\overrightarrow{BC_1}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB_1}=\vec{b}-\vec{a}+\vec{c}$

$\therefore\overrightarrow{AB_1}\cdot\overrightarrow{BC_1}=(\vec{a}+\vec{c})\cdot(\vec{b}-\vec{a}+\vec{c})=\vec{a}\cdot\vec{b}-\vec{a}^2+\vec{a}\cdot\vec{c}+\vec{b}\cdot\vec{c}-\vec{a}\cdot\vec{c}+\vec{c}^2$

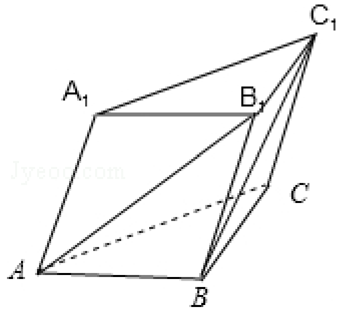
$=\vec{a}\cdot\vec{b}-\vec{a}^2+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{c}^2=\frac{1}{2}-1+\frac{1}{2}+1=1$

$|\overrightarrow{AB_1}|=\sqrt{(\vec{a}+\vec{c})^2}=\sqrt{1+1+1}=\sqrt{3}$

$|\overrightarrow{BC_1}|=\sqrt{(\vec{b}-\vec{a}+\vec{c})^2}=\sqrt{1+1+1-1-1+1}=\sqrt{2}$

$\therefore\cos<\overrightarrow{AB_1},\overrightarrow{BC_1}>=\frac{\overrightarrow{AB_1}\cdot\overrightarrow{BC_1}}{|\overrightarrow{AB_1}|\cdot|\overrightarrow{BC_1}|}=\frac{1}{\sqrt{2}\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{6}$

$\therefore$异面直线AB_1与BC_1所成角的余弦值为$\frac{\sqrt{6}}{6}$



【点评】本题主要考查了空间向量在解决立体几何问题中的应用，空间向量基本定理，向量数量积运算的性质及夹角公式的应用，有一定的运算量

三.解答题：本大题共6小题，共70分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17. （10分）△ABC的内角A、B、C的对边分别为a、b、c，已知cos（A－C）+cosB=1，a=2c，求C.

【考点】GL：三角函数中的恒等变换应用；HP：正弦定理.

【专题】11：计算题.

【分析】由cos（A－C）+cosB=cos（A－C）－cos（A+C）=1，可得sinAsinC=$\frac{1}{2}$，由a=2c及正弦定理可得sinA=2sinC，联立可求C

【解答】解：由B=π－（A+C）可得cosB=－cos（A+C）

∴cos（A－C）+cosB=cos（A－C）－cos（A+C）=2sinAsinC=1

∴sinAsinC=$\frac{1}{2}$①

由a=2c及正弦定理可得sinA=2sinC②

①②联立可得，$\sin^2C=\frac{1}{4}$

∵0＜C＜π

∴sinC=$\frac{1}{2}$

a=2c即a＞c

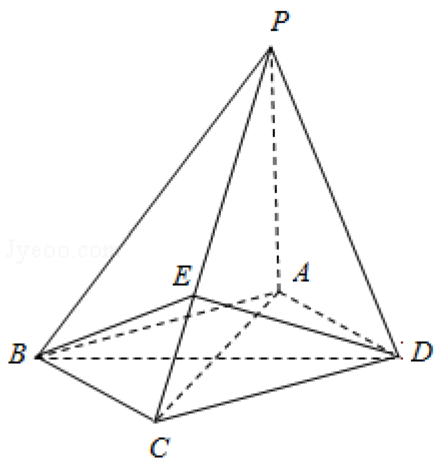
$C=\frac{\pi}{6}$

【点评】本题主要考查了两角和与差的余弦公式及正弦定理的应用，属于基础试题

18. （12分）如图，四棱锥P－ABCD中，底面ABCD为菱形，PA⊥底面ABCD，$AC=2\sqrt{2}$，PA=2，E是PC上的一点，PE=2EC.

（Ⅰ）证明：PC⊥平面BED；

（Ⅱ）设二面角A－PB－C为90°，求PD与平面PBC所成角的大小.



【考点】LW：直线与平面垂直；MI：直线与平面所成的角；MM：向量语言表述线面的垂直、平行关系．

【专题】11：计算题．

【分析】（I）先由已知建立空间直角坐标系，设D（$\sqrt{2}$，b，0），从而写出相关点和相关向量的坐标，利用向量垂直的充要条件，证明PC⊥BE，PC⊥DE，从而利用线面垂直的判定定理证明结论即可；

（II）先求平面PAB的法向量，再求平面PBC的法向量，利用两平面垂直的性质，即可求得b的值，最后利用空间向量夹角公式即可求得线面角的正弦值，进而求得线面角

【解答】解：（I）以A为坐标原点，建立如图空间直角坐标系A﹣xyz，

设D（$\sqrt{2}$，b，0），则C（$2\sqrt{2}$，0，0），P（0，0，2），E（$\frac{4\sqrt{2}}{3}$，0，$\frac{2}{3}$），B（$\sqrt{2}$，﹣b，0）

∴$\overrightarrow{PC}$=（$2\sqrt{2}$，0，﹣2），$\overrightarrow{BE}$=（$\frac{\sqrt{2}}{3}$，b，$\frac{2}{3}$），$\overrightarrow{DE}$=（$\frac{\sqrt{2}}{3}$，﹣b，$\frac{2}{3}$）

∴$\overrightarrow{PC}\bullet\overrightarrow{BE}=\frac{4}{3}-\frac{4}{3}=0$，$\overrightarrow{PC}\bullet\overrightarrow{DE}=0$

∴PC⊥BE，PC⊥DE，BE∩DE=E

∴PC⊥平面BED

（II）$\overrightarrow{AP}$=（0，0，2），$\overrightarrow{AB}$=（$\sqrt{2}$，﹣b，0）

设平面PAB的法向量为$\overrightarrow{m}$=（x，y，z），则$\begin{cases}\overrightarrow{m}\cdot\overrightarrow{AP}=2z=0\\ \overrightarrow{m}\cdot\overrightarrow{AB}=\sqrt{2}x-by=0\end{cases}$

取$\overrightarrow{m}$=（b，$\sqrt{2}$，0）

设平面PBC的法向量为$\overrightarrow{n}$=（p，q，r），则$\begin{cases}\overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{PC}=2\sqrt{2}p-2r=0\\ \overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{BE}=\frac{\sqrt{2}}{3}p+bq+\frac{2}{3}r=0\end{cases}$

取$\overrightarrow{n}$=（1，$-\frac{\sqrt{2}}{b}$，$\sqrt{2}$）

∵平面PAB⊥平面PBC，∴$\overrightarrow{m}\bullet\overrightarrow{n}=b-\frac{2}{b}=0$．故b=$\sqrt{2}$

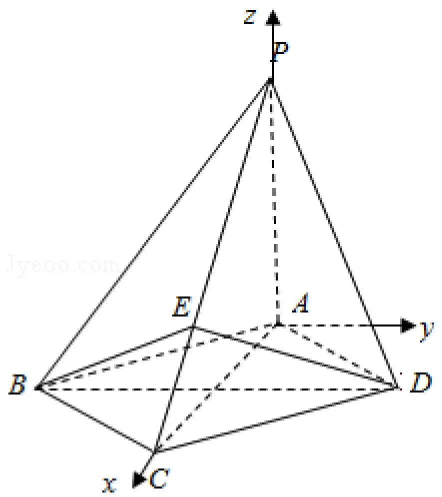
∴$\overrightarrow{n}$=（1，－1，$\sqrt{2}$），$\overrightarrow{DP}$=（$-\sqrt{2}$，$-\sqrt{2}$，2）

∴$\cos<\overrightarrow{DP},\overrightarrow{n}>=\frac{\overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{DP}}{|\overrightarrow{n}|\cdot|\overrightarrow{DP}|}=\frac{1}{2}$

设PD与平面PBC所成角为θ，θ∈$[0,\frac{\pi}{2}]$，则$\sin\theta=\frac{1}{2}$

∴θ=30°

∴PD与平面PBC所成角的大小为30°



【点评】本题主要考查了利用空间直角坐标系和空间向量解决立体几何问题的一般方法，线面垂直的判定定理，空间线面角的求法，有一定的运算量，属中档题

19．（12分）乒乓球比赛规则规定：一局比赛，双方比分在10平前，一方连续发球2次后，对方再连续发球2次，依次轮换．每次发球，胜方得1分，负方得0分．设在甲、乙的比赛中，每次发球，发球方得1分的概率为0.6，各次发球的胜负结果相互独立．甲、乙的一局比赛中，甲先发球．

（Ⅰ）求开始第4次发球时，甲、乙的比分为1比2的概率；

（Ⅱ）ξ表示开始第4次发球时乙的得分，求ξ的期望．

【考点】C8：相互独立事件和相互独立事件的概率乘法公式；CH：离散型随机变量的期望与方差．

【专题】15：综合题．

【分析】（Ⅰ）记A_i表示事件：第1次和第2次这两次发球，甲共得i分，i=0，1，2；A表示事件：第3次发球，甲得1分；B表示事件：开始第4次发球，甲、乙的比分为1比2，则$B=A_0A+A_1\cdot\overline{A}$，根据P（A）=0.4，P（$A_0$）=0.16，P（$A_1$）=2×0.6×0.4=0.48，即可求得结论；

（Ⅱ）P（A_2）=0.6^2=0.36，ξ表示开始第4次发球时乙的得分，可取0，1，2，3，计算相应的概率，即可求得ξ的期望．

【解答】解：（Ⅰ）记A_i表示事件：第1次和第2次这两次发球，甲共得i分，i=0，1，2；A表示事件：第3次发球，甲得1分；

B表示事件：开始第4次发球，甲、乙的比分为1比2，则$B=A_0A+A_1\cdot\overline{A}$

∵P（A）=0.4，P（A_0）=0.16，P（A_1）=2×0.6×0.4=0.48

∴P（B）=0.16×0.4+0.48×（1﹣0.4）=0.352；

（Ⅱ）P（A_2）=0.6^2=0.36，ξ表示开始第4次发球时乙的得分，可取0，1，2，3

P（ξ=0）=P（A_2A）=0.36×0.4=0.144

P（ξ=2）=P（B）=0.352

P（ξ=3）=P（$A_0\cdot\overline{A}$）=0.16×0.6=0.096

P（ξ=1）=1﹣0.144﹣0.352﹣0.096=0.408

∴ξ的期望Eξ=1×0.408+2×0.352+3×0.096=1.400．

【点评】本题考查相互独立事件的概率，考查离散型随机变量的期望，确定变量的取值，计算相应的概率是关键．

20．（12分）设函数f（x）=ax+cosx，x∈[0，π]．

（Ⅰ）讨论f（x）的单调性；

（Ⅱ）设f（x）≤1+sinx，求a的取值范围．

【考点】6B：利用导数研究函数的单调性；6E：利用导数研究函数的最值．

【专题】15：综合题．

【分析】（Ⅰ）求导函数，可得f'（x）=a﹣sinx，x∈[0．π]，sinx∈[0，1]，对a进行分类讨论，即可确定函数的单调区间；

（Ⅱ）由f（x）≤1+sinx得f（π）≤1，aπ﹣1≤1，可得$a\le\frac{2}{\pi}$，构造函数g（x）=sinx﹣$\frac{2}{\pi}x$（$0\le x\leqslant\frac{\pi}{2}$），可得g（x）≥0（$0\le x\leqslant\frac{\pi}{2}$），再考虑：①$0\le x\leqslant\frac{\pi}{2}$；②$\frac{\pi}{2}\leqslant x\leqslant\pi$，即可得到结论．

【解答】解：（Ⅰ）求导函数，可得f'（x）=a﹣sinx，x∈[0，π]，sinx∈[0，1]；

当a≤0时，f'（x）≤0恒成立，f（x）单调递减；当a≥1时，f'（x）≥0恒成立，f（x）单调递增；

当0＜a＜1时，由f'（x）=0得x_1=arcsina，x_2=π﹣arcsina

当x∈[0，x_1]时，sinx＜a，f'（x）＞0，f（x）单调递增

当x∈[x_1，x_2]时，sinx＞a，f'（x）＜0，f（x）单调递减

当x∈[x_2，π]时，sinx＜a，f'（x）＞0，f（x）单调递增；

（Ⅱ）由f（x）≤1+sinx得f（π）≤1，aπ﹣1≤1，∴$a\le\frac{2}{\pi}$．

令g（x）=sinx﹣$\frac{2}{\pi}x$（$0\le x\leqslant\frac{\pi}{2}$），则g′（x）=cosx﹣$\frac{2}{\pi}$

当$x\in(0,\arccos\frac{2}{\pi})$时，g′（x）＞0，当$x\in(\arccos\frac{2}{\pi},\frac{\pi}{2})$时，g′（x）＜0

∵$g(0)=g(\frac{\pi}{2})=0$，∴g（x）≥0，即$\frac{2}{\pi}x\leqslant\sin x$（$0\le x\leqslant\frac{\pi}{2}$），

当$a\le\frac{2}{\pi}$时，有$f(x)\leqslant\frac{2}{\pi}x+\cos x$

①当$0\le x\leqslant\frac{\pi}{2}$时，$\frac{2}{\pi}x\leqslant\sin x$，cosx≤1，所以f（x）≤1+sinx；

②当$\frac{\pi}{2}\leqslant x\leqslant\pi$时，$f(x)\leqslant\frac{2}{\pi}x+\cos x=1+\frac{2}{\pi}(x-\frac{\pi}{2})-\sin(x-\frac{\pi}{2})\le1+\sin x$

综上，$a\le\frac{2}{\pi}$．

【点评】本题考查导数知识的运用，考查函数的单调性，考查函数的最值，解题的关键是正确求导，确定函数的单调性．

21. （12分）已知抛物线C：$y=(x+1)^2$与圆M：$(x-1)^2+\left(y-\frac{1}{2}\right)^2=r^2$（r>0）有一个公共点A，且在A处两曲线的切线为同一直线l.

（Ⅰ）求r；

（Ⅱ）设m，n是异于l且与C及M都相切的两条直线，m，n的交点为D，求D到l的距离.

【考点】IM：两条直线的交点坐标；IT：点到直线的距离公式；KJ：圆与圆锥曲线的综合.

【专题】15：综合题；16：压轴题.

【分析】（Ⅰ）设A（x_0，$(x_0+1)^2$），根据$y=(x+1)^2$，求出l的斜率，圆心M（1，$\frac{1}{2}$），求得MA的斜率，利用l⊥MA建立方程，求得A的坐标，即可求得r的值；

（Ⅱ）设（t，$(t+1)^2$）为C上一点，则在该点处的切线方程为$y-(t+1)^2=2(t+1)(x-t)$，即$y=2(t+1)x-t^2+1$，若该直线与圆M相切，则圆心M到该切线的距离为$\frac{\sqrt{5}}{2}$，建立方程，求得t的值，求出相应的切线方程，可得D的坐标，从而可求D到l的距离.

【解答】解：（Ⅰ）设A（x_0，$(x_0+1)^2$），

∵$y=(x+1)^2$，$y'=2(x+1)$

∴l的斜率为$k=2(x_0+1)$

当$x_0=1$时，不合题意，所以$x_0\neq1$

圆心M（1，$\frac{1}{2}$），MA的斜率$k'=\dfrac{(x_0+1)^2-\frac{1}{2}}{x_0-1}$.

∵l⊥MA，∴$2(x_0+1)\times\dfrac{(x_0+1)^2-\frac{1}{2}}{x_0-1}=-1$

∴$x_0=0$，∴A（0，1），

∴$r=|MA|=\frac{\sqrt{5}}{2}$；

（Ⅱ）设（t，$(t+1)^2$）为C上一点，则在该点处的切线方程为$y-(t+1)^2=2$

（t+1）（x－t），即$y=2(t+1)x-t^2+1$

若该直线与圆M相切，则圆心M到该切线的距离为$\frac{\sqrt{5}}{2}$

$\therefore\frac{|2(t+1)\times 1-\frac{1}{2}-t^2+1|}{\sqrt{[2(t+1)]^2+1}}=\frac{\sqrt{5}}{2}$

$\therefore t^2(t^2-4t-6)=0$

$\therefore t_0=0$，或$t_1=2+\sqrt{10}$，$t_2=2-\sqrt{10}$

抛物线C在点（t_i，$(t_i+1)^2$）（i=0，1，2）处的切线分别为l，m，n，其方程分别为

$y=2x+1$①，$y=2(t_1+1)x-t_1^2+1$②，$y=2(t_2+1)x-t_2^2+1$③

②－③：$x=\frac{t_1+t_2}{2}=2$

代入②可得：y=－1

∴D（2，－1），

∴D到l的距离为$\frac{|4+1+1|}{\sqrt{5}}=\frac{6}{5}\sqrt{5}$

【点评】本题考查圆与抛物线的综合，考查抛物线的切线方程，考查导数知识的运用，考查点到直线的距离公式的运用，关键是确定切线方程，求得交点坐标．

22．（12分）函数$f(x)=x^2-2x-3$，定义数列$\{x_n\}$如下：$x_1=2$，x_{n+1}是过两点P（4，5），Q_n（x_n，$f(x_n)$）的直线PQ_n与x轴交点的横坐标．

（Ⅰ）证明：$2\leq x_n<x_{n+1}<3$；

（Ⅱ）求数列$\{x_n\}$的通项公式．

【考点】8H：数列递推式；8I：数列与函数的综合．

【专题】15：综合题；16：压轴题．

【分析】（Ⅰ）用数学归纳法证明：①n=1时，$x_1=2$，直线PQ_1的方程为$y-5=\frac{f(2)-5}{2-4}(x-4)$，当y=0时，可得$x_2=\frac{11}{4}$；②假设n=k时，结论成立，即2

$\leq x_k < x_{k+1} < 3$，直线PQ_{k+1}的方程为$y-5=\frac{f(x_{k+1})-5}{x_{k+1}-4}(x-4)$，当y=0时，可得

$x_{k+2}=\frac{3+4x_{k+1}}{2+x_{k+1}}$，根据归纳假设$2\leq x_k < x_{k+1} < 3$，可以证明$2\leq x_{k+1} < x_{k+2} < 3$，从而结论成立．

（Ⅱ）由（Ⅰ），可得$x_{n+1}=\frac{3+4x_n}{2+x_n}$，构造$b_n=x_n-3$，可得$\{\frac{1}{b_n}+\frac{1}{4}\}$是以$-\frac{3}{4}$为首项，5为公比的等比数列，由此可求数列$\{x_n\}$的通项公式．

【解答】（Ⅰ）证明：①n=1时，$x_1=2$，直线PQ_1的方程为$y-5=\frac{f(2)-5}{2-4}(x-4)$

当y=0时，$\therefore x_2=\frac{11}{4}$，$\therefore 2\leq x_1 < x_2 < 3$；

②假设n=k时，结论成立，即$2\leq x_k < x_{k+1} < 3$，直线PQ_{k+1}的方程为

$$y-5=\frac{f(x_{k+1})-5}{x_{k+1}-4}(x-4)$$

当y=0时，$\therefore x_{k+2}=\frac{3+4x_{k+1}}{2+x_{k+1}}$

$\because 2\leq x_k < x_{k+1} < 3$，$\therefore x_{k+2}=4-\frac{5}{2+x_{k+1}} < 4-\frac{5}{2+3}=3$

$$x_{k+2}-x_{k+1}=\frac{(3-x_{k+1})(1+x_{k+1})}{2+x_{k+1}} > 0$$

$\therefore x_{k+1} < x_{k+2}$

$\therefore 2\leq x_{k+1} < x_{k+2} < 3$

即n=k+1时，结论成立

由①②可知：$2\leq x_n < x_{n+1} < 3$；

（Ⅱ）由（Ⅰ），可得$x_{n+1}=\frac{3+4x_n}{2+x_n}$

设$b_n=x_n-3$，$\therefore \frac{1}{b_{n+1}}=\frac{5}{b_n}+1$

$\therefore \frac{1}{b_{n+1}}+\frac{1}{4}=5(\frac{1}{b_n}+\frac{1}{4})$

$\therefore \{\frac{1}{b_n}+\frac{1}{4}\}$是以$-\frac{3}{4}$为首项，5为公比的等比数列

$\therefore \frac{1}{b_n}+\frac{1}{4}=(-\frac{3}{4})\times 5^{n-1}$

$\therefore b_n=-\frac{4}{3\times 5^{n-1}+1}$

$\therefore x_n=b_n+3=3-\frac{4}{3\times 5^{n-1}+1}$.

【点评】本题考查数列的通项公式，考查数列与函数的综合，解题的关键是从函数入手，确定直线方程，求得交点坐标，再利用数列知识解决．