2012年全国统一高考数学试卷（文科）（新课标）

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给同的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．（5分）已知集合A={x|x^2﹣x﹣2＜0}，B={x|﹣1＜x＜1}，则（　　）

A．A⊊B　　B．B⊊A　　C．A=B　　D．A∩B=∅

【考点】18：集合的包含关系判断及应用．

【专题】5J：集合．

【分析】先求出集合A，然后根据集合之间的关系可判断

【解答】解：由题意可得，A={x|﹣1＜x＜2}，

∵B={x|﹣1＜x＜1}，

在集合B中的元素都属于集合A，但是在集合A中的元素不一定在集合B中，例如 $x=\frac{3}{2}$

∴B⊊A．

故选：B．

【点评】本题主要考查了集合之间关系的判断，属于基础试题．

2．（5分）复数$z=\frac{-3+i}{2+i}$的共轭复数是（　　）

A．2+i　　B．2﹣i　　C．﹣1+i　　D．﹣1﹣i

【考点】A1：虚数单位i、复数；A5：复数的运算．

【专题】11：计算题．

【分析】利用复数的分子、分母同乘分母的共轭复数，把复数化为a+bi的形式，然后求法共轭复数即可．

【解答】解：复数$z=\frac{-3+i}{2+i}=\frac{(-3+i)(2-i)}{(2+i)(2-i)}=\frac{-5+5i}{5}=-1+i$．

所以复数的共轭复数为：﹣1﹣i．

故选：D.

【点评】本题考查复数的代数形式的混合运算，复数的基本概念，考查计算能力.

3．（5分）在一组样本数据（x_1，y_1），（x_2，y_2），…，（x_n，y_n）（n≥2，x_1，x_2，…，x_n不全相等）的散点图中，若所有样本点（x_i，y_i）（i=1，2，…，n）都在直线$y=\frac{1}{2}x+1$上，则这组样本数据的样本相关系数为（　　）

A．﹣1　　B．0　　C．$\frac{1}{2}$　　D．1

【考点】BS：相关系数.

【专题】29：规律型.

【分析】所有样本点（x_i，y_i）（i=1，2，…，n）都在直线$y=\frac{1}{2}x+1$上，故这组样本数据完全正相关，故其相关系数为1.

【解答】解：由题设知，所有样本点（x_i，y_i）（i=1，2，…，n）都在直线$y=\frac{1}{2}x+1$上，

∴这组样本数据完全正相关，故其相关系数为1，

故选：D.

【点评】本题主要考查样本的相关系数，是简单题.

4．（5分）设F_1、F_2是椭圆E：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0）的左、右焦点，P为直线$x=\frac{3a}{2}$上一点，△$F_2PF_1$是底角为30°的等腰三角形，则E的离心率为（　　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{2}{3}$　　C．$\frac{3}{4}$　　D．$\frac{4}{5}$

【考点】K4：椭圆的性质.

【专题】11：计算题.

【分析】利用△F_2PF_1是底角为30°的等腰三角形，可得$|PF_2|=|F_2F_1|$，根据P为直

线$x=\frac{3a}{2}$上一点，可建立方程，由此可求椭圆的离心率．

【解答】解：∵$\triangle F_2PF_1$是底角为30°的等腰三角形，

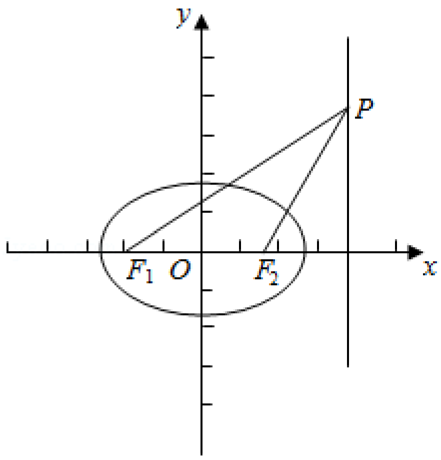
∴$|PF_2|=|F_2F_1|$

∵P为直线$x=\frac{3a}{2}$上一点

∴$2(\frac{3}{2}a-c)=2c$

∴$e=\frac{c}{a}=\frac{3}{4}$

故选：C．



【点评】本题考查椭圆的几何性质，解题的关键是确定几何量之间的关系，属于基础题．

5．（5分）已知正三角形ABC的顶点A（1，1），B（1，3），顶点C在第一象限，若点（x，y）在△ABC内部，则z=﹣x+y的取值范围是（　　）

A．（$1-\sqrt{3}$，2）　B．（0，2）　　C．（$\sqrt{3}-1$，2）　D．（0，$1+\sqrt{3}$）

【考点】7C：简单线性规划．

【专题】11：计算题．

【分析】由A，B及△ABC为正三角形可得，可求C的坐标，然后把三角形的各顶点代入可求z的值，进而判断最大与最小值，即可求解范围

【解答】解：设C（a，b），（a＞0，b＞0）

由A（1，1），B（1，3），及△ABC为正三角形可得，AB=AC=BC=2

即（a﹣1）^{2}+（b﹣1）^{2}=（a﹣1）^{2}+（b﹣3）^{2}=4

∴b=2，a=1+$\sqrt{3}$即C（1+$\sqrt{3}$，2）

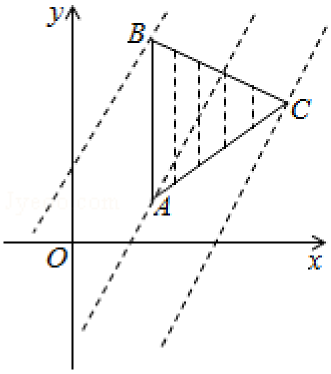
则此时直线AB的方程x=1，AC的方程为y﹣1=$\frac{\sqrt{3}}{3}$（x﹣1），

直线BC的方程为y﹣3=﹣$\frac{\sqrt{3}}{3}$（x﹣1）

当直线x﹣y+z=0经过点A（1，1）时，z=0，经过点B（1，3）z=2，经过点C（1+$\sqrt{3}$，2）时，z=1﹣$\sqrt{3}$

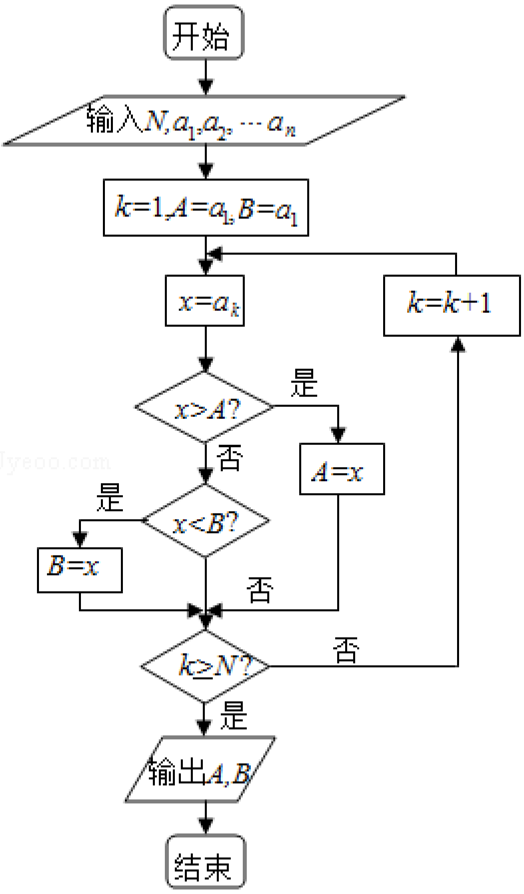
∴$z_{max}=2$，$z_{min}=1-\sqrt{3}$

故选：A.



【点评】考查学生线性规划的理解和认识，考查学生的数形结合思想．属于基本题型．

6．（5分）如果执行右边的程序框图，输入正整数N（N≥2）和实数a_1，a_2，…，a_n，输出A，B，则（　　）



A．A+B为a_1，a_2，…，a_n的和

B．$\frac{A+B}{2}$为a_1，a_2，…，a_n的算术平均数

C．A和B分别是a_1，a_2，…，a_n中最大的数和最小的数

D．A和B分别是a_1，a_2，…，a_n中最小的数和最大的数

【考点】E7：循环结构．

【专题】5K：算法和程序框图．

【分析】分析程序中各变量、各语句的作用，再根据流程图所示的顺序，可知：该程序的作用是求出a_1，a_2，…，a_n中最大的数和最小的数．

【解答】解：分析程序中各变量、各语句的作用，

再根据流程图所示的顺序，

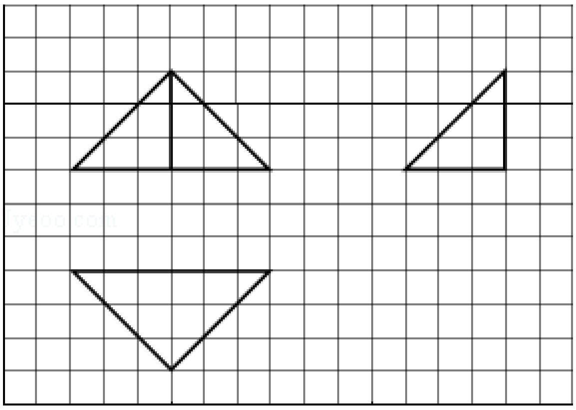
可知，该程序的作用是：求出a_1，a_2，…，a_n中最大的数和最小的数

其中A为a_1，a_2，…，a_n中最大的数，B为a_1，a_2，…，a_n中最小的数

故选：C．

【点评】本题主要考查了循环结构，解题的关键是建立数学模型，根据每一步分析的结果，选择恰当的数学模型，属于中档题．

7．（5分）如图，网格纸上小正方形的边长为1，粗线画出的是某几何体的三视图，则此几何体的体积为（　　）



A．6　　　　B．9　　　　C．12　　　　D．18

【考点】L!：由三视图求面积、体积．

【专题】11：计算题．

【分析】通过三视图判断几何体的特征，利用三视图的数据求出几何体的体积即可．

【解答】解：该几何体是三棱锥，底面是俯视图，三棱锥的高为3；

底面三角形斜边长为6，高为3的等腰直角三角形，

此几何体的体积为$V=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times6\times3\times3=9$．

故选：B．

【点评】本题考查三视图与几何体的关系，考查几何体的体积的求法，考查计算能力．

8．（5分）平面α截球O的球面所得圆的半径为1，球心O到平面α的距离为$\sqrt{2}$，则此球的体积为（　　）

A．$\sqrt{6}\pi$　　　　B．$4\sqrt{3}\pi$　　　　C．$4\sqrt{6}\pi$　　　　D．$6\sqrt{3}\pi$

【考点】LG：球的体积和表面积．

【专题】11：计算题．

【分析】利用平面α截球O的球面所得圆的半径为1，球心O到平面α的距离为$\sqrt{2}$，求出球的半径，然后求解球的体积．

【解答】解：因为平面α截球O的球面所得圆的半径为1，球心O到平面α的距离为$\sqrt{2}$，

所以球的半径为：$\sqrt{(\sqrt{2})^2+1}=\sqrt{3}$．

所以球的体积为：$\frac{4\pi}{3}(\sqrt{3})^3=4\sqrt{3}\pi$．

故选：B．

【点评】本题考查球的体积的求法，考查空间想象能力、计算能力．

9．（5分）已知ω＞0，0＜ϕ＜π，直线$x=\frac{\pi}{4}$和$x=\frac{5\pi}{4}$是函数f（x）=sin（ωx+ϕ）图象的两条相邻的对称轴，则ϕ=（　　）

A．$\frac{\pi}{4}$　　B．$\frac{\pi}{3}$　　C．$\frac{\pi}{2}$　　D．$\frac{3\pi}{4}$

【考点】HK：由y=Asin（ωx+ϕ）的部分图象确定其解析式．

【专题】11：计算题．

【分析】通过函数的对称轴求出函数的周期，利用对称轴以及ϕ的范围，确定ϕ的值即可．

【解答】解：因为直线$x=\frac{\pi}{4}$和$x=\frac{5\pi}{4}$是函数f（x）=sin（ωx+ϕ）图象的两条相邻的对称轴，

所以T=$2\times(\frac{5\pi}{4}-\frac{\pi}{4})=2\pi$．所以ω=1，并且sin（$\frac{\pi}{4}$+ϕ）与sin（$\frac{5\pi}{4}$+ϕ）分别是最大值与最小值，0＜ϕ＜π，

所以ϕ=$\frac{\pi}{4}$．

故选：A．

【点评】本题考查三角函数的解析式的求法，注意函数的最值的应用，考查计算能力．

10. （5分）等轴双曲线C的中心在原点，焦点在x轴上，C与抛物线$y^2=16x$的准线交于点A和点B，$|AB|=4\sqrt{3}$，则C的实轴长为（　　）

A. $\sqrt{2}$　　B. $2\sqrt{2}$　　C. 4　　D. 8

【考点】KI：圆锥曲线的综合.

【专题】11：计算题；16：压轴题.

【分析】设等轴双曲线C：$x^2-y^2=a^2$（a＞0），$y^2=16x$的准线l：$x=-4$，由C与抛物线$y^2=16x$的准线交于A，B两点，$|AB|=4\sqrt{3}$，能求出C的实轴长.

【解答】解：设等轴双曲线C：$x^2-y^2=a^2$（a＞0），

$y^2=16x$的准线l：$x=-4$，

∵C与抛物线$y^2=16x$的准线l：$x=-4$交于A，B两点，$|AB|=4\sqrt{3}$

∴A（-4，$2\sqrt{3}$），B（-4，$-2\sqrt{3}$），

将A点坐标代入双曲线方程得$a^2=(-4)^2-(2\sqrt{3})^2=4$，

∴a=2，2a=4.

故选：C.

【点评】本题考查双曲线的性质和应用，解题时要认真审题，仔细解答，注意挖掘题设中的隐含条件，合理地进行等价转化.

11. （5分）当$0<x\leq\frac{1}{2}$时，$4^x<\log_a x$，则a的取值范围是（　　）

A. （0，$\frac{\sqrt{2}}{2}$）　　B. （$\frac{\sqrt{2}}{2}$，1）　　C. （1，$\sqrt{2}$）　　D. （$\sqrt{2}$，2）

【考点】7J：指、对数不等式的解法.

【专题】11：计算题；16：压轴题.

【分析】由指数函数和对数函数的图象和性质，将已知不等式转化为不等式恒成立问题加以解决即可

【解答】解：∵$0<x\leq\frac{1}{2}$时，$1<4^x\leq2$

要使$4^x<\log_a x$，由对数函数的性质可得0＜a＜1，

数形结合可知只需$2<\log_a x$，

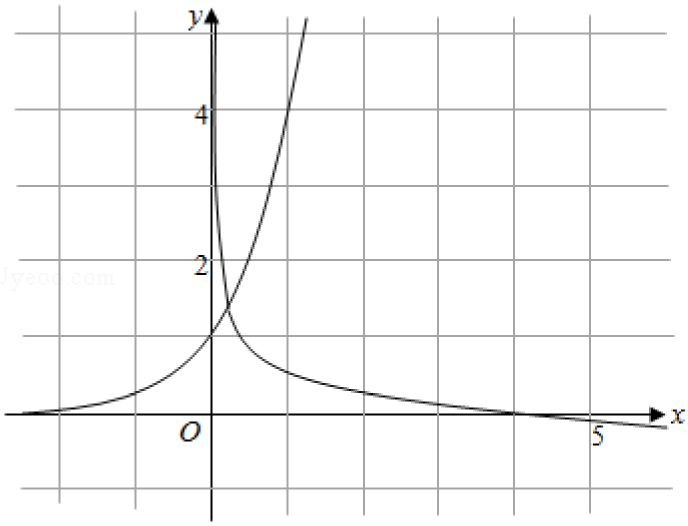
$\therefore\begin{cases}0<a<1\\ \log_a a^2<\log_a x\end{cases}$

即$\begin{cases}0<a<1\\ a^2>x\end{cases}$对$0<x\le\frac{1}{2}$时恒成立

$\therefore\begin{cases}0<a<1\\ a^2>\frac{1}{2}\end{cases}$

解得$\frac{\sqrt{2}}{2}<a<1$

故选：B．



【点评】本题主要考查了指数函数和对数函数的图象和性质，不等式恒成立问题的一般解法，属基础题

12．（5分）数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1}+(-1)^n a_n=2n-1$，则$\{a_n\}$的前60项和为（　　）

A．3690　　B．3660　　C．1845　　D．1830

【考点】8E：数列的求和．

【专题】54：等差数列与等比数列．

【分析】由题意可得

$a_2-a_1=1$，$a_3+a_2=3$，$a_4-a_3=5$，$a_5+a_4=7$，$a_6-a_5=9$，$a_7+a_6=11$，…$a_{50}-a_{49}=97$

，变形可得

$a_3+a_1=2$，$a_4+a_2=8$，$a_7+a_5=2$，$a_8+a_6=24$，$a_9+a_7=2$，$a_{12}+a_{10}=40$，$a_{13}+a_{11}=2$，$a_{16}+a_{14}=56$，…利用

数列的结构特征，求出$\{a_n\}$的前60项和．

【解答】解：由于数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1}+(-1)^n$　　　　$a_n=2n-1$，故有

$a_2-a_1=1$，$a_3+a_2=3$，$a_4-a_3=5$，

$a_5+a_4=7$，$a_6-a_5=9$，$a_7+a_6=11$，…$a_{50}-a_{49}=97$．

从而可得

$a_3+a_1=2$，$a_4+a_2=8$，$a_7+a_5=2$，$a_8+a_6=24$，$a_{11}+a_9=2$，$a_{12}+a_{10}=40$，$a_{15}+a_{13}=2$，$a_{16}+a_{14}=56$，…

从第一项开始，依次取2个相邻奇数项的和都等于2，

从第二项开始，依次取2个相邻偶数项的和构成以8为首项，以16为公差的等差数列．

$\{a_n\}$的前60项和为 $15\times2+(15\times8+\frac{15\times14}{2}\times16)=1830$，

故选：D．

【点评】本题主要考查数列求和的方法，等差数列的求和公式，注意利用数列的结构特征，属于中档题．

二．填空题：本大题共4小题，每小题5分．

13．（5分）曲线$y=x(3\ln x+1)$在点（1，1）处的切线方程为__$y=4x-3$__．

【考点】6H：利用导数研究曲线上某点切线方程．

【专题】11：计算题．

【分析】先求导函数，求出切线的斜率，再求切线的方程．

【解答】解：求导函数，可得$y'=3\ln x+4$，

当$x=1$时，$y'=4$，

∴曲线$y=x(3\ln x+1)$在点（1，1）处的切线方程为$y-1=4(x-1)$，即$y=4x-3$．

故答案为：$y=4x-3$．

【点评】本题考查导数的几何意义，考查点斜式求直线的方程，属于基础题．

14．（5分）等比数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，若$S_3+3S_2=0$，则公比q=___﹣2___．

【考点】89：等比数列的前n项和．

【专题】11：计算题．

【分析】由题意可得，$q\neq 1$，由$S_3+3S_2=0$，代入等比数列的求和公式可求q

【解答】解：由题意可得，$q\neq 1$

$\because S_3+3S_2=0$

$\therefore \frac{a_1(1-q^3)}{1-q}+\frac{3a_1(1-q^2)}{1-q}=0$

$\therefore q^3+3q^2-4=0$

$\therefore (q-1)(q+2)^2=0$

$\because q\neq 1$

$\therefore q=-2$

故答案为：﹣2

【点评】本题主要考查了等比数列的求和公式的应用，解题中要注意公比q是否为1

15．（5分）已知向量$\vec{a}$，$\vec{b}$夹角为45°，且$|\vec{a}|=1$，$|2\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{10}$，则$|\vec{b}|$=__$3\sqrt{2}$__．

【考点】9O：平面向量数量积的性质及其运算；9S：数量积表示两个向量的夹角．

【专题】11：计算题；16：压轴题．

【分析】由已知可得，$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}|\vec{b}|$，代入$|2\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{(2\vec{a}-\vec{b})^2}=\sqrt{4\vec{a}^2-4\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}^2}=\sqrt{4-2\sqrt{2}|\vec{b}|+|\vec{b}|^2}=\sqrt{10}$可求

【解答】解：$\because <\vec{a},\vec{b}>=45^\circ$，$|\vec{a}|=1$

$\therefore \vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos45°=\frac{\sqrt{2}}{2}|\vec{b}|$

$\therefore|2\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{(2\vec{a}-\vec{b})^2}=\sqrt{4\vec{a}^2-4\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}^2}=\sqrt{4-2\sqrt{2}|\vec{b}|+|\vec{b}|^2}=\sqrt{10}$

解得 $|\vec{b}|=3\sqrt{2}$

故答案为：$3\sqrt{2}$

【点评】本题主要考查了向量的数量积 定义的应用，向量的数量积性质$|\vec{a}|=\sqrt{\vec{a}^2}$是求解向量的模常用的方法

16．（5分）设函数f（x）$=\frac{(x+1)^2+\sin x}{x^2+1}$的最大值为M，最小值为m，则M+m=__2__．

【考点】3N：奇偶性与单调性的综合．

【专题】15：综合题；16：压轴题．

【分析】函数可化为f（x）$=\frac{(x+1)^2+\sin x}{x^2+1}=1+\frac{2x+\sin x}{x^2+1}$，令$g(x)=\frac{2x+\sin x}{x^2+1}$，则$g(x)=\frac{2x+\sin x}{x^2+1}$为奇函数，从而函数$g(x)=\frac{2x+\sin x}{x^2+1}$的最大值与最小值的和为0，由此可得函数f（x）$=\frac{(x+1)^2+\sin x}{x^2+1}$的最大值与最小值的和．

【解答】解：函数可化为f（x）$=\frac{(x+1)^2+\sin x}{x^2+1}=1+\frac{2x+\sin x}{x^2+1}$，

令$g(x)=\frac{2x+\sin x}{x^2+1}$，则$g(x)=\frac{2x+\sin x}{x^2+1}$为奇函数，

$\therefore g(x)=\frac{2x+\sin x}{x^2+1}$的最大值与最小值的和为0．

∴函数f（x）$=\frac{(x+1)^2+\sin x}{x^2+1}$的最大值与最小值的和为1+1+0=2．

即M+m=2．

故答案为：2．

【点评】本题考查函数的最值，考查函数的奇偶性，解题的关键是将函数化简

，转化为利用函数的奇偶性解题．

三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

17．（12分）已知a，b，c分别为△ABC三个内角A，B，C的对边，$c=\sqrt{3}a\sin C-c\cos A$．

（1）求A；

（2）若a=2，△ABC的面积为$\sqrt{3}$，求b，c．

【考点】HU：解三角形．

【专题】11：计算题．

【分析】（1）由正弦定理有：$\sqrt{3}\sin A\sin C-\sin C\cos A-\sin C=0$，可以求出A；

（2）有三角形面积以及余弦定理，可以求出b、c．

【解答】解：（1）$c=\sqrt{3}a\sin C-c\cos A$，由正弦定理有：

$\sqrt{3}\sin A\sin C-\sin C\cos A-\sin C=0$，即$\sin C\cdot(\sqrt{3}\sin A-\cos A-1)=0$，

又，$\sin C\neq 0$，

所以$\sqrt{3}\sin A-\cos A-1=0$，即$2\sin(A-\frac{\pi}{6})=1$，

所以$A=\frac{\pi}{3}$；

（2）$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bc\sin A=\sqrt{3}$，所以bc=4，

a=2，由余弦定理得：$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$，即$4=b^2+c^2-bc$，

即有$\begin{cases}bc=4\\ b^2+c^2-bc=4\end{cases}$，

解得b=c=2．

【点评】本题综合考查了三角公式中的正弦定理、余弦定理、三角形的面积公式的综合应用，诱导公式与辅助角公式在三角函数化简中的应用是求解的基础，解题的关键是熟练掌握基本公式

18．（12分）某花店每天以每枝5元的价格从农场购进若干枝玫瑰花，然后以每枝10元的价格出售．如果当天卖不完，剩下的玫瑰花做垃圾处理．

（Ⅰ）若花店一天购进17枝玫瑰花，求当天的利润y（单位：元）关于当天需求量n（单位：枝，n∈N）的函数解析式．

（Ⅱ）花店记录了100天玫瑰花的日需求量（单位：枝），整理得如表：

日需求量n	14	15	16	17	18	19	20
频数	10	20	16	16	15	13	10

（i）假设花店在这100天内每天购进17枝玫瑰花，求这100天的日利润（单位：元）的平均数；

（ii）若花店一天购进17枝玫瑰花，以100天记录的各需求量的频率作为各需求量发生的概率，求当天的利润不少于75元的概率．

【考点】36：函数解析式的求解及常用方法；BB：众数、中位数、平均数；CS：概率的应用．

【专题】15：综合题；5I：概率与统计．

【分析】（Ⅰ）根据卖出一枝可得利润5元，卖不出一枝可得赔本5元，即可建立分段函数；

（Ⅱ）（i）这100天的日利润的平均数，利用100天的销售量除以100即可得到结论；

（ii）当天的利润不少于75元，当且仅当日需求量不少于16枝，故可求当天的利润不少于75元的概率．

【解答】解：（Ⅰ）当日需求量n≥17时，利润y=85；当日需求量n＜17时，利润y=10n－85；（4分）

∴利润y关于当天需求量n的函数解析式$y=\begin{cases}10n-85, & n<17\\ 85, & n\geqslant 17\end{cases}$（$n\in N^*$）（6分）

（Ⅱ）（i）这100天的日利润的平均数为$\frac{55\times 10+65\times 20+75\times 16+85\times 54}{100}=76.4$元；（9分）

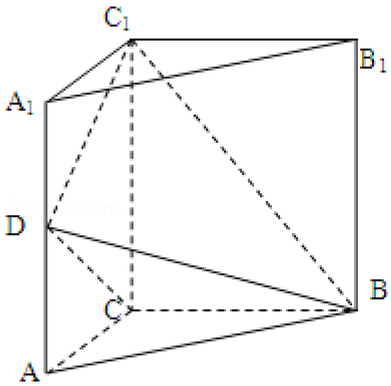
（ii）当天的利润不少于75元，当且仅当日需求量不少于16枝，故当天的利润不少于75元的概率为P=0.16+0.16+0.15+0.13+0.1=0.7．（12分）

【点评】本题考查函数解析式的确定，考查概率知识，考查利用数学知识解决实际问题，属于中档题．

19．（12分）如图，三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，侧棱垂直底面，$\angle ACB=90°$，$AC=BC=\frac{1}{2}AA_1$，D是棱AA_1的中点．

（Ⅰ）证明：平面$BDC_1\perp$平面BDC

（Ⅱ）平面BDC_1分此棱柱为两部分，求这两部分体积的比．



【考点】L2：棱柱的结构特征；LF：棱柱、棱锥、棱台的体积；LY：平面与平面垂直．

【专题】11：计算题；14：证明题．

【分析】（Ⅰ）由题意易证$DC_1\perp$平面BDC，再由面面垂直的判定定理即可证得平面$BDC_1\perp$平面BDC；

（Ⅱ）设棱锥$B-DACC_1$的体积为V_1，$AC=1$，易求$V_1=\frac{1}{3}\times\frac{1+2}{2}\times1\times1=\frac{1}{2}$，三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$的体积$V=1$，于是可得$(V-V_1)$：$V_1=1$：1，从而可得答案．

【解答】证明：（1）由题意知$BC\perp CC_1$，$BC\perp AC$，$CC_1\cap AC=C$，

$\therefore BC\perp$平面ACC_1A_1，又$DC_1\subset$平面ACC_1A_1，

$\therefore DC_1\perp BC$．

由题设知$\angle A_1DC_1=\angle ADC=45°$，

$\therefore\angle CDC_1=90°$，即$DC_1\perp DC$，又$DC\cap BC=C$，

$\therefore DC_1\perp$平面BDC，又$DC_1\subset$平面BDC_1，

$\therefore$平面$BDC_1\perp$平面BDC；

（2）设棱锥$B-DACC_1$的体积为V_1，$AC=1$，由题意得$V_1=\frac{1}{3}\times\frac{1+2}{2}\times1\times1=\frac{1}{2}$，

又三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$的体积$V=1$，

∴（$V-V_1$）：V_1=1：1，

∴平面BDC_1分此棱柱两部分体积的比为1：1．

【点评】本题考查平面与平面垂直的判定，着重考查线面垂直的判定定理的应用与棱柱、棱锥的体积，考查分析，表达与运算能力，属于中档题．

20．（12分）设抛物线C：$x^2=2py$（p＞0）的焦点为F，准线为l，A∈C，已知以F为圆心，FA为半径的圆F交l于B，D两点；

（1）若∠BFD=90°，△ABD的面积为$4\sqrt{2}$，求p的值及圆F的方程；

（2）若A，B，F三点在同一直线m上，直线n与m平行，且n与C只有一个公共点，求坐标原点到m，n距离的比值．

【考点】J1：圆的标准方程；K8：抛物线的性质；KI：圆锥曲线的综合．

【专题】15：综合题；16：压轴题．

【分析】（1）由对称性知：△BFD是等腰直角△，斜边|BD|=2p点A到准线l的距离$d=|FA|=|FB|=\sqrt{2}p$，由△ABD的面积$S_{\triangle ABD}=4\sqrt{2}$，知$\frac{1}{2}\times BD\times d=\frac{1}{2}\times 2p\times\sqrt{2}p=4\sqrt{2}$，由此能求出圆F的方程．

（2）由对称性设$A(x_0,\frac{x_0^2}{2p})(x_0>0)$，则$F(0,\frac{p}{2})$点A，B关于点F对称得：$B(-x_0,p-\frac{x_0^2}{2p})\Rightarrow p-\frac{x_0^2}{2p}=-\frac{p}{2}\Leftrightarrow x_0^2=3p^2$，得：$A(\sqrt{3}p,\frac{3p}{2})$，由此能求出坐标原点到m，n距离的比值．

【解答】解：（1）由对称性知：△BFD是等腰直角△，斜边|BD|=2p

点A到准线l的距离$d=|FA|=|FB|=\sqrt{2}p$，

∵△ABD的面积$S_{\triangle ABD}=4\sqrt{2}$，

∴$\frac{1}{2}\times BD\times d=\frac{1}{2}\times 2p\times\sqrt{2}p=4\sqrt{2}$，

解得p=2，所以F坐标为（0，1），

∴圆F的方程为$x^2+(y-1)^2=8$．

（2）由题设$A(x_0,\frac{x_0^2}{2p})(x_0>0)$，则$F(0,\frac{p}{2})$，

∵A，B，F三点在同一直线m上，

又AB为圆F的直径，故A，B关于点F对称．

由点A，B关于点F对称得：$B(-x_0, p-\frac{x_0^2}{2p})\Rightarrow p-\frac{x_0^2}{2p}=-\frac{p}{2}\Leftrightarrow x_0^2=3p^2$

得：$A(\sqrt{3}p, \frac{3p}{2})$，直线m：$y=\frac{\frac{3p}{2}-\frac{p}{2}}{\sqrt{3}p}x+\frac{p}{2}\Leftrightarrow x-\sqrt{3}y+\frac{\sqrt{3}p}{2}=0$，

$x^2=2py\Leftrightarrow y=\frac{x^2}{2p}\Rightarrow y'=\frac{x}{p}=\frac{\sqrt{3}}{3}\Rightarrow x=\frac{\sqrt{3}}{3}p\Rightarrow$切点$P(\frac{\sqrt{3}p}{3}, \frac{p}{6})$

直线n：$y-\frac{p}{6}=\frac{\sqrt{3}}{3}(x-\frac{\sqrt{3}p}{3})\Leftrightarrow x-\sqrt{3}y-\frac{\sqrt{3}}{6}p=0$

坐标原点到m，n距离的比值为$\frac{\sqrt{3}p}{2}:\frac{\sqrt{3}p}{6}=3$.

【点评】本题考查抛物线与直线的位置关系的综合应用，具体涉及到抛物线的简单性质、圆的性质、导数的应用，解题时要认真审题，仔细解答，注意合理地进行等价转化．

21．（12分）设函数f（x）=e^x﹣ax﹣2．

（Ⅰ）求f（x）的单调区间；

（Ⅱ）若a=1，k为整数，且当x＞0时，（x﹣k）f′（x）+x+1＞0，求k的最大值．

【考点】6B：利用导数研究函数的单调性；6E：利用导数研究函数的最值．

【专题】15：综合题；16：压轴题；32：分类讨论；35：转化思想．

【分析】（Ⅰ）求函数的单调区间，可先求出函数的导数，由于函数中含有字母a，故应按a的取值范围进行分类讨论研究函数的单调性，给出单调区间；

（II）由题设条件结合（I），将不等式，（x﹣k）f′（x）+x+1＞0在x＞0时成立转化为k＜$\frac{x+1}{e^x-1}+x$（x＞0）成立，由此问题转化为求g（x）=$\frac{x+1}{e^x-1}+x$在x＞0上的最小值问题，求导，确定出函数的最小值，即可得出k的最大值；

【解答】解：（I）函数f（x）=e^x﹣ax﹣2的定义域是R，f′（x）=e^x﹣a，

若a≤0，则f′（x）=e^x﹣a≥0，所以函数f（x）=e^x﹣ax﹣2在（﹣∞，+∞）上单调

递增.

若a＞0，则当x∈（﹣∞，lna）时，f′（x）=e^x﹣a＜0；

当x∈（lna，+∞）时，f′（x）=e^x﹣a＞0；

所以，f（x）在（﹣∞，lna）单调递减，在（lna，+∞）上单调递增.

（II）由于a=1，所以，（x﹣k）f′（x）+x+1=（x﹣k）（e^x﹣1）+x+1

故当x＞0时，（x﹣k）f′（x）+x+1＞0等价于k＜$\frac{x+1}{e^x-1}$+x（x＞0）①

令g（x）=$\frac{x+1}{e^x-1}$+x，则g′（x）=$\frac{-xe^x-1}{(e^x-1)^2}$+1=$\frac{e^x(e^x-x-2)}{(e^x-1)^2}$

由（I）知，当a=1时，函数h（x）=e^x﹣x﹣2在（0，+∞）上单调递增，

而h（1）＜0，h（2）＞0，

所以h（x）=e^x﹣x﹣2在（0，+∞）上存在唯一的零点，

故g′（x）在（0，+∞）上存在唯一的零点，设此零点为α，则有α∈（1，2）

当x∈（0，α）时，g′（x）＜0；当x∈（α，+∞）时，g′（x）＞0；

所以g（x）在（0，+∞）上的最小值为g（α）.

又由g′（α）=0，可得$e^α$=α+2所以g（α）=α+1∈（2，3）

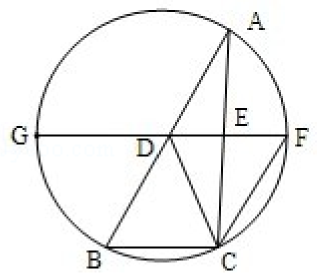
由于①式等价于k＜g（α），故整数k的最大值为2.

【点评】本题考查利用导数求函数的最值及利用导数研究函数的单调性，解题的关键是第一小题应用分类的讨论的方法，第二小题将问题转化为求函数的最小值问题，本题考查了转化的思想，分类讨论的思想，考查计算能力及推理判断的能力，综合性强，是高考的重点题型，难度大，计算量也大，极易出错.

22．（10分）如图，D，E分别为△ABC边AB，AC的中点，直线DE交△ABC的外接圆于F，G两点，若CF∥AB，证明：

（1）CD=BC；

（2）△BCD∽△GBD.



【考点】N4：相似三角形的判定．

【专题】14：证明题．

【分析】（1）根据D，E分别为△ABC边AB，AC的中点，可得DE∥BC，证明四边形ADCF是平行四边形，即可得到结论；

（2）证明两组对应角相等，即可证得△BCD～△GBD．

【解答】证明：（1）∵D，E分别为△ABC边AB，AC的中点

∴DF∥BC，AD=DB

∵AB∥CF，∴四边形BDFC是平行四边形

∴CF∥BD，CF=BD

∴CF∥AD，CF=AD

∴四边形ADCF是平行四边形

∴AF=CD

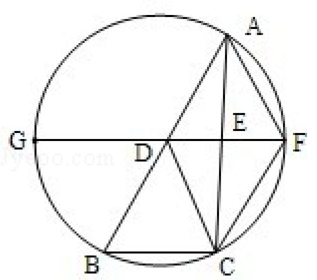
∵$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{AF}$，∴BC=AF，∴CD=BC．

（2）由（1）知$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{AF}$，所以$\overset{\frown}{BF}=\overset{\frown}{AC}$．

所以∠BGD=∠DBC．

因为GF∥BC，所以∠BDG=∠ADF=∠DBC=∠BDC．

所以△BCD～△GBD．



【点评】本题考查几何证明选讲，考查平行四边形的证明，考查三角形的相似

，属于基础题．

23．选修4－4；坐标系与参数方程

已知曲线C_1的参数方程是$\begin{cases}x=2\cos\phi\\y=3\sin\phi\end{cases}$（φ为参数），以坐标原点为极点，x轴的正半轴为极轴建立坐标系，曲线C_2的坐标系方程是ρ=2，正方形ABCD的顶点都在C_2上，且A，B，C，D依逆时针次序排列，点A的极坐标为（2，$\frac{\pi}{3}$）．

（1）求点A，B，C，D的直角坐标；

（2）设P为C_1上任意一点，求$|PA|^2+|PB|^2+|PC|^2+|PD|^2$的取值范围．

【考点】Q4：简单曲线的极坐标方程；Q8：点的极坐标和直角坐标的互化；QL：椭圆的参数方程．

【专题】15：综合题；16：压轴题．

【分析】（1）确定点A，B，C，D的极坐标，即可得点A，B，C，D的直角坐标；

（2）利用参数方程设出P的坐标，借助于三角函数，即可求得$|PA|^2+|PB|^2+|PC|^2+|PD|^2$的取值范围．

【解答】解：（1）点A，B，C，D的极坐标为

$(2,\frac{\pi}{3})$，$(2,\frac{5\pi}{6})$，$(2,\frac{4\pi}{3})$，$(2,\frac{11\pi}{6})$

点A，B，C，D的直角坐标为$(1,\sqrt{3})$，$(-\sqrt{3},1)$，$(-1,-\sqrt{3})$，$(\sqrt{3},-1)$

（2）设P（x_0，y_0），则$\begin{cases}x_0=2\cos\phi\\y_0=3\sin\phi\end{cases}$（φ为参数）

$t=|PA|^2+|PB|^2+|PC|^2+|PD|^2=4x^2+4y^2+16=32+20\sin^2\phi$

$\because\sin^2\phi\in[0,1]$

$\therefore t\in[32,52]$

【点评】本题考查极坐标与直角坐标的互化，考查圆的参数方程的运用，属于中档题．

24．已知函数f（x）=|x+a|+|x－2|

①当a=﹣3时，求不等式f（x）≥3的解集；

②f（x）≤|x﹣4|若的解集包含[1，2]，求a的取值范围．

【考点】R5：绝对值不等式的解法．

【专题】17：选作题；59：不等式的解法及应用；5T：不等式．

【分析】①不等式等价于$\begin{cases}x\leqslant 2\\ 3-x+2-x\geqslant 3\end{cases}$；，或$\begin{cases}2<x<3\\ 3-x+x-2\geqslant 3\end{cases}$，或$\begin{cases}x\geqslant 3\\ x-3+x-2\geqslant 3\end{cases}$，求出每个不等式组的解集，再取并集即得所求．

②原命题等价于﹣2﹣x≤a≤2﹣x在[1，2]上恒成立，由此求得求a的取值范围．

【解答】解：（1）当a=﹣3时，f（x）≥3 即|x﹣3|+|x﹣2|≥3，即

$\begin{cases}x\leqslant 2\\ 3-x+2-x\geqslant 3\end{cases}$；，可得x≤1；

$\begin{cases}2<x<3\\ 3-x+x-2\geqslant 3\end{cases}$，可得x∈∅；

$\begin{cases}x\geqslant 3\\ x-3+x-2\geqslant 3\end{cases}$，可得x≥4．

取并集可得不等式的解集为{x|x≤1或x≥4}．

（2）原命题即f（x）≤|x﹣4|在[1，2]上恒成立，等价于|x+a|+2﹣x≤4﹣x在[1，2]上恒成立，

等价于|x+a|≤2，等价于﹣2≤x+a≤2，﹣2﹣x≤a≤2﹣x在[1，2]上恒成立．

故当 1≤x≤2时，﹣2﹣x的最大值为﹣2﹣1=﹣3，2﹣x的最小值为0，

故a的取值范围为[﹣3，0]．

【点评】本题主要考查绝对值不等式的解法，关键是去掉绝对值，化为与之等价的不等式组来解，体现了分类讨论的数学思想，属于中档题．