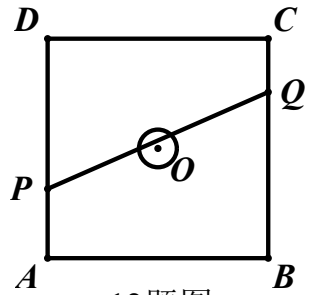


12. 如图，正方形 ABCD 的边长为 20 米，圆 O 的半径为 1 米，圆心是正方形的中心，点 P、Q 分别在线段 AD、CB 上，若线段 PQ 与圆 O 有公共点，则称点 Q 在点 P 的“盲区”中，已知点 P 以 1.5 米/秒的速度从 A 出发向 D 移动，同时，点 Q 以 1 米/秒的速度从 C 出发向 B 移动，则在点 P 从 A 移动到 D 的过程中，点 Q 在点 P 的盲区中的时长约为_____秒（精确到 0.1）

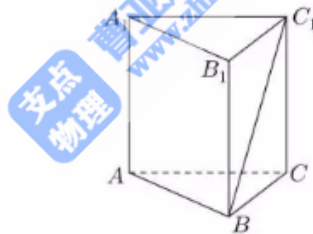


12题图

二、选择题

13. 下列函数中，为偶函数的是（ ）
- A. $y = x^{-2}$ B. $y = x^{\frac{1}{3}}$
- C. $y = x^{\frac{1}{2}}$ D. $y = x^3$
14. 如图，在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的棱所在的直线中，与直线 BC_1 异面的直线的条数为（ ）

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4



15. 设 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，“ $\{a_n\}$ 是递增数列”是“ $\{S_n\}$ 是递增数列”的（ ）

- A. 充分非必要条件 B. 必要非充分条件
- C. 充要条件 D. 既非充分又非必要条件

16. 已知 A、B 为平面上的两个定点，且 $|\overline{AB}| = 2$ ，该平面上的动线段 PQ 的端点 P、Q，满足 $|\overline{AP}| \leq 5$ ，

$\overline{AP} \cdot \overline{AB} = 6$ ， $\overline{AQ} = -2\overline{AP}$ ，则动线段 PQ 所形成图形的面积为（ ）

- A. 36 B. 60 C. 72 D. 108

三、解答题

17. (本题满分 14 分, 第 1 小题满分 6 分, 第 2 小题满分 8 分)

已知 $y = \cos x$.

(1) 若 $f(\alpha) = \frac{1}{3}$, 且 $\alpha \in [0, \pi]$, 求 $f\left(\alpha - \frac{\pi}{3}\right)$ 的值;

(2) 求函数 $y = f(2x) - 2f(x)$ 的最小值.

18. (本题满分 14 分, 第 1 小题满分 6 分, 第 2 小题满分 8 分)

已知 $a \in R$, 双曲线 $\Gamma: \frac{x^2}{a^2} - y^2 = 1$.

(1) 若点 $(2, 1)$ 在 Γ 上, 求 Γ 的焦点坐标;

(2) 若 $a = 1$, 直线 $y = kx + 1$ 与 Γ 相交于 A、B 两点, 且线段 AB 中点的横坐标为 1, 求实数 k 的值.

19. (本题满分 14 分, 第 1 小题满分 7 分, 第 2 小题满分 7 分)

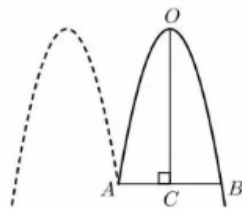
利用“平行于圆锥母线的平面截圆锥面, 所得截线是抛物线”的几何原理, 某快餐店用两个射灯 (射出的光锥为圆锥) 在广告牌上投影出其标识, 如图 1 所示, 图 2 是投影射出的抛物线的平面图, 图 3 是一个射灯投影的直观图, 在图 2 与图 3 中, 点 O 、 A 、 B 在抛物线上, OC 是抛物线的对称轴, $OC \perp AB$ 于 C , $AB=3$ 米, $OC=4.5$ 米.

(1) 求抛物线的焦点到准线的距离;

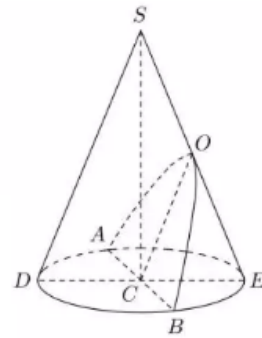
(2) 在图 3 中, 已知 OC 平行于圆锥的母线 SD , AB 、 DE 是圆锥底面的直径, 求圆锥的母线与轴的夹角的大小 (精确到 0.01°).



(图 1)



(图 2)



(图 3)

20. (本题满分 16 分, 第 1 小题满分 4 分, 第 2 小题满分 6 分, 第 3 小题满分 6 分)

设 $a > 0$, 函数 $f(x) = \frac{1}{1+a \cdot 2^x}$.

- (1) 若 $a = 1$, 求 $f(x)$ 的反函数 $f^{-1}(x)$;
- (2) 求函数 $y = f(x) \cdot f(-x)$ 的最大值 (用 a 表示);
- (3) 设 $g(x) = f(x) - f(x-1)$. 若对任意 $x \in (-\infty, 0]$, $g(x) \geq g(0)$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

21. (本题满分 18 分, 第 1 小题满分 3 分, 第 2 小题满分 6 分, 第 3 小题满分 9 分)

若 $\{c_n\}$ 是递增数列, 数列 $\{a_n\}$ 满足: 对任意 $n \in \mathbb{N}^*$, 存在 $m \in \mathbb{N}^*$, 使得 $\frac{a_m - c_n}{a_m - c_{n+1}} \leq 0$, 则称 $\{a_n\}$ 是

$\{c_n\}$

的“分隔数列”.

- (1) 设 $c_n = 2n, a_n = n+1$, 证明: 数列 $\{a_n\}$ 是 $\{c_n\}$ 的分隔数列.
- (2) 设 $c_n = n-4$, S_n 是 $\{c_n\}$ 的前 n 项和, $d_n = c_{3n-2}$, 判断数列 $\{S_n\}$ 是否是数列 $\{d_n\}$ 的分隔数列, 并说明理由;
- (3) 设 $c_n = aq^{n-1}$, T_n 是 $\{c_n\}$ 的前 n 项和, 若数列 $\{T_n\}$ 是 $\{c_n\}$ 的分隔数列, 求实数 a, q 的取值范围.

参考答案

一、填空题

1. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ 2. 3 3. $(0, 1)$ 4. 2 5. 15
6. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 7. 5 8. 180 9. 4 10. $\left(\frac{\sqrt{3}}{3}, +\infty\right)$
11. $\left[\frac{11\pi}{6}, \frac{19\pi}{6}\right]$ 12. 4.4

二、选择题

13. A 14. C 15. D 16. B

三、解答题

17. (1) $\frac{1+2\sqrt{6}}{6}$; (2) $-\frac{3}{2}$
18. (1) $(\sqrt{3}, 0), (-\sqrt{3}, 0)$; (2) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$
19. (1) $\frac{1}{4}$; (2) 9.59° ;