2014年全国统一高考数学试卷（理科）（新课标 I ）

一、选择题（共12小题，每小题5分）

1. （5分）已知集合A={x|x^2 - 2x - 3≥0}，B={x| - 2≤x<2}，则A∩B=（　　）

A. [1，2）　　B. [- 1，1]　　C. [- 1，2）　　D. [- 2， - 1]

2. （5分）$\frac{(1+i)^3}{(1-i)^2}$=（　　）

A. 1+i　　B. 1 - i　　C. - 1+i　　D. - 1 - i

3. （5分）设函数f（x），g（x）的定义域都为R，且f（x）是奇函数，g（x）是偶函数，则下列结论正确的是（　　）

A. f（x）•g（x）是偶函数　　B. |f（x）|•g（x）是奇函数

C. f（x）•|g（x）|是奇函数　　D. |f（x）•g（x）|是奇函数

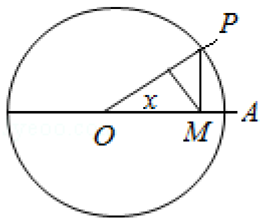
4. （5分）已知F为双曲线C：x^2 - my^2=3m（m>0）的一个焦点，则点F到C的一条渐近线的距离为（　　）

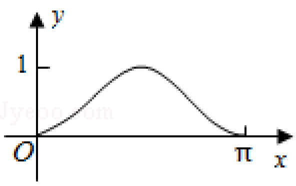
A. $\sqrt{3}$　　B. 3　　C. $\sqrt{3}$m　　D. 3m

5. （5分）4位同学各自在周六、周日两天中任选一天参加公益活动，则周六、周日都有同学参加公益活动的概率为（　　）

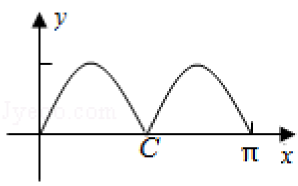
A. $\frac{1}{8}$　　B. $\frac{3}{8}$　　C. $\frac{5}{8}$　　D. $\frac{7}{8}$

6. （5分）如图，圆O的半径为1，A是圆上的定点，P是圆上的动点，角x的始边为射线OA，终边为射线OP，过点P作直线OA的垂线，垂足为M，将点M到直线OP的距离表示为x的函数f（x），则y=f（x）在[0，π]的图象大致为（　　）

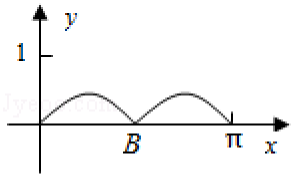


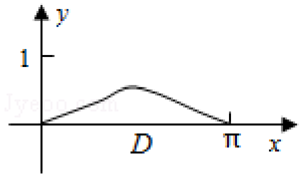


A.

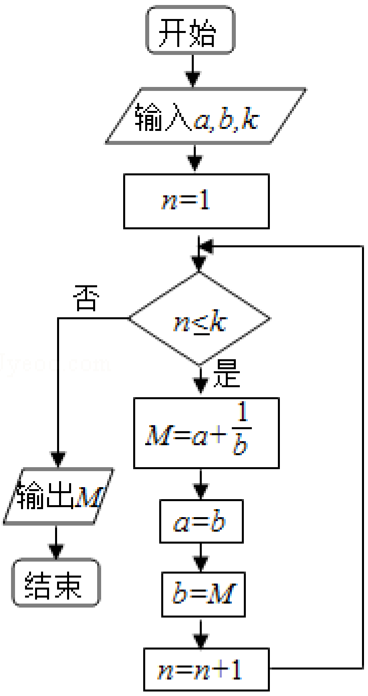


B.

C. 

D. 

7. （5分）执行如图的程序框图，若输入的a，b，k分别为1，2，3，则输出的M=（　　）



A．$\frac{20}{3}$　　B．$\frac{7}{2}$　　C．$\frac{16}{5}$　　D．$\frac{15}{8}$

8. （5分）设α∈（0，$\frac{\pi}{2}$），β∈（0，$\frac{\pi}{2}$），且$\tan\alpha=\frac{1+\sin\beta}{\cos\beta}$，则（　　）

A．$3\alpha-\beta=\frac{\pi}{2}$　　B．$3\alpha+\beta=\frac{\pi}{2}$　　C．$2\alpha-\beta=\frac{\pi}{2}$　　D．$2\alpha+\beta=\frac{\pi}{2}$

9. （5分）不等式组$\begin{cases}x+y\geqslant 1\\x-2y\leqslant 4\end{cases}$的解集记为D，有下列四个命题：

p_1：∀（x，y）∈D，$x+2y\geq-2$ p_2：∃（x，y）∈D，$x+2y\geq2$

p_3：∀（x，y）∈D，$x+2y\leq3$ p_4：∃（x，y）∈D，$x+2y\leq-1$

其中真命题是（　　）

A．p_2，p_3　　B．p_1，p_4　　C．p_1，p_2　　D．p_1，p_3

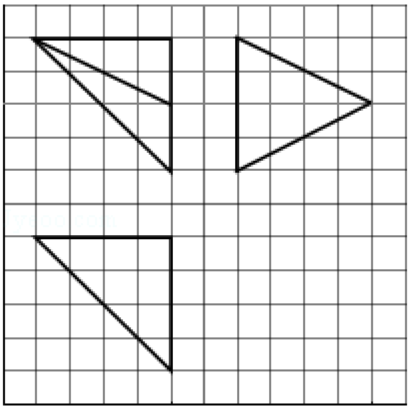
10. （5分）已知抛物线C：$y^2=8x$的焦点为F，准线为l，P是l上一点，Q是直线PF与C的一个交点，若$\overrightarrow{FP}=4\overrightarrow{FQ}$，则|QF|=（　　）

A．$\frac{7}{2}$　　B．3　　C．$\frac{5}{2}$　　D．2

11．（5分）已知函数f（x）=ax^3﹣3x^2+1，若f（x）存在唯一的零点x_0，且x_0＞0，则实数a的取值范围是（　　）

A．（1，+∞）　B．（2，+∞）　C．（﹣∞，﹣1）　D．（﹣∞，﹣2）

12．（5分）如图，网格纸上小正方形的边长为1，粗实线画出的是某多面体的三视图，则该多面体的各条棱中，最长的棱的长度为（　　）



A．$6\sqrt{2}$　B．6　C．$4\sqrt{2}$　D．4

二、填空题（共4小题，每小题5分）

13．（5分）（x﹣y）（x+y）^{8}的展开式中x^2y^7的系数为______．（用数字填写答案）

14．（5分）甲、乙、丙三位同学被问到是否去过A，B，C三个城市时，

甲说：我去过的城市比乙多，但没去过B城市；

乙说：我没去过C城市；

丙说：我们三人去过同一城市；

由此可判断乙去过的城市为______．

15．（5分）已知A，B，C为圆O上的三点，若$\overrightarrow{AO}=\frac{1}{2}$（$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$），则$\overrightarrow{AB}$与$\overrightarrow{AC}$的夹角为______．

16．（5分）已知a，b，c分别为△ABC的三个内角A，B，C的对边，a=2且（2+b）（sinA﹣sinB）=（c﹣b）sinC，则△ABC面积的最大值为______．

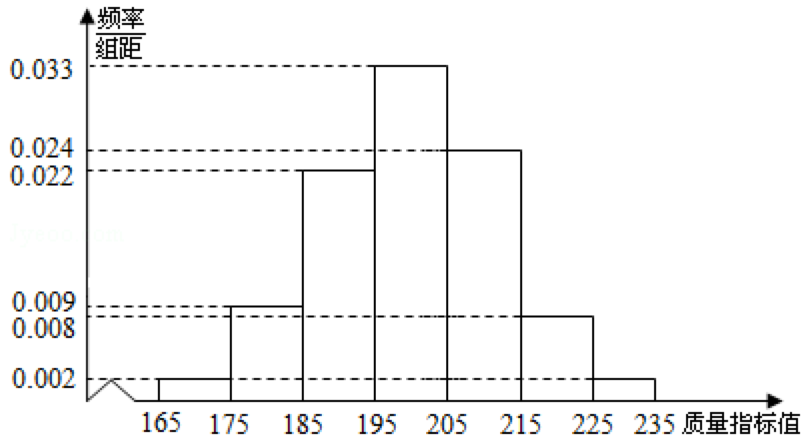
三、解答题

17．（12分）已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，$a_1=1$，$a_n\neq0$，$a_na_{n+1}=\lambda S_n-1$，其中λ为常数.

（Ⅰ）证明：$a_{n+2}-a_n=\lambda$

（Ⅱ）是否存在λ，使得$\{a_n\}$为等差数列？并说明理由.

18．（12分）从某企业生产的某种产品中抽取500件，测量这些产品的一项质量指标值，由测量结果得如下频率分布直方图：



（Ⅰ）求这500件产品质量指标值的样本平均数$\overline{x}$和样本方差s^2（同一组中数据用该组区间的中点值作代表）；

（Ⅱ）由直方图可以认为，这种产品的质量指标值Z服从正态分布$N(\mu,\sigma^2)$，其中μ近似为样本平均数$\overline{x}$，σ^2近似为样本方差s^2.

（i）利用该正态分布，求$P(187.8<Z<212.2)$；

（ii）某用户从该企业购买了100件这种产品，记X表示这100件产品中质量指标值位于区间（187.8，212.2）的产品件数，利用（i）的结果，求EX.

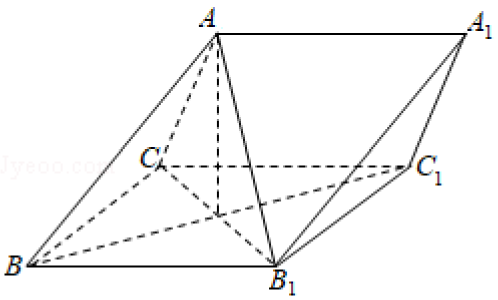
附：$\sqrt{150}\approx12.2$.

若$Z\sim N(\mu,\sigma^2)$则$P(\mu-\sigma<Z<\mu+\sigma)=0.6826$，$P(\mu-2\sigma<Z<\mu+2\sigma)=0.9544$.

19．（12分）如图，三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$中，侧面BB_1C_1C为菱形，$AB\perp B_1C$．

（Ⅰ）证明：$AC=AB_1$；

（Ⅱ）若$AC\perp AB_1$，$\angle CBB_1=60°$，$AB=BC$，求二面角$A-A_1B_1-C_1$的余弦值．



20．（12分）已知点A（0，﹣2），椭圆E：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0）的离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，F是椭圆的右焦点，直线AF的斜率为$\frac{2\sqrt{3}}{3}$，O为坐标原点．

（Ⅰ）求E的方程；

（Ⅱ）设过点A的直线l与E相交于P，Q两点，当△OPQ的面积最大时，求l的方程．

21．（12分）设函数$f(x)=ae^x\ln x+\frac{be^{x-1}}{x}$，曲线y=f（x）在点（1，f（1））处得切线方程为y=e（x﹣1）+2．

（Ⅰ）求a、b；

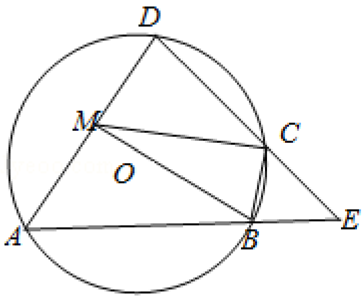
（Ⅱ）证明：f（x）＞1．

选修4-1：几何证明选讲

22．（10分）如图，四边形ABCD是⊙O的内接四边形，AB的延长线与DC的延长线交于点E，且CB=CE．

（Ⅰ）证明：∠D=∠E；

（Ⅱ）设AD不是⊙O的直径，AD的中点为M，且MB=MC，证明：△ADE为等边三角形．



选修4-4：坐标系与参数方程

23．已知曲线C：$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$，直线l：$\begin{cases}x=2+t\\y=2-2t\end{cases}$（t为参数）

（Ⅰ）写出曲线C的参数方程，直线l的普通方程．

（Ⅱ）过曲线C上任意一点P作与l夹角为30°的直线，交l于点A，求|PA|的最大值与最小值．

选修4-5：不等式选讲

24．若a＞0，b＞0，且$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\sqrt{ab}$．

（Ⅰ）求a^3+b^3的最小值；

（Ⅱ）是否存在a，b，使得2a+3b=6？并说明理由．