

2015 年普通高等学校招生全国统一考试（陕西卷）

数学（理科）

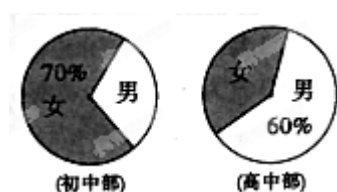
一、选择题（本大题共 12 个小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.）

1. 设集合 $M = \{x | x^2 = x\}$, $N = \{x | \lg x \leq 0\}$, 则 $M \cup N =$ ()

- A. $[0,1]$ B. $(0,1]$ C. $[0,1)$ D. $(-\infty,1]$

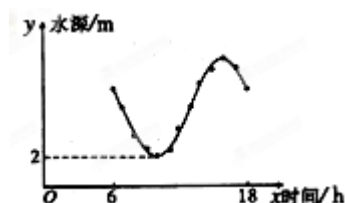
2. 某中学初中部共有 110 名教师，高中部共有 150 名教师，其性别比例如图所示，则该校女教师的人数为 ()

- A. 167 B. 137 C. 123 D. 93



3. 如图，某港口一天 6 时到 18 时的水深变化曲线近似满足函数 $y = 3 \sin(\frac{\pi}{6}x + \varphi) + k$, 据此函数可知，这段时间水深（单位：m）的最大值为 ()

- A. 5 B. 6 C. 8 D. 10



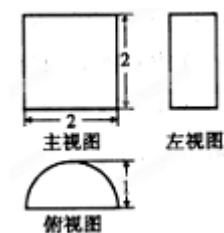
4. 二项式 $(x+1)^n$ ($n \in N_+$) 的展开式中 x^2 的系数为 15, 则 $n =$ ()

- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7

5. 一个几何体的三视图如图所示，则该几何体的表面积为 ()

- A. 3π B. 4π C. $2\pi+4$

D. $3\pi+4$



6. “ $\sin \alpha = \cos \alpha$ ” 是 “ $\cos 2\alpha = 0$ ” 的 ()

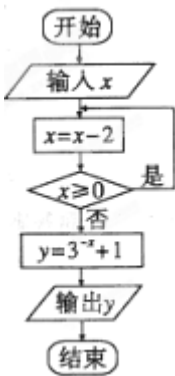
- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

7. 对任意向量 \vec{a}, \vec{b} , 下列关系式中不恒成立的是 ()

- A. $|\vec{a} \cdot \vec{b}| \leq |\vec{a}| |\vec{b}|$ B. $|\vec{a} - \vec{b}| \leq ||\vec{a}| - |\vec{b}||$
 C. $(\vec{a} + \vec{b})^2 = |\vec{a} + \vec{b}|^2$ D. $(\vec{a} + \vec{b})(\vec{a} - \vec{b}) = \vec{a}^2 - \vec{b}^2$

8. 根据右边的图, 当输入 x 为 2006 时, 输出的 $y =$ ()

- A. 28 B. 10 C. 4 D. 2



9. 设 $f(x) = \ln x, 0 < a < b$, 若 $p = f(\sqrt{ab}), q = f(\frac{a+b}{2}), r = \frac{1}{2}(f(a) + f(b))$, 则下列关系式中正确的是 ()

- A. $q = r < p$ B. $q = r > p$ C. $p = r < q$ D. $p = r > q$

10. 某企业生产甲、乙两种产品均需用 A, B 两种原料. 已知生产 1 吨每种产品需原料及每天原料的可用限额如表所示, 如果生产 1 吨甲、乙产品可获利润分别为 3 万元、4 万元, 则该企业每天可获得最大利润为 ()

- A. 12 万元 B. 16 万元 C. 17 万元 D. 18 万元

	甲	乙	原料限额
A (吨)	3	2	12
B (吨)	1	2	8

11. 设复数 $z = (x-1) + yi (x, y \in R)$, 若 $|z| \leq 1$, 则 $y \geq x$ 的概率为 ()

- A. $\frac{3}{4} + \frac{1}{2\pi}$ B. $\frac{1}{4} - \frac{1}{2\pi}$ C. $\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi}$ D. $\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi}$

12. 对二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ (a 为非零常数), 四位同学分别给出下列结论, 其中有且仅有一个结论是错误的, 则错误的结论是 ()

- A. -1 是 $f(x)$ 的零点 B. 1 是 $f(x)$ 的极值点

C. 3 是 $f(x)$ 的极值

D. 点 $(2,8)$ 在曲线 $y = f(x)$ 上

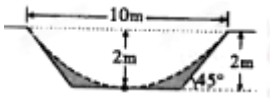
二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.）

13. 中位数 1010 的一组数构成等差数列，其末项为 2015，则该数列的首项为_____.

14. 若抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的准线经过双曲线 $x^2 - y^2 = 1$ 的一个焦点，则 $p =$ _____.

15. 设曲线 $y = e^x$ 在点 $(0, 1)$ 处的切线与曲线 $y = \frac{1}{x} (x > 0)$ 上点 P 处的切线垂直，则 P 的坐标为_____.

16. 如图，一横截面为等腰梯形的水渠，因泥沙沉积，导致水渠截面边界呈抛物线型（图中虚线表示），则原始的最大流量与当前最大流量的比值为_____.



三、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分. 解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤.）

17. （本小题满分 12 分） $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c . 向量 $\vec{m} = (a, \sqrt{3}b)$ 与 $\vec{n} = (\cos A, \sin B)$ 平行.

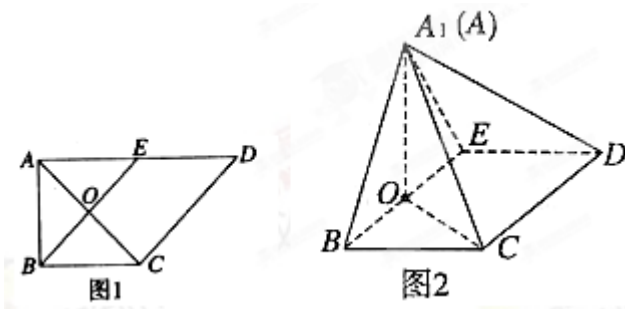
(I) 求 A;

(II) 若 $a = \sqrt{7}$, $b = 2$ 求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. （本小题满分 12 分）如图 1，在直角梯形 ABCD 中， $AD \parallel BC$, $\angle BAD = \frac{\pi}{2}$, $AB = BC = 1$,

$AD = 2$, E 是 AD 的中点，O 是 AC 与 BE 的交点. 将 $\triangle ABE$ 沿 BE 折起到 $\triangle A_1BE$ 的位置，如图

2.



(I) 证明: $CD \perp$ 平面 A_1OC ;

(II) 若平面 $A_1BE \perp$ 平面 BCDE, 求平面 A_1BC 与平面 A_1CD 夹角的余弦值.

19. （本小题满分 12 分）设某校新、老校区之间开车单程所需时间为 T, T 只与道路畅通状况有关, 对其容量为 100 的样本进行统计, 结果如下:

T (分钟)	25	30	35	40
频数 (次)	20	30	40	10

(I) 求 T 的分布列与数学期望 ET ;

(II) 刘教授驾车从老校区出发, 前往新校区做一个 50 分钟的讲座, 结束后立即返回老校区, 求刘教授从离开老校区到返回老校区共用时间不超过 120 分钟的概率.

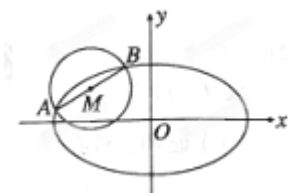
20. (本小题满分 12 分) 已知椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的半焦距为 c , 原点 O 到经过两点

$(c, 0)$,

$(0, b)$ 的直线的距离为 $\frac{1}{2}c$.

(I) 求椭圆 E 的离心率;

(II) 如图, AB 是圆 $M: (x+2)^2 + (y-1)^2 = \frac{5}{2}$ 的一条直径, 若椭圆 E 经过 A, B 两点, 求椭圆 E 的方程.



21. (本小题满分 12 分) 设 $f_n(x)$ 是等比数列 $1, x, x^2, \dots, x^n$ 的各项和, 其中 $x > 0, n \in \mathbb{N}, n \geq 2$.

(I) 证明: 函数 $F_n(x) = f_n(x) - 2$ 在 $(\frac{1}{2}, 1)$ 内有且仅有一个零点 (记为 x_n), 且 $x_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}x_n^{n+1}$;

(II) 设有一个与上述等比数列的首项、末项、项数分别相同的等差数列, 其各项和为 $g_n(x)$, 比较 $f_n(x)$

与 $g_n(x)$ 的大小, 并加以证明.

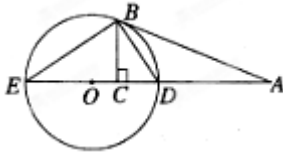
请在 22、23、24 三题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分. 作答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目的题号后的方框涂黑.

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-1: 几何证明选讲

如图, AB 切 $\odot O$ 于点 B , 直线 AD 交 $\odot O$ 于 D, E 两点, $BC \perp DE$, 垂足为 C .

(I) 证明: $\angle CBD = \angle DBA$;

(II) 若 $AD = 3DC, BC = \sqrt{2}$, 求 $\odot O$ 的直径.



23. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为
$$\begin{cases} x = 3 + \frac{1}{2}t \\ y = \frac{\sqrt{3}}{2}t \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}).$$
 以原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, $\odot C$ 的极坐标方程为 $\rho = 2\sqrt{3} \sin \theta$.

(I) 写出 $\odot C$ 的直角坐标方程;

(II) P 为直线 l 上一动点, 当 P 到圆心 C 的距离最小时, 求 P 的直角坐标.

24. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知关于 x 的不等式 $|x + a| < b$ 的解集为 $\{x | 2 < x < 4\}$.

(I) 求实数 a, b 的值;

(II) 求 $\sqrt{at+12} + \sqrt{bt}$ 的最大值.