**绝密★启用前**

# 2017年普通高等学校招生全国统一考试（上海卷）

# 数学试卷

（满分150分，考试时间120分钟）

1、考生注意

2、1.本场考试时间120分钟，试卷共4页，满分150分，答题纸共2页.

3、2.作答前，在答题纸正面填写姓名、准考证号，反面填写姓名，将核对后的条形码贴在答题纸指定位置.

4、3.所有作答务必填涂或书写在答题纸上与试卷题号对应的区域，不得错位.在试卷上作答一律不得分.

5、4.用2B铅笔作答选择题，用黑色字迹钢笔、水笔或圆珠笔作答非选择题.

**一.填空题（本大题共12题，满分54分，第1~6题每题4分，第7~12题每题5分）**

1. 已知集合 $A=\{1,2,3,4\}$，集合 $B=\{3,4,5\}$，则 $A\bigcap B=$____

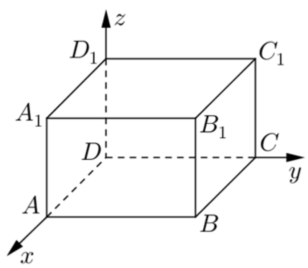
2. 若排列数 $P_6^m=6\times5\times4$，则 $m=$____

3. 不等式 $\dfrac{x-1}{x}>1$ 的解集为____

4. 已知球的体积为 $36\pi$，则该球主视图的面积等于____

5. 已知复数 $z$ 满足 $z+\dfrac{3}{z}=0$，则 $|z|=$____

6. 设双曲线 $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (b>0)$ 的焦点为 $F_1$、$F_2$，$P$ 为该双曲线上的一点，若 $|PF_1|=5$，则 $|PF_2|=$____




7. 如图，以长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的顶点 $D$ 为坐标原点，过 $D$ 的三条棱所在的直线为坐标轴，建立空间直角坐标系，若 $\overline{DB_1}$ 的坐标为 $(4,3,2)$，则 $\overline{AC_1}$ 的坐标为____

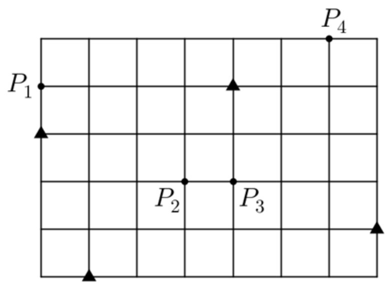
8. 定义在 $(0,+\infty)$ 上的函数 $y=f(x)$ 的反函数为 $y=f^{-1}(x)$，若 $g(x)=\begin{cases}3^x-1, & x\le 0\\ f(x), & x>0\end{cases}$ 为奇函数，则 $f^{-1}(x)=2$ 的解为____

9. 已知四个函数：① $y=-x$；② $y=-\dfrac{1}{x}$；③ $y=x^3$；④ $y=x^{\frac{1}{2}}$.从中任选2个，则事件“所选2个函数的图像有且仅有一个公共点”的概率为____

10. 已知数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$，其中 $a_n=n^2$，$n\in\mathbf{N}^*$，$\{b_n\}$ 的项是互不相等的正整数，若对于任意 $n\in\mathbf{N}^*$，$\{b_n\}$ 的第 $a_n$ 项等于 $\{a_n\}$ 的第 $b_n$ 项，则 $\dfrac{\lg(b_1b_4b_9b_{16})}{\lg(b_1b_2b_3b_4)}=$____

11. 设 $\alpha_1$、$\alpha_2 \in \mathbf{R}$，且 $\dfrac{1}{2+\sin\alpha_1}+\dfrac{1}{2+\sin(2\alpha_2)}=2$，则 $|10\pi-\alpha_1-\alpha_2|$ 的最小值等于____

12. 如图，用35个单位正方形拼成一个矩形，点 $P_1$、$P_2$、$P_3$、$P_4$ 以及四个标记为"#"的点在正方形的顶点处，设集合 $\Omega=\{P_1,P_2,P_3,P_4\}$，点 $P\in\Omega$，过 $P$ 作直线 $l_P$，使得不在 $l_P$ 上的"#"的点分布在 $l_P$ 的两侧. 用 $D_1(l_P)$ 和 $D_2(l_P)$ 分别表示 $l_P$ 一侧和另一侧的"#"的点到 $l_P$ 的距离之和. 若过 $P$ 的直线 $l_P$ 中有且只有一条满足 $D_1(l_P)=D_2(l_P)$，则 $\Omega$ 中所有这样的 $P$ 为____




**二. 选择题（本大题共4题，每题5分，共20分）**

13. 关于 $x$、$y$ 的二元一次方程组 $\begin{cases}x+5y=0\\2x+3y=4\end{cases}$ 的系数行列式 $D$ 为（　）

A. $\begin{vmatrix}0&5\\4&3\end{vmatrix}$　　B. $\begin{vmatrix}1&0\\2&4\end{vmatrix}$　　C. $\begin{vmatrix}1&5\\2&3\end{vmatrix}$　　D. $\begin{vmatrix}6&0\\5&4\end{vmatrix}$

14. 在数列 $\{a_n\}$ 中，$a_n=(-\dfrac{1}{2})^n$，$n\in\mathbf{N}^*$，则 $\lim\limits_{n\to\infty}a_n$（　）

A. 等于 $-\dfrac{1}{2}$　　B. 等于0　　C. 等于 $\dfrac{1}{2}$　　D. 不存在

15. 已知 $a$、$b$、$c$ 为实常数，数列 $\{x_n\}$ 的通项 $x_n=an^2+bn+c$，$n\in\mathbf{N}^*$，则"存在 $k\in\mathbf{N}^*$，使得 $x_{100+k}$、$x_{200+k}$、$x_{300+k}$ 成等差数列"的一个必要条件是（　）

A. $a\ge 0$　　B. $b\le 0$　　C. $c=0$　　D. $a-2b+c=0$

16. 在平面直角坐标系 $xOy$ 中，已知椭圆 $C_1:\dfrac{x^2}{36}+\dfrac{y^2}{4}=1$ 和 $C_2:x^2+\dfrac{y^2}{9}=1$. $P$ 为 $C_1$ 上的动点，$Q$ 为 $C_2$ 上的动点，$w$ 是 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}$ 的最大值.

记 $\Omega=\{(P,Q)\,|\,P$ 在 $C_1$ 上，$Q$ 在 $C_2$ 上，且 $\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{OQ}=w\}$，则 $\Omega$ 中元素个数为（　）

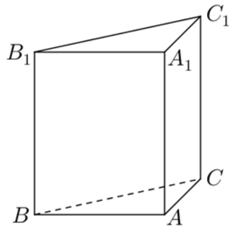
A. 2个　　B. 4个　　C. 8个　　D. 无穷个

**三. 解答题（本大题共5题，共14+14+14+16+18=76分）**

17.

如图，直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的底面为直角三角形，两直角边 $AB$ 和 $AC$ 的长分别为4和2，侧棱 $AA_1$ 的长为5.

（1）求三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的体积；



（2）设$M$是$BC$中点，求直线 $A_1M$
与平面 $ABC$ 所成角的大小.

18. 已知函数 $f(x)=\cos^2 x-\sin^2 x+\dfrac{1}{2}$， $x\in(0,\pi)$ .

（1）求 $f(x)$ 的单调递增区间；

（2）设$\triangle ABC$为锐角三角形，角$A$所对边 $a=\sqrt{19}$ ，角$B$所对边 $b=5$ ，若 $f(A)=0$ ，求$\triangle A$
$BC$的面积.

19.
根据预测，某地第 $n$ $(n\in\mathbf{N}^*)$ 个月共享单车的投放量和损失量分别为 $a_n$ 和 $b_n$ （单位：辆）
，
其中 $a_n=\begin{cases}5n^4+15,\ 1\le n\le 3\\ -10n+470,\ n\ge 4\end{cases}$， $b_n=n+5$ ，第 $n$ 个月底的共享单车的保有量是前 $n$ 个月的累计投放量与累计损失量的差.

（1）求该地区第4个月底的共享单车的保有量；

（2）已知该地共享单车停放点第 $n$ 个月底的单车容纳量 $S_n=-4(n-46)^2+8800$ （单位：辆）.
设在某月底，共享单车保有量达到最大，问该保有量是否超出了此时停放点的单车容纳量
？

20. 在平面直角坐标系$xOy$中，已知椭圆$\Gamma:\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$， $A$ 为 $\Gamma$ 的上顶点， $P$ 为 $\Gamma$ 上异于上、下顶点的动点， $M$ 为$x$正半轴上的动点.

（1）若 $P$ 在第一象限，且 $|OP|=\sqrt{2}$ ，求 $P$ 的坐标；

（2）设 $P(\dfrac{8}{5},\dfrac{3}{5})$，若以$A$、$P$、$M$为顶点的三角形是直角三角形，求$M$的横坐标；

（3）若 $|MA|=|MP|$，直线$AQ$与 $\Gamma$ 交于另一点C，且 $\overrightarrow{AQ}=2\overrightarrow{AC}$ ， $\overrightarrow{PQ}=4\overrightarrow{PM}$ ，
求直线 $AQ$ 的方程.

21. 设定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足：对于任意的 $x_1$ 、 $x_2 \in \mathbf{R}$ ，当 $x_1 < x_2$ 时，都有 $f(x_1) \le f(x_2)$ .

（1）若 $f(x) = ax^3 + 1$ ，求 $a$ 的取值范围；

（2）若 $f(x)$ 为周期函数，证明： $f(x)$ 是常值函数；

（3）设 $f(x)$ 恒大于零， $g(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上、恒大于零的周期函数， $M$ 是 $g(x)$ 的最大值. 函数 $h(x) = f(x)g(x)$ . 证明：“ $h(x)$ 是周期函数”的充要条件是“ $f(x)$ 是常值函数”.