

2014年普通高等学校招生全国统一考试（上海卷） 数学（文科）

第I卷（选择题 共50分）

一、填空题（本大题共14小题，共56分）考生应在答题纸相应编号的空格内直接填写结果，每个空格填对得4

分，否则一律得零分。

(1) 【2014年上海，文1，5分】函数 $y=1-2\cos^2(2x)$ 的最小正周期是_____。

【答案】 $\frac{\pi}{2}$

【解析】 $y=1-2\cos^2(2x)=-2\cos^2(2x)+1=-\cos 4x$ ，所以 $T=\frac{2\pi}{4}=\frac{\pi}{2}$ 。

(2) 【2014年上海，文2，5分】若复数 $z=1+2i$ ，其中 i 是虚数单位，则 $\left(z+\frac{1}{z}\right)\cdot\bar{z}=\underline{\hspace{2cm}}$

【答案】 6

【解析】 $\left(z+\frac{1}{z}\right)\cdot\bar{z}=z\cdot\bar{z}+1=(1+2i)(1-2i)+1=1-4i^2+1=6$ 。

(3) 【2014年上海，文3，5分】设常数 $a\in\mathbf{R}$ ，函数 $f(x)=|x-1|+|x^2-a|$ ，若 $f(2)=1$ ，则 $f(1)=\underline{\hspace{2cm}}$ 。

【答案】 3

【解析】 $f(2)=1+|4-a|=1$ ，所以 $a=4$ ，所以 $f(x)=|x-1|+|x^2-4|$ ，故 $f(1)=3$ 。

(4) 【2014年上海，文4，5分】若抛物线 $y^2=2px$ 的焦点与椭圆 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$ 的右焦点重合，则该抛物线的准线方程为_____。

【答案】 $x=-2$

【解析】 椭圆 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$ 的右焦点右焦点为 $(2,0)$ ，故 $\frac{p}{2}=2$ ，故该抛物线的准线方程为 $x=-\frac{p}{2}=-2$ 。

(5) 【2014年上海，文5，5分】某校高一、高二、高三分别有学生1600名、1200名、800名。为了解该校高中学生的牙齿健康状况，按各年级的学生数进行分层抽样。若高三抽取20名学生，则高一、高二共需抽取的学生数为_____。

【答案】 70

【解析】 由分层抽样知高一、高二、高三抽取的学生数比为4:3:2，高三抽取的学生数为20，故高一、高二共需抽取的学生数为 $20\left(\frac{2}{4+3+2}\times\frac{4+3}{4+3+2}\right)=70$ 。

(6) 【2014年上海，文6，5分】若实数 x,y 满足 $xy=1$ ，则 x^2+2y^2 的最小值为_____。

【答案】 $2\sqrt{2}$

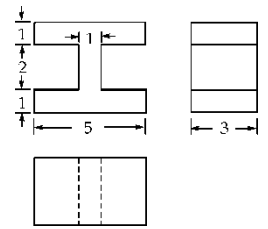
【解析】 由基本不等式可得 $x^2+2y^2\geq 2\sqrt{2}xy=2\sqrt{2}$ ，故 x^2+2y^2 的最小值为 $2\sqrt{2}$ 。

(7) 【2014年上海，文7，5分】若圆锥的侧面积是底面积的三倍，则其母线与轴所成的角大小为_____。（结果用反三角函数值表示）

【答案】 $\arcsin\frac{1}{3}$

【解析】由题意可得， $\pi r l = 3\pi r^2$ ，解得 $l = 3r$ ，记母线与轴所成的角为 θ ，则 $\sin \theta = \frac{r}{l} = \frac{1}{3}$ ，即 $\theta = \arcsin \frac{1}{3}$ 。

(8) 【2014年上海，文8，5分】在长方体中割去两个小长方体后的几何体的三视图如图，则切割掉的两个小长方体的体积之和等于_____。



【答案】24

【解析】由三视图可知，被割去的两个小长方体长为2，宽为3，高为2，故切割掉的两个小长方体的体积之和为 $2 \times 3 \times 2 \times 2 = 24$ 。

(9) 【2014年上海，文9，5分】设 $f(x) = \begin{cases} -x+a, & x \leq 0 \\ x+\frac{1}{x}, & x > 0 \end{cases}$ ，若 $f(0)$ 是 $f(x)$ 的最小值，则 a

的取值范围为_____。

【答案】 $(-\infty, 2]$

【解析】 $f(0) = a$ ，当 $x > 0$ 时， $f(x) \geq 2$ ，因为 $f(0)$ 是 $f(x)$ 的最小值，故 $a \leq 2$ 。

(10) 【2014年上海，文10，5分】设无穷等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q ，若

$$a_1 = \lim_{n \rightarrow \infty} (a_3 + a_4 + \dots + a_n), \quad q = \underline{\hspace{2cm}}.$$

【答案】 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

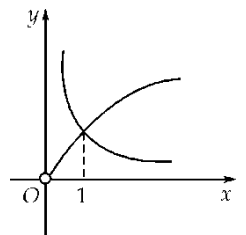
【解析】因为无穷等比数列 $\{a_n\}$ 的极限存在，所以 $|q| < 1$ ，又因为 $a_1 = \lim_{n \rightarrow \infty} (a_3 + a_4 + \dots + a_n)$ ，

$$\text{即 } a_1 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_1 q^2 (1 - q^{n-2})}{1 - q}, \text{ 解得 } q = \frac{\sqrt{5}-1}{2}.$$

(11) 【2014年上海，文11，5分】若 $f(x) = x^{\frac{2}{3}} - x^{-\frac{1}{2}}$ ，则满足 $f(x) < 0$ 的 x 的取值范围是_____。

【答案】 $(0, 1)$

【解析】函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$ ， $f(x) < 0$ 即 $x^{\frac{2}{3}} < x^{-\frac{1}{2}}$ ，在同一坐标系中作出 $x^{\frac{2}{3}}$ 、 $x^{-\frac{1}{2}}$ ($x > 0$)



的图象（如图），由图象可知，当 $x \in (0, 1)$ 时， $x^{\frac{2}{3}} < x^{-\frac{1}{2}}$ 。故满足 $f(x) < 0$ 的 x 的取值范围是 $(0, 1)$ 。

(12) 【2014年上海，文12，5分】方程 $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1$ 在区间 $[0, 2\pi]$ 上的所有解的和等于_____。

【答案】 $\frac{7\pi}{3}$

【解析】因为 $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1$ ，所以 $2 \sin(x + \frac{\pi}{3}) = 1$ ， $\sin(x + \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2}$ ，因为 $x \in [0, 2\pi]$ ，所以

$$x + \frac{\pi}{3} \in [\frac{\pi}{3}, \frac{7\pi}{3}], \text{ 所以由 } \sin(x + \frac{\pi}{3}) = \frac{1}{2} \text{ 可得 } x + \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{6} \text{ 或 } x + \frac{\pi}{3} = \frac{13\pi}{6}, \text{ 解得}$$

$$x_1 = \frac{\pi}{2}, x_2 = \frac{11\pi}{6}, \text{ 所以 } x_1 + x_2 = \frac{\pi}{2} + \frac{11\pi}{6} = \frac{7\pi}{3}.$$

(13) 【2014年上海，文13，5分】为强化安全意识，某商场拟在未来的连续10天中随机选择3天进行紧急疏散演练，则选择的3天恰好为连续3天的概率是_____（结果用最简分数表示）。

【答案】 $\frac{1}{15}$

【解析】记“选择的3天恰好为连续3天”的概率为 P ，从10天中选择3天共有 C_{10}^3 种方法，从10天中选择连续的3天有8种选择方法，故 $P = \frac{8}{C_{10}^3} = \frac{8}{120} = \frac{1}{15}$ 。

(14) 【2014年上海，文14，5分】已知曲线 $C: x = -\sqrt{4-y^2}$ ，直线 $l: x = 6$ 。若对于点 $A(m, 0)$ ，存在 C 上的点 P 和 l 上的点 Q 使得 $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AQ} = \vec{0}$ ，则 m 的取值范围为_____。

【答案】 [2,3]

【解析】由题意可设 $P(-\sqrt{4-y_p^2}, y_p), Q(6, y_Q)$ ($-2, y_{pm} 2$)，又因为 $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AQ} = \vec{0}$ ，所以点 P, A, Q 在一条直线上，且 A 点为线段 PQ 的中点。所以， $2m = -\sqrt{4-y_p^2} + 6$ ，又 $-2, y_{pm} 2$ ，所以 $m \in [2, 3]$ 。

二、选择题（本大题共有4题，满分20分）考生应在答题纸相应编号位置填涂，每题只有一个正确选项，选对得5分，否则一律得零分。

(15) 【2014年上海，文15，5分】设 $a, b \in \mathbf{R}$ ，则“ $a+b > 4$ ”是“ $a > 2$ 且 $b > 2$ ”的（ ）

- (A) 充分非必要条件 (B) 必要非充分条件 (C) 充要条件
(D) 既非充分也非必要条件

【答案】 B

【解析】由 $a+b > 4$ 不能推出 $a > 2$ 且 $b > 2$ ，如 $a=1, b=6$ 满足 $a+b > 4$ ，但不能满足 $a > 2$ 且 $b > 2$ ；如果 $a > 2$ 且 $b > 2$ ，由不等式的性质可得 $a+b > 4$ ；故“ $a+b > 4$ ”是“ $a > 2$ 且 $b > 2$ ”的必要非充分条件，故选B。

(16) 【2014年上海，文16，5分】已知互异的复数 a, b 满足 $ab \neq 0$ ，集合 $\{a, b\} = \{a^2, b^2\}$ ，则 $a+b =$ （ ）

- (A) 2 (B) 1 (C) 0 (D) -1

【答案】 D

【解析】(1) 当 $a = a^2, b = b^2$ 时， a, b 可看作是 $x = x^2$ 的根，此时 $ab = 0$ 与 $ab \neq 0$ 矛盾，故舍去；

(2) 当 $a = b^2, b = a^2$ 时，可得 $a+b = b^2 + a^2$ ，(*) 因为 $a = b^2$ ，所以 $a^2 = b^4$ ，所以(*) 即为 $b^2 + b = b^2 + b^4$ ，即 $b(b^3 - 1) = 0$ ，所以 $b = 0$ 或 $b^3 = 1$ ，此时

$$b = 0, \text{ 或 } b = 1, \text{ 或 } b = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i;$$

① 当 $b = 0$ 时， $a = 0$ ， $ab = 0$ 与 $ab \neq 0$ 矛盾且不满足集合的互异性，故舍去；

② 当 $b = 1$ 时， $a = 1, ab \neq 0$ ，但此时不能满足集合的互异性，故舍去；

③ 当 $b = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ 时， $a = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ ， $ab \neq 0$ 且满足集合的互异性，符合题意

，此时 $a+b = -1$ ；

④ 当 $b = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$ 时， $a = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ ， $ab \neq 0$ 且满足集合的互异性，符合题意

，此时 $a+b = -1$ ；

综上所述， $a+b = -1$ ，故选D。

(17) 【2014年上海，文17，5分】如图，四个边长为1的小正方形排成一个大正方形， AB 是大正方形的一条边， $P_i (i=1, 2, 3, \dots, 7)$ 是小正方形的其余顶点，则

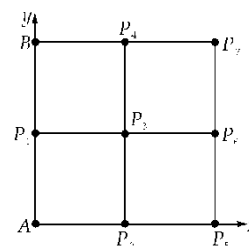
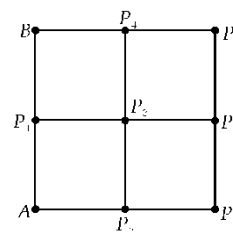
$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AP_i} (i=1, 2, \dots, 7)$ 的不同值的个数为（ ）

- (A) 7 (B) 5 (C) 3 (D) 1

【答案】 C

【解析】如图，以点 A 为原点，建立坐标系，则 $A(0, 0), B(0, 2), P_1(0, 1), P_2(1, 0), P_3(1, 1), P_4(1, 2), P_5(2, 0),$

$P_6(2, 1), P_7(2, 2)$ ，故



$$\overline{AB} = (0, 2), \overline{AP_1} = (0, 1), \overline{AP_2} = (1, 0), \overline{AP_3} = (1, 1), \overline{AP_4} = (1, 2), \overline{AP_5} = (2, 0),$$

$$\overline{AP_7} = (2, 2), \text{通过计算可得 } \overline{AB} \cdot \overline{AP_i} (i=1, 2, \dots, 7) \text{ 的值有 } 0, 2, 4, \text{ 共 } 3 \text{ 个, 故选 } C.$$

(18) 【2014年上海, 文18, 5分】已知 $P_1(a_1, b_1)$ 与 $P_2(a_2, b_2)$ 是直线 $y = kx + 1$ (k 为常数)

上两个不同的点, 则关于 x 和 y 的方程组 $\begin{cases} a_1x + b_1y = 1 \\ a_2x + b_2y = 1 \end{cases}$ 的解的情况是 ()

- (A) 无论 k, P_1, P_2 如何, 总是有解 (B) 无论 k, P_1, P_2 如何, 总有唯一解
(C) 存在 k, P_1, P_2 , 使之恰有两解 (D) 存在 k, P_1, P_2 , 使之有无穷多解

【答案】B

【解析】解法一:

$$\text{由已知得 } \begin{cases} ka_1 + 1 = b_1 \\ ka_2 + 1 = b_2 \end{cases}, \text{ 代入 } \begin{cases} a_1x + b_1y = 1 \\ a_2x + b_2y = 1 \end{cases} \text{ 得 } \begin{cases} a_1x + (ka_1 + 1)y = 1 \\ a_2x + (ka_2 + 1)y = 1 \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} x = -k \\ y = 1 \end{cases}, \text{ 即}$$

直线 $a_1x + b_1y = 1$ 与 $a_2x + b_2y = 1$ 恒交于点 $(-k, 1)$ (k 为常数), 故选 B.

解法二:

$$\text{由已知条件 } b_1 = ka_1 + 1, b_2 = ka_2 + 1, D = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1b_2 - a_2b_1$$

$$= a_1(ka_2 + 1) - a_2(ka_1 + 1) = a_1 - a_2 \neq 0,$$

\therefore 有唯一解, 故选 B.

三、解答题 (本题共5题, 满分74分) 解答下列各题必须在答题纸相应编号的规定区域内写出必要的步骤.

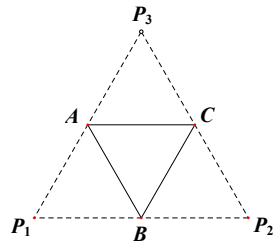
(19) 【2014年上海, 文19, 12分】底面边长为2的正三棱锥 $P-ABC$, 其表面展开图是三

角形 $P_1P_2P_3$, 如图. 求 $\Delta P_1P_2P_3$ 的各边长及此三棱锥的体积 V .

解: 根据题意可得 P_1, B, P_2 共线, $\therefore \angle ABP_1 = \angle BAP_1 = \angle CBP_2, \angle ABC = 60^\circ,$

$\therefore \angle ABP_1 = \angle BAP_1 = \angle CBP_2 = 60^\circ, \therefore \angle P_1 = 60^\circ,$ 同理 $\angle P_2 = \angle P_3 = 60^\circ, \therefore \Delta P_1P_2P_3$ 是等

边三角形, $P-ABC$ 是正四面体, 所以 $\Delta P_1P_2P_3$ 边长为4; $\therefore V = \frac{\sqrt{2}}{12} \times AB^3 = \frac{2\sqrt{2}}{3}$



(20) 【2014年上海, 文20, 14分】设常数 $a \geq 0$, 函数 $f(x) = \frac{2^x + a}{2^x - a}$.

(1) 若 $a = 4$, 求函数 $y = f(x)$ 的反函数 $y = f^{-1}(x)$;

(2) 根据 a 的不同取值, 讨论函数 $y = f(x)$ 的奇偶性, 并说明理由.

解: (1) $\because a = 4, \therefore f(x) = \frac{2^x + 4}{2^x - 4} = y, \therefore 2^x = \frac{4y + 4}{y - 1}, \therefore x = \log_2 \frac{4y + 4}{y - 1},$

$\therefore y = f^{-1}(x) = \log_2 \frac{4x + 4}{x - 1}, x \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty).$ 6分

(2) 当 $a = 0$ 时, $f(x) = 1$, 定义域为 \mathbf{R} , 故函数 $y = f(x)$ 是偶函数; 当 $a = 1$ 时,

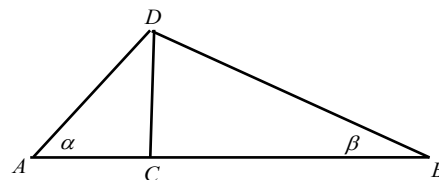
$f(x) = \frac{2^x + 1}{2^x - 1}$ 定义域为

$(-\infty, 0) \cup (0, +\infty), f(-x) = \frac{2^{-x} + 1}{2^{-x} - 1} = -\frac{2^x + 1}{2^x - 1} = -f(x),$ 故函数 $y = f(x)$ 是奇函数;

当 $a > 0$ 且 $a \neq 1$ 时,

$(-\infty, \log_2 a) \cup (\log_2 a, +\infty)$ 关于原点不对称, 故函数 $y = f(x)$ 既不是奇函数, 也不是偶函数.14分

(21) 【2014年上海, 文21, 14分】如图, 某公司要在 A, B 两地连线



上的定点 C 处建造广告牌 CD ，其中 D 为顶端， AC 长 35 米， CB 长 80 米。设点 A 、 B 在同一水平面上，从 A 和 B 看 D 的仰角分别为 α 和 β 。

(1) 设计中 CD 是铅垂方向。若要求 $\alpha \geq 2\beta$ ，问 CD 的长至多为多少（结果精确到 0.01 米）？

(2) 施工完成后， CD 与铅垂方向有偏差。现在实测得 $\alpha = 38.12^\circ$ ， $\beta = 18.45^\circ$ ，求 CD 的长（结果精确到 0.01 米）。

解：(1) 设 CD 的长为 x 米，则 $\tan \alpha = \frac{x}{35}$ ， $\tan \beta = \frac{x}{80}$ ， $\because \frac{\pi}{2} > \alpha \geq 2\beta > 0$ ，

$$\therefore \tan \alpha \geq \tan 2\beta, \therefore \tan \alpha \geq \frac{2 \tan \beta}{1 - \tan^2 \beta},$$

$$\therefore \frac{x}{35} \geq \frac{2 \frac{x}{80}}{1 - \frac{x^2}{6400}} = \frac{160x}{6400 - x^2}, \text{ 解得 } 0 < x \leq 20\sqrt{2} \approx 28.28, \therefore CD \text{ 的长至多为 } 28.28 \text{ 米}$$

.....6分

(2) 设 $DB = a$, $DA = b$, $DC = m$ ， $\angle ADB = 180^\circ - \alpha - \beta = 123.43^\circ$ ，则 $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{AB}{\sin \angle ADB}$ ，

$$\text{解得 } a = \frac{115 \sin 38.12^\circ}{\sin 123.43^\circ} \approx 85.06 \therefore m = \sqrt{80^2 + a^2 - 160a \cos 18.45^\circ} \approx 26.93 \therefore CD \text{ 的长为}$$

26.93 米.14分

(22) 【2014年上海，文22，16分】在平面直角坐标系 xOy 中，对于直线 $l: ax + by + c = 0$ 和点 $P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$ ，记 $\eta = (ax_1 + by_1 + c)(ax_2 + by_2 + c)$ 。若 $\eta < 0$ ，则称点 P_1, P_2 被直线 l 分隔。若曲线 C 与直线 l 没有公共点，且曲线 C 上存在点 P_1, P_2 被直线 l 分隔，则称直线 l 为曲线 C 的一条分隔线。

(1) 求证：点 $A(1, 2)$, $B(-1, 0)$ 被直线 $x + y - 1 = 0$ 分隔；

(2) 若直线 $y = kx$ 是曲线 $x^2 - 4y^2 = 1$ 的分隔线，求实数 k 的取值范围；

(3) 动点 M 到点 $Q(0, 2)$ 的距离与到 y 轴的距离之积为 1，设点 M 的轨迹为曲线 E ，求 E 的方程，并证明 y 轴为曲线 E 的分隔线。

解：(1) 将 $A(1, 2)$, $B(-1, 0)$ 分别代入 $x + y - 1$ ，得 $(1 + 2 - 1) \times (-1 - 1) = -4 < 0$ ，

\therefore 点 $A(1, 2)$, $B(-1, 0)$ 被直线 $x + y - 1 = 0$ 分隔。.....3分

(2) 直线 $y = kx$ 与曲线 $x^2 - 4y^2 = 1$ 有公共点的充要条件是方程组 $\begin{cases} y = kx \\ x^2 - 4y^2 = 1 \end{cases}$ 有解，

即 $|k| < \frac{1}{2}$ 。

因为直线 $y = kx$ 是曲线 $x^2 - 4y^2 = 1$ 的分隔线，故它们没有公共点，即 $|k| \dots \frac{1}{2}$ 。

当 $|k| \dots \frac{1}{2}$ 时，对于直线 $y = kx$ ，曲线 $x^2 - 4y^2 = 1$ 上的点 $(-1, 0)$ 和 $(1, 0)$ 满足

$\eta = -k^2 < 0$ ，即点 $(-1, 0)$ 和

$(1, 0)$ 被 $y = kx$ 分隔。故实数 k 的取值范围是 $(-\infty, -\frac{1}{2}] \cup [\frac{1}{2}, +\infty)$ 。

.....9分

(3) 设 M 的坐标为 (x, y) ，则曲线 E 的方程为 $\sqrt{x^2 + (y - 2)^2} \cdot |x| = 1$ ，即 $[x^2 + (y - 2)^2] \cdot x^2 = 1$

对任意的 y_0 , $(0, y_0)$ 不是上述方程的解，即 y 轴与曲线 E 没有公共点。又曲线 E 上的

点(-1,2)和(1,2)对于

y轴满足 $\eta < 0$ ，即点(-1,2)和(1,2)被y轴分隔。所以y轴为曲线E的分割线。

.....16分

(23) 【2014年上海，文23，18分】已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $\frac{1}{3}a_n \leq a_{n+1} \leq 3a_n$ ， $n \in \mathbf{N}^*$ ， $a_1 = 1$ 。

(1) 若 $a_2 = 2, a_3 = x, a_4 = 9$ ，求 x 的取值范围；

(2) 若 $\{a_n\}$ 是等比数列，且 $a_m = \frac{1}{1000}$ ，求正整数 m 的最小值，以及 m 取最小值时相应 $\{a_n\}$ 的公比；

(3) 若 a_1, a_2, \dots, a_{100} 成等差数列，求数列 a_1, a_2, \dots, a_{100} 的公差的取值范围。

解：(1) 依题意， $\frac{1}{3}a_2 \leq a_3 \leq 3a_2$ ， $\therefore \frac{2}{3} \leq x \leq 6$ ，又 $\frac{1}{3}a_3 \leq a_4 \leq 3a_3$ ， $\therefore 3 \leq x \leq 27$ ，综上可得 $3 \leq x \leq 6$ 。.....3分

(2) 设 $\{a_n\}$ 的公比为 q 。由 $\frac{1}{3}a_n \leq a_{n+1} \leq 3a_n$ ，且 $a_n = a_1 q^{n-1} \neq 0$ ，得 $a_n > 0$ 。因为

$\frac{1}{3}a_n \leq a_{n+1} \leq 3a_n$ ，所以 $\frac{1}{3} \leq q \leq 3$ 。

从而 $\frac{1}{1000} = a_1 q^{m-1} = q^{m-1} \dots (\frac{1}{3})^{m-1} \dots 3^{m-1} \dots 1000$ ，解得 $m \geq 8$ 。当 $m = 8$ 时，

$$q = \sqrt[7]{\frac{1}{1000}} \in [\frac{1}{3}, 3].$$

所以， m 的最小值为8， $m = 8$ 时， $\{a_n\}$ 的公比为 $\frac{\sqrt[7]{10^4}}{10}$ 。

.....9分

(3) 设数列 a_1, a_2, \dots, a_{100} 的公差为 d 。则 $\frac{1}{3}a_n \leq a_{n+1} \leq 3a_n$ ， $-\frac{2}{3}a_n \leq d \leq \frac{2}{3}a_n, n = 1, 2, \dots, 99$ ，

①当 $d > 0$ 时， $a_{99} > a_{98} > \dots > a_2 > a_1$ ，所以 $0 < d \leq \frac{2}{3}a_1$ ，即 $0 < d \leq \frac{2}{3}$ 。

②当 $d = 0$ 时， $a_{99} = a_{98} = \dots = a_2 = a_1$ ，符合条件。

③当 $d < 0$ 时， $a_{99} < a_{98} < \dots < a_2 < a_1$ ，所以 $-\frac{2}{3}a_{99} \leq d \leq -\frac{2}{3}a_1$ ，

$-\frac{2}{3}(1+98d) \leq d \leq -\frac{2}{3}(1+98d)$ ，又 $d < 0$ ，

所以 $-\frac{2}{199} \leq d < 0$ 。

综上， a_1, a_2, \dots, a_{100} 的公差的取值范围为 $[-\frac{2}{199}, \frac{2}{3}]$ 。

.....18分