

2020 年浙江省高考数学试卷

一、选择题（共 10 小题）.

1. 已知集合 $P = \{x | 1 < x < 4\}$, $Q = \{x | 2 < x < 3\}$, 则 $P \cap Q = (\quad)$

- A. $\{x | 1 < x \leq 2\}$ B. $\{x | 2 < x < 3\}$ C. $\{x | 3 \leq x < 4\}$ D. $\{x | 1 < x < 4\}$

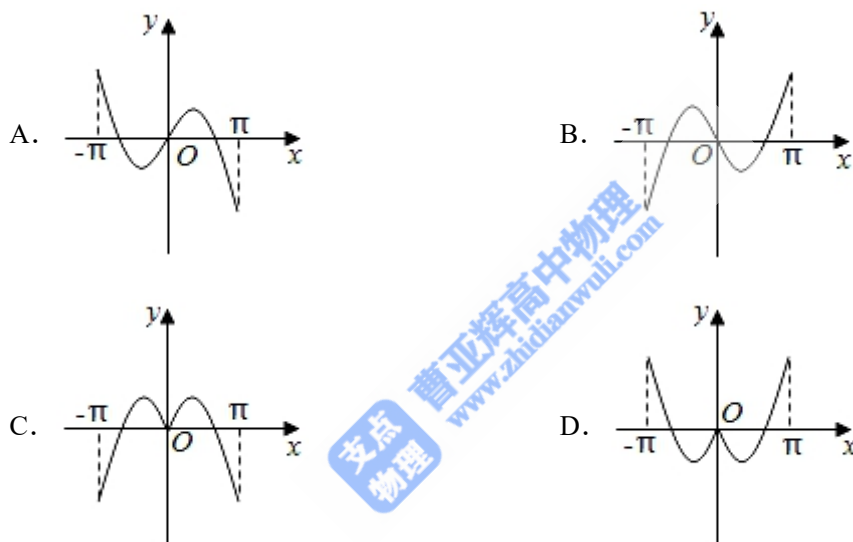
2. 已知 $a \in \mathbb{R}$, 若 $a - 1 + (a - 2)i$ (i 为虚数单位) 是实数, 则 $a = (\quad)$

- A. 1 B. -1 C. 2 D. -2

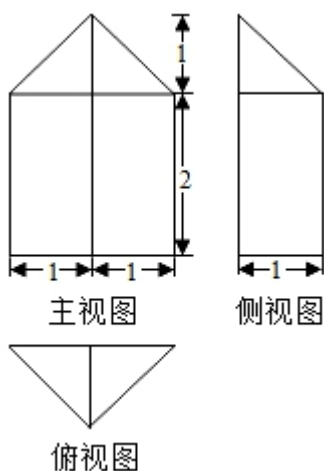
3. 若实数 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x - 3y + 1 \leq 0 \\ x + y - 3 \geq 0 \end{cases}$, 则 $z = x + 2y$ 的取值范围是 (\quad)

- A. $(-\infty, 4]$ B. $[4, +\infty)$ C. $[5, +\infty)$ D. $(-\infty, +\infty)$

4. 函数 $y = x \cos x + \sin x$ 在区间 $[-\pi, +\pi]$ 的图象大致为 (\quad)



5. 某几何体的三视图（单位： cm ）如图所示，则该几何体的体积（单位： cm^3 ）是 (\quad)



- A. $\frac{7}{3}$ B. $\frac{14}{3}$ C. 3 D. 6

17. 设 \vec{e}_1, \vec{e}_2 为单位向量, 满足 $|\vec{e}_1 - \vec{e}_2| \leq \sqrt{2}$, $\vec{a} = \vec{e}_1 + \vec{e}_2$, $\vec{b} = 3\vec{e}_1 + \vec{e}_2$, 设 \vec{a}, \vec{b} 的夹角为 θ , 则 $\cos^2\theta$ 的最小值为_____.

三、解答题: 本大题共 5 小题, 共 74 分。解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤。

18. 在锐角 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 且 $2b\sin A = \sqrt{3}a$.

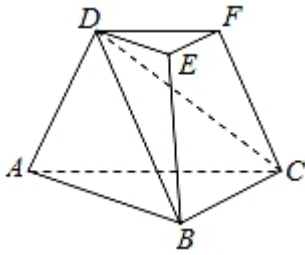
(I) 求角 B ;

(II) 求 $\cos A + \cos B + \cos C$ 的取值范围.

19. 如图, 三棱台 $DEF-ABC$ 中, 面 $ADFC \perp$ 面 ABC , $\angle ACB = \angle ACD = 45^\circ$, $DC = 2BC$.

(I) 证明: $EF \perp DB$;

(II) 求 DF 与面 DBC 所成角的正弦值.



20. 已知数列 $\{a_n\}, \{b_n\}, \{c_n\}$ 中, $a_1 = b_1 = c_1 = 1$, $c_{n+1} = a_{n+1} - a_n$, $c_{n+1} = \frac{b_n}{b_{n+2}} \cdot c_n$ ($n \in \mathbb{N}^*$).

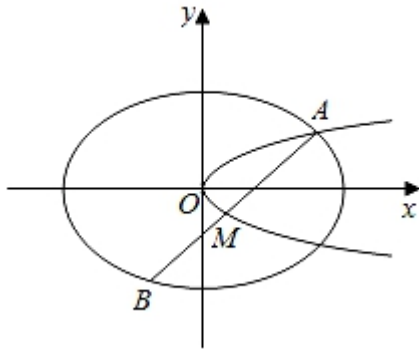
(I) 若数列 $\{b_n\}$ 为等比数列, 且公比 $q > 0$, 且 $b_1 + b_2 = 6b_3$, 求 q 与 a_n 的通项公式;

(II) 若数列 $\{b_n\}$ 为等差数列, 且公差 $d > 0$, 证明: $c_1 + c_2 + \dots + c_n < 1 + \frac{1}{d}$.

21. 如图, 已知椭圆 $C_1: \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$, 抛物线 $C_2: y^2 = 2px$ ($p > 0$), 点 A 是椭圆 C_1 与抛物线 C_2 的交点, 过点 A 的直线 l 交椭圆 C_1 于点 B , 交抛物线 C_2 于 M (B, M 不同于 A).

(I) 若 $p = \frac{1}{16}$, 求抛物线 C_2 的焦点坐标;

(II) 若存在不过原点的直线 l 使 M 为线段 AB 的中点, 求 p 的最大值.



22. 已知 $1 < a \leq 2$, 函数 $f(x) = e^x - x - a$, 其中 $e = 2.71828 \dots$ 为自然对数的底数.

(I) 证明: 函数 $y = f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上有唯一零点;

(II) 记 x_0 为函数 $y = f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上的零点, 证明:

(i) $\sqrt{a-1} \leq x_0 \leq \sqrt{2(a-1)}$;

(ii) $x_0 f\left(\frac{x_0}{e}\right) \geq (e-1)(a-1)a$.