

2013 年高考陕西数学（文）卷原卷（精编版）

一、选择题：在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求（本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分）

1. 设全集为 R ，函数 $f(x) = \sqrt{1-x}$ 的定义域为 M ，则 $C_R M$ 为（ ）

- (A) $(-\infty, 1)$ (B) $(1, +\infty)$ (C) $(-\infty, 1]$ (D) $[1, +\infty)$

2. 已知向量 $\vec{a} = (1, m), \vec{b} = (m, 2)$ ，若 $\vec{a} \perp \vec{b}$ ，则实数 m 等于（ ）

- (A) $-\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{2}$
 (C) $-\sqrt{2}$ 或 $\sqrt{2}$ (D) 0

3. 设 a, b, c 均为不等于 1 的正实数，则下列等式中恒成立的是（ ）

- (A) $\log_a b \cdot \log_c b = \log_c a$ (B) $\log_a b \cdot \log_c a = \log_a b$
 (C) $\log_a (bc) = \log_a b \cdot \log_a c$ (D) $\log_a (b+c) = \log_a b + \log_a c$

4. 根据下列算法语句，当输入 x 为 60 时，输出 y 的值为

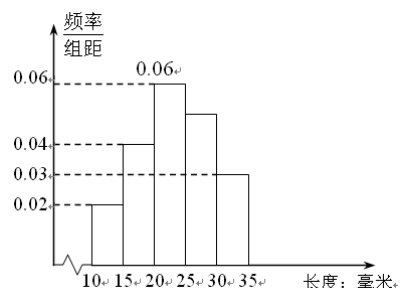
()

- (A) 25
 (B) 30
 (C) 31
 (D) 61

```

输入 x
If x ≤ 50 Then
    y = 0.5 * x
Else
    y = 25 + 0.6 * (x - 50)
End If
输出 y
    
```

5. 对一批产品的长度(单位: mm)进行抽样检测, 下图为检测结果的频率分布直方图. 根据标准, 产品长度在区间 $[20, 25)$ 上的为一等品, 在区间 $[15, 20)$ 和区间 $[25, 30)$ 上的为二等品, 在区间 $[10, 15)$ 和 $[30, 35)$ 上的为三等品. 用频率估计概率, 现从该批产品中随机抽取一件, 则其为二等品的概率为 ()



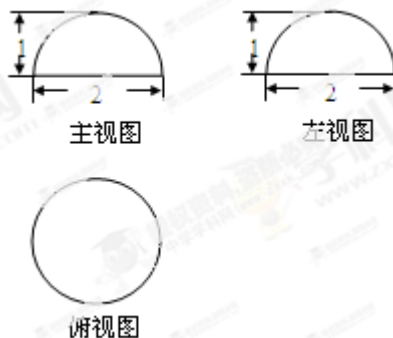
- (A) 0.09 (B) 0.20
 (C) 0.25 (D) 0.45

6. 设 z 是复数, 则下列命题中的假命题是()
- (A) 若 $z^2 \geq 0$, 则 z 是实数 (B) 若 $z^2 < 0$, 则 z 是虚数
- (C) 若 z 是虚数, 则 $z^2 \geq 0$ (D) 若 z 是纯虚数, 则 $z^2 < 0$
7. 若点 (x, y) 位于曲线 $y = |x|$ 与 $y = 2$ 所围成的封闭区域, 则 $2x - y$ 的最小值为()
- (A) -6 (B) -2 (C) 0 (D) 2
8. 已知点 $M(a, b)$ 在圆 $O: x^2 + y^2 = 1$ 外, 则直线 $ax + by = 1$ 与圆 O 的位置关系是()
- (A) 相切 (B) 相交 (C) 相离 (D) 不确定
9. 设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 若 $b \cos C + c \cos B = a \sin A$, 则 $\triangle ABC$ 的形状为()
- (A) 直角三角形 (B) 锐角三角形 (C) 钝角三角形 (D) 不确定
10. 设 $[x]$ 表示不大于 x 的最大整数, 则对任意实数 x, y , 有()
- (A) $[-x] = -[x]$ (B) $[x + \frac{1}{2}] = [x]$
- (C) $[2x] = 2[x]$ (D) $[x] + [x + \frac{1}{2}] = [2x]$

二、填空题: 把答案填写在答题卡相应题号后的横线上 (本大题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分)

11. 双曲线 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 的离心率为_____.

12. 某几何体的三视图如图所示, 则其表面积为_____.



13. 观察下列等式:

$$(1+1) = 2 \times 1$$

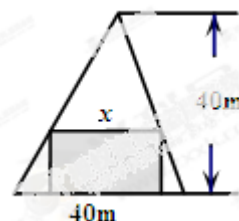
$$(2+1)(2+2) = 2^2 \times 1 \times 3$$

$$(3+1)(3+2)(3+3) = 2^3 \times 1 \times 3 \times 5$$

...

照此规律, 第 n 个等式可为_____.

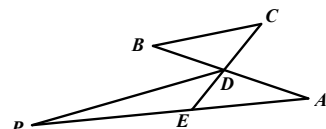
14. 在如图所示的锐角三角形空地中, 欲建一个面积最大的内接矩形花园 (阴影部分), 则其边长 x 为_____ (m).



15. (考生请注意:请在下列三题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题计分)

A. (不等式选做题) 设 $a, b \in \mathbb{R}$, $|a-b| > 2$, 则关于实数 x 的不等式 $|x-a| + |x-b| > 2$ 的解集是_____.

B. (几何证明选做题) 如图, AB 与 CD 相交于点 E , 过 E 作 BC 的平行线与 AD 的延长线相交于点 P . 已知 $\angle A = \angle C$, $PD = 2DA = 2$, 则 $PE =$ _____.



C. (坐标系与参数方程选做题) 圆锥曲线 $\begin{cases} x = t^2 \\ y = 2t \end{cases}$ (t 为参数) 的焦点坐标是_____.

三、解答题: 解答应写出文字说明、证明过程及演算步骤 (本大题共 6 小题, 共 75 分)

16. (本小题满分 12 分)

已知向量 $\mathbf{a} = (\cos x, -\frac{1}{2})$, $\mathbf{b} = (\sqrt{3} \sin x, \cos 2x)$, $x \in \mathbb{R}$, 设函数 $f(x) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$.

(I) 求 $f(x)$ 的最小正周期.

(II) 求 $f(x)$ 在 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上的最大值和最小值.

17. (本小题满分 12 分)

设 S_n 表示数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和.

(I) 若 $\{a_n\}$ 为等差数列, 推导 S_n 的计算公式;

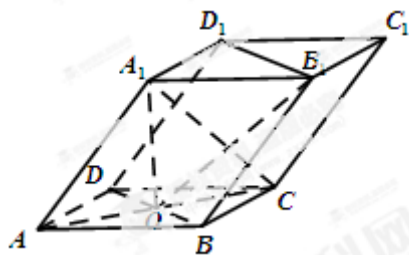
(II) 若 $a_1 = 1, q \neq 0$, 且对所有正整数 n , 有 $S_n = \frac{1-q^n}{1-q}$. 判断 $\{a_n\}$ 是否为等比数列. 并证明你的结论.

论。

18. (本小题满分 12 分)

如图, 四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的底面 $ABCD$ 是正方形, O 为底面中心, $A_1O \perp$ 平面 $ABCD$,

$AB = AA_1 = \sqrt{2}$.



(I) 证明: $A_1BD \parallel$ 平面 CD_1B_1 ;

(II) 求三棱柱 $ABD-A_1B_1D_1$ 的体积.

19. (本小题满分 12 分)

有 7 位歌手(1 至 7 号)参加一场歌唱比赛, 由 500 名大众评委现场投票决定歌手名次, 根据年龄将大众评委分为 5 组, 各组的人数如下:

组别	A	B	C	D	E
人数	50	100	150	150	50

(I) 为了调查评委对 7 位歌手的支持状况, 现用分层抽样方法从各组中抽取若干评委, 其中从 B 组中抽取了 6 人. 请将其余各组抽取的人数填入下表.

组别	A	B	C	D	E
人数	50	100	150	150	50
抽取人数		6			

(II) 在(I)中, 若 A, B 两组被抽到的评委中各有 2 人支持 1 号歌手, 现从这两组被抽到的评委中分别任选 1 人, 求这 2 人都支持 1 号歌手的概率.

20. (本小题满分 13 分)

已知动点 $M(x, y)$ 到直线 $l: x = 4$ 的距离是它到点 $N(1, 0)$ 的距离的 2 倍.

(I) 求动点 M 的轨迹 C 的方程;

(II) 过点 $P(0, 3)$ 的直线 m 与轨迹 C 交于 A, B 两点. 若 A 是 PB 的中点, 求直线 m 的斜率.

21. (本小题满分 14 分)

已知函数 $f(x) = e^x, x \in \mathbf{R}$.

(I) 求 $f(x)$ 的反函数的图象上点 $(1, 0)$ 处的切线方程;

(II) 证明: 曲线 $y = f(x)$ 与曲线 $y = \frac{1}{2}x^2 + x + 1$ 有唯一公共点.

(III) 设 $a < b$, 比较 $f\left(\frac{a+b}{2}\right)$ 与 $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$ 的大小, 并说明理由.

