

# 2011年普通高等学校招全国统一考试（山东卷）

## 文科数学

本卷分第I卷和第II卷两部分，共4页。满分150分。考试用时120分钟。考试结束后，将本试卷与答题卡一并交回。

注意事项：

1.

答题前，考生务必用0.5毫米的签字笔将自己的姓名、座号、准考证号、县区和科类填写在自己的答题卡和试卷规定的位置上。

2.

第I卷每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。答案不能打在试卷上。

3.

第II卷必须用0.5毫米黑色签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应的位置，不能写在试卷上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不能使用涂改液、胶带纸、修正带。不按以上要求最大的答案无效。

4. 第II卷第六题为选做题，考生须从所给（一）（二）两题中任选一题作答，不能全选。

参考公式：

柱体的体积公式： $v=sh$ ，其中 $s$ 是柱体的底面积， $h$ 是柱体的高。

圆柱的侧面积公式： $s=cl$ ，其中 $c$ 是圆柱的底面周长， $l$ 是圆柱体的母线长。

球的体积公式： $V=\frac{4}{3}\pi R^2$ ，其中 $R$ 是球的半径。

球的表面积公式： $s=4\pi R^2$ ，其中 $R$ 是球的半径

用最小二乘法求线性回归方程系数公式： $b=\frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x} \cdot \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}$ ， $a=\bar{y}-b\bar{x}$

如果事件A,B互斥，那么 $P(A+B)=P(A)+P(B)$ 。

## 第I卷（共60分）

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的。

① 设集合  $M = \{x | (x+3)(x-2) < 0\}$ ,  $N = \{x | 1 \leq x \leq 3\}$ , 则  $M \cap N =$

- (A)  $[1, 2)$     (B)  $[1, 2]$     (C)  $(2, 3]$     (D)  $[2, 3]$

(2) 复数  $z = \frac{2-i}{2+i}$  ( $i$  虚数单位) 在复平面内对应的点所在象限为

- (A) 第一象限    (B) 第二象限    (C) 第三象限    (D) 第四象限

(3) 若点  $(a, 9)$  在函数  $y = 3^x$  的图像上, 则  $\tan \frac{a\pi}{6}$  的值为 ( )

- (A) 0    (B)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$     (C) 1    (D)  $\sqrt{3}$

(4) 曲线  $y = x^3 + 11$  在点  $P(1, 12)$  处的切线与  $y$  轴交点的纵坐标是

- (A) -9    (B) -3    (C) 9    (D) 15

(5)  $a, b, c \in R$ , 命题“ $a+b+c=3$ , 则  $a^2+b^2+c^2 \geq 3$ ”的否命题是

- (A) 若  $a+b+c \neq 3$ , 则  $a^2+b^2+c^2 < 3$     (B) 若  $a+b+c=3$ , 则  $a^2+b^2+c^2 < 3$   
(C) 若  $a+b+c \neq 3$ , 则  $a^2+b^2+c^2 \geq 3$     (D) 若  $a+b+c \geq 3$ , 则  $a^2+b^2+c^2=3$

(6) 若函数  $f(x) = \sin \omega x$  ( $\omega > 0$ ) 在区间  $[0, \frac{\pi}{3}]$  上单调递增, 在区间  $[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}]$  上单调递减, 则  $\omega =$

- (A)  $\frac{2}{3}$     (B)  $\frac{3}{2}$     (C) 2    (D) 3

$$\begin{cases} x+2y-5 \leq 0, \\ x-y-2 \leq 0, \\ x \geq 0, \end{cases}$$

(7) 设变量  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x+2y-5 \leq 0, \\ x-y-2 \leq 0, \\ x \geq 0, \end{cases}$ ，则目标函数  $z=2x+3y+1$  的最大值为

- (A) 11      (B) 10      (C) 9      (D) 8.5

(8) 某产品的广告费用  $x$  与销售额  $y$  的统计数据如下表：

广告费用 $x$ (万元)	4	2	3	5
销售额 $y$ (万元)	49	26	39	54

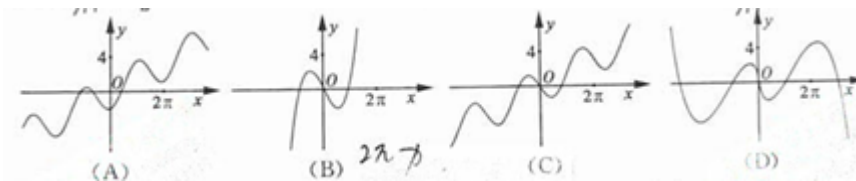
根据上表可得回归方程  $\hat{y} = \hat{b}x + \hat{a}$  中的  $\hat{b}$  为 9.4，据此模型预报广告费用为 6 万元时销售额为

- (A) 63.6 万元      (B) 65.6 万元      (C) 67.7 万元      (D) 72.0 万元

(9) 设  $M(x_0, y_0)$  为抛物线  $C: x^2=8y$  上一点， $F$  为抛物线  $C$  的焦点，以  $F$  为圆心、 $|FM|$  为半径的圆和抛物线  $C$  的准线相交，则  $y$  的取值范围是

- (A)  $(0, 1)$       (B)  $[0, 2]$       (C)  $(2, +\infty)$       (D)  $[2, +\infty)$

(10) 函数  $y = \frac{\pi}{2} - 2\sin x$  的图像大致是



(11) 右图是长和宽分别相等的两个矩形，结合下列三个命题：①存在三棱柱，其正（主）视图、俯视图如右图；②存在四棱柱，其正（主）视图、俯视图如右图；③存在圆柱，其正（主）视图、俯视图如右图。其中真命题的个数是

- (A) 3      (B) 2  
(C) 1      (D) 0

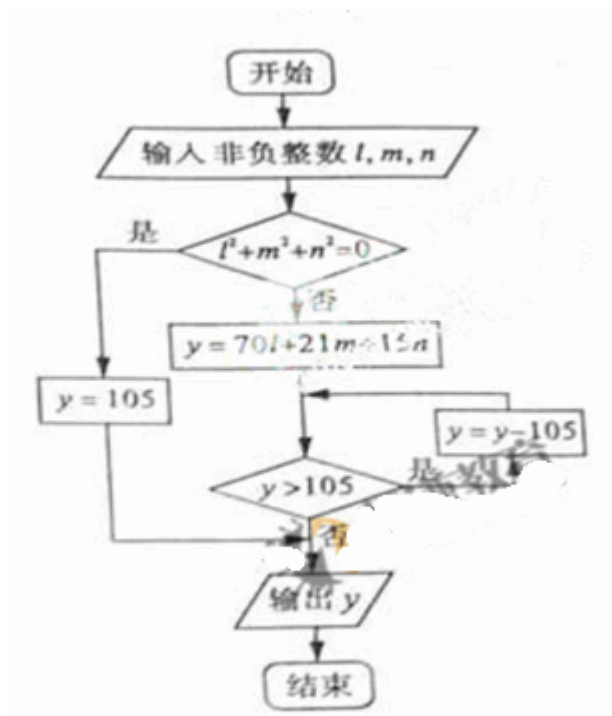


(12) 设  $A_1, A_2, A_3, A_4$  是平面直角坐标系中两两不同的四点, 若  $\overrightarrow{A_1A_3} = \lambda \overrightarrow{A_1A_2} (\lambda \in \mathbf{R})$ ,

$\overrightarrow{A_1A_4} = \mu \overrightarrow{A_1A_2} (\mu \in \mathbf{R})$ , 且  $\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\mu} = 2$ , 则称  $A_3A_4$  调和分割  $A_1, A_2$ . 已知  $C(c, 0), D(d, 0) (c, d$

$\in \mathbf{R})$  调和分割点  $A(1, 0), B(1, 0)$ , 则下面说法正确的是

- (A) C可能是线段AB的中点
- (B) D可能是线段AB的中点
- (C) C, D可能同时在线段AB上
- (D) C, D不可能同时在线段AB的延长线上



## 第 II 卷 (共90分)

### 一、填空题。本大题共4小题，每小题4分，共16分

(13) 某高校甲、乙、丙、丁四个专业分别有150、150、400、300名学生，为了解学生的就业倾向，用分层抽样的方法从该校这四个专业共抽取40名学生进行调查，应在丙专业抽取的学生人数为\_\_\_\_\_。

(14) 执行右图所示的程序框图，输入  $! = 2, m = 3, n = 5$ ，则输出的  $y$  的值是\_\_\_\_\_。

(15) 已知双曲线  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 和椭圆  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$  有相同的焦点，且双曲线的离心率是椭圆离心率的两倍，则双曲线的方程为\_\_\_\_\_。

(16) 已知函数  $f(x) = \log_{a^2} x + x - b$  ( $a > 0$ , 且  $a \neq 1$ )。

当  $2 < a < 3 < b < 4$  时，函数  $f(x)$  的零点  $x_0 = \in (n, n+1), n \in \mathbb{N}^*$ ，则  $n =$ \_\_\_\_\_。

### 三、解答题：本大题共6小题，共74分。

(17) (本小题满分12分)

在  $\triangle ABC$  中，内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ 。已知  $\frac{\cos A - 2 \cos C}{\cos B} = \frac{2c - a}{b}$ 。

(I) 求  $\frac{\sin C}{\sin A}$  的值；

(II) 若  $\cos B = \frac{1}{4}$ ， $\triangle ABC$  的周长为5，求  $b$  的长。

(18) (本小题满分12分)

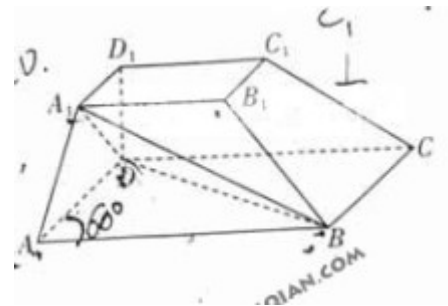
甲、乙两校各有3名教师报名支教，其中甲校2男1女，乙校1男2女。

(I) 若从甲校和乙校报名的教师中各任选1名，写出所有可能的结果，并求选出的2名教师性别相同的概率；

(II) 若从报名的6名教师中任选2名，写出所有可能的结果，并求选出的2名教师来自同一学校的概率。

(19) (本小题满分12分)

如图，在四棱台 $ABCD-A_1B_2C_3D_4$ 中， $D_1D \perp$ 平面 $ABCD$ 是平行四边形， $AB=2AD$ ， $AD=A_1B_1$ ， $\angle BAD=60^\circ$ ，



(I) 证明： $AA_1 \perp BD$ ；

(II) 证明： $CC_1 \parallel ABD$

(20) (本小题满分12分)

数列  $\{ a_n \}$  中  $a_1$ 、 $a_2$ 、 $a_3$  分别是下表第一、二、三行中的某一个数，且  $a_1$ 、 $a_2$ 、 $a_3$  中的任何两个数不在下表的同一列。

	第一列	第二列	第三列
--	-----	-----	-----

第一行	3	2	10
第二行	6	4	14
第三行	9	8	18

(I) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(II) 若数列  $\{b_n\}$  满足:  $b_n = a_n + (-1)^n \ln a_n$ , 求数列  $\{b_n\}$  的前  $2n$  项和  $S_{2n}$ .

**(21) (本小题满分12分)**

某企业拟建造如图所示的容器(不计厚度, 长度单位: 米), 其中容器的中间为圆柱形, 左右两端为半球形, 按照设计要求容器的容积为  $\frac{80\pi}{3}$  立方米, 且  $l \geq 2r$ , 假设该容器的建造费用仅与其表面积有关. 已知圆柱形部分每平方米建造费用为3千元, 半球形部分每平方米费用为  $c(c > 3)$  千元. 设该容器的建造费用为  $y$  千元.



(I) 写出  $y$  关于  $r$  的函数表达式, 并求该函数的定义域;

(II) 求该容器的建造费用最小时的  $r$ 。

**(22) (本小题满分14分)**

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 已知椭圆  $C$ :

$\frac{x^2}{3} + y^2 = 1$ . 如图所示, 斜率为  $k(k > 0)$  且不过原点的直线  $l$  交椭圆  $C$  于  $A, B$  两点, 线段  $AB$  的中点为  $E$

, 射线  $OE$  交椭圆  $C$  于点  $C$ , 交直线  $x = -3$  于点  $D(-3, m)$ .

(I) 求  $m^2 + k^2$  的最小值;

(II) 若  $|OG|^2 = |OD| \cdot |OE|$ ,

(i) 求证: 直线  $l$  过定点;

(ii) 试问点  $B, G$  能否关于  $x$  轴对称? 若能, 求出此时  $\triangle ABG$  的外接圆方程; 若不能, 请说明理由.

