

2017年全国统一高考数学试卷（理科）（新课标Ⅱ）

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. (5分) $\frac{3+i}{1+i} = (\quad)$

- A. $1+2i$ B. $1-2i$ C. $2+i$ D. $2-i$

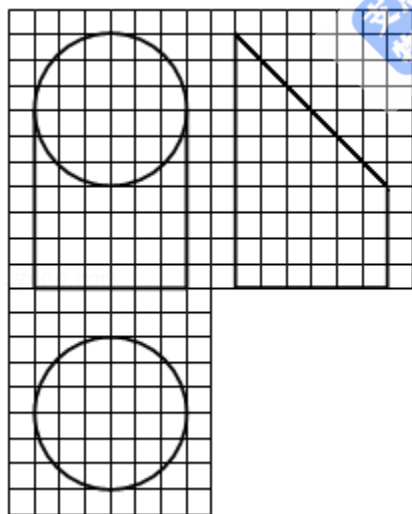
2. (5分) 设集合 $A = \{1, 2, 4\}$, $B = \{x | x^2 - 4x + m = 0\}$. 若 $A \cap B = \{1\}$, 则 $B = (\quad)$

- A. $\{1, -3\}$ B. $\{1, 0\}$ C. $\{1, 3\}$ D. $\{1, 5\}$

3. (5分) 我国古代数学名著《算法统宗》中有如下问题：“远看巍巍塔七层，红光点点倍加增，共灯三百八十一，请问尖头几盏灯？”意思是：一座7层塔共挂了381盏灯，且相邻两层中的下一层灯数是上一层灯数的2倍，则塔的顶层共有灯 $(\quad)$

- A. 1盏 B. 3盏 C. 5盏 D. 9盏

4. (5分) 如图，网格纸上小正方形的边长为1，粗实线画出的是某几何体的三视图，该几何体由一平面将一圆柱截去一部分后所得，则该几何体的体积为 $(\quad)$



- A. 90π B. 63π C. 42π D. 36π

5. (5分) 设 x, y 满足约束条件
$$\begin{cases} 2x+3y-3 \leq 0 \\ 2x-3y+3 \geq 0 \\ y+3 \geq 0 \end{cases}$$
 则 $z=2x+y$ 的最小值是 $(\quad)$

- A. - 15 B. - 9 C. 1 D. 9

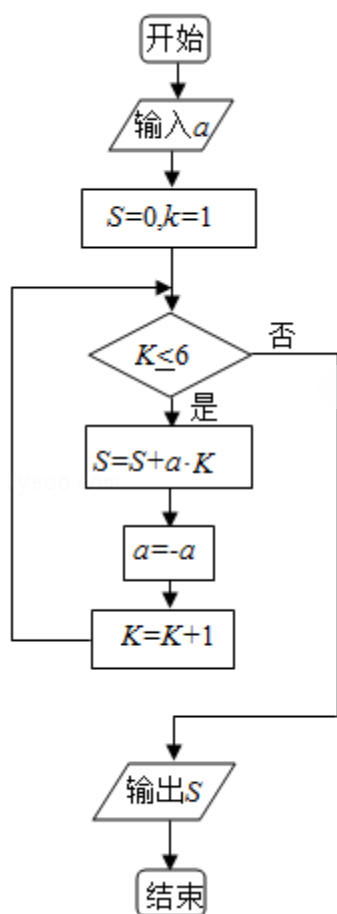
6. (5分) 安排3名志愿者完成4项工作，每人至少完成1项，每项工作由1人完成，则不同的安排方式共有 ()

- A. 12种 B. 18种 C. 24种 D. 36种

7. (5分) 甲、乙、丙、丁四位同学一起去问老师询问成语竞赛的成绩。老师说：你们四人中有2位优秀，2位良好，我现在给甲看乙、丙的成绩，给乙看丙的成绩，给丁看甲的成绩。看后甲对大家说：我还是不知道我的成绩。根据以上信息，则 ()

- A. 乙可以知道四人的成绩 B. 丁可以知道四人的成绩
C. 乙、丁可以知道对方的成绩 D. 乙、丁可以知道自己的成绩

8. (5分) 执行如图的程序框图，如果输入的 $a = -1$ ，则输出的 $S =$ ()



- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

9. (5分) 若双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的一条渐近线被圆 $(x - 2)$

$2+y^2=4$ 所截得的弦长为2, 则C的离心率为()

- A. 2 B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

10. (5分) 已知直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $\angle ABC=120^\circ$, $AB=2$, $BC=CC_1=1$, 则异面直线 AB_1 与 BC_1 所成角的余弦值为()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{15}}{5}$ C. $\frac{\sqrt{10}}{5}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

11. (5分) 若 $x=-2$ 是函数 $f(x)=(x^2+ax-1)e^{x-1}$ 的极值点, 则 $f(x)$ 的极小值为()

- A. -1 B. $-2e^{-3}$ C. $5e^{-3}$ D. 1

12. (5分) 已知 $\triangle ABC$ 是边长为2的等边三角形, P为平面ABC内一点, 则 $\overrightarrow{PA} \cdot (\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{PC})$ 的最小值是()

- A. -2 B. $-\frac{3}{2}$ C. $-\frac{4}{3}$ D. -1

二、填空题: 本题共4小题, 每小题5分, 共20分。

13. (5分) 一批产品的二等品率为0.02, 从这批产品中每次随机取一件, 有放回地抽取100次. X表示抽到的二等品件数, 则 $DX=$ _____.

14. (5分) 函数 $f(x)=\sin^2x+\sqrt{3}\cos x - \frac{3}{4}$ ($x \in [0, \frac{\pi}{2}]$) 的最大值是_____.

15. (5分) 等差数列 $\{a_n\}$ 的前n项和为 S_n , $a_3=3$, $S_4=10$, 则 $\sum_{k=1}^n \frac{1}{S_k}=$ _____.

16. (5分) 已知F是抛物线C: $y^2=8x$ 的焦点, M是C上一点, FM的延长线交y轴于点N. 若M为FN的中点, 则 $|FN|=$ _____.

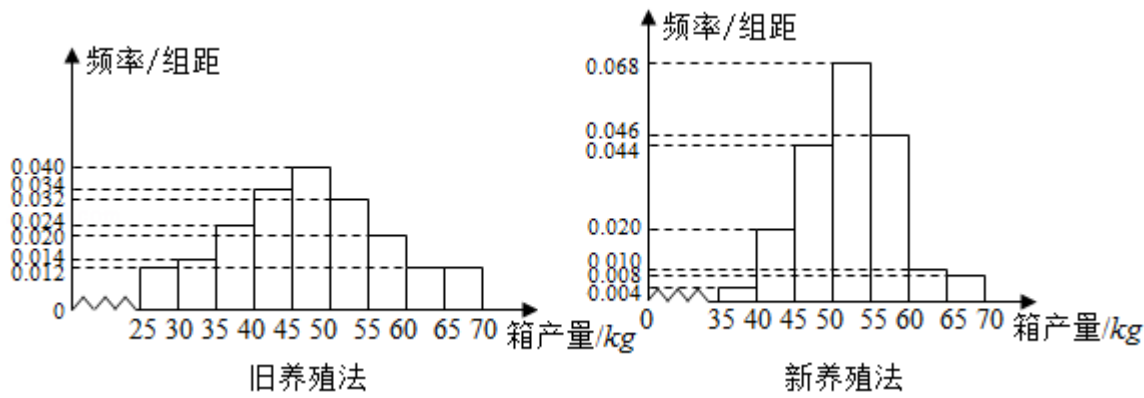
三、解答题: 共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17~21题为必考题, 每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题, 考生根据要求作答。(一) 必考题: 共60分。

17. (12分) $\triangle ABC$ 的内角A, B, C的对边分别为a, b, c, 已知 $\sin(A+C)=8\sin^2\frac{B}{2}$.

(1) 求 $\cos B$;

(2) 若 $a+c=6$, $\triangle ABC$ 的面积为2, 求b.

18. （12分）海水养殖场进行某水产品的新、旧网箱养殖方法的产量对比，收获时各随机抽取了100个网箱，测量各箱水产品的产量（单位：kg），其频率分布直方图如图：



- （1）设两种养殖方法的箱产量相互独立，记A表示事件“旧养殖法的箱产量低于50kg，新养殖法的箱产量不低于50kg”，估计A的概率；
- （2）填写下面列联表，并根据列联表判断是否有99%的把握认为箱产量与养殖方法有关：

	箱产量<50kg	箱产量≥50kg
旧养殖法		
新养殖法		

- （3）根据箱产量的频率分布直方图，求新养殖法箱产量的中位数的估计值（精确到0.01）．

附：

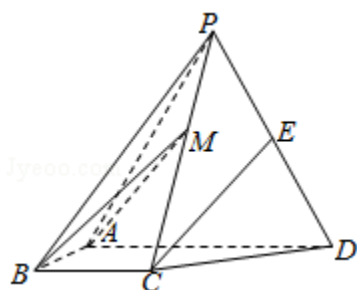
$P(K^2 \geq k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

$$K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}.$$

19. (12分) 如图, 四棱锥 $P-ABCD$ 中, 侧面 PAD 为等边三角形且垂直于底面 $ABCD$, $AB=BC=\frac{1}{2}AD$, $\angle BAD=\angle ABC=90^\circ$, E 是 PD 的中点.

(1) 证明: 直线 $CE \parallel$ 平面 PAB ;

(2) 点 M 在棱 PC 上, 且直线 BM 与底面 $ABCD$ 所成角为 45° , 求二面角 $M-AB-D$ 的余弦值.



20. (12分) 设 O 为坐标原点, 动点 M 在椭圆 $C: \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ 上, 过 M 作 x 轴的垂线, 垂足为 N , 点 P 满足 $\overrightarrow{NP} = \sqrt{2}\overrightarrow{NM}$.

(1) 求点 P 的轨迹方程;

(2) 设点 Q 在直线 $x = -3$ 上, 且 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{PQ} = 1$. 证明: 过点 P 且垂直于 OQ 的直线 l 过 C 的左焦点 F .

21. (12分) 已知函数 $f(x) = ax^2 - ax - x \ln x$, 且 $f(x) \geq 0$.

(1) 求 a ;

(2) 证明: $f(x)$ 存在唯一的极大值点 x_0 , 且 $e^{-2} < f(x_0) < 2^{-2}$.

(二) 选考题: 共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答。如果多做, 则按所做的第一题计分。[选修4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

22. (10分) 在直角坐标系 xOy 中, 以坐标原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_1 的极坐标方程为 $\rho \cos \theta = 4$.

(1) M 为曲线 C_1 上的动点, 点 P 在线段 OM 上, 且满足 $|OM| \cdot |OP| = 16$, 求点 P 的轨迹 C_2 的直角坐标方程;

(2) 设点 A 的极坐标为 $(2, \frac{\pi}{3})$, 点 B 在曲线 C_2 上, 求 $\triangle OAB$ 面积的最大值.

[选修4-5: 不等式选讲] (10分)

23. 已知 $a > 0$, $b > 0$, $a^3 + b^3 = 2$. 证明:

(1) $(a+b)(a^5 + b^5) \geq 4$;

(2) $a+b \leq 2$.

