2019年普通高等学校招生全国统一考试（浙江卷）数学

参考公式：

若事件 A,B 互斥，则 $P(A+B)=P(A)+P(B)$ 若事件 A,B 相互独立，则 $P(AB)=P(A)P(B)$ 若事件 A 在一次试验中发生的概率是 p，则 n 次独立重复试验中事件 A 恰好发生 k 次的概率 $P_n(k)=C_n^k p^k(1-p)^{n-k}(k=0,1,2,\cdots,n)$ 台体的体积公式 其中 S_1,S_2 分别表示台体的上、下底面积，h 表示台体的高	柱体的体积公式 $V=Sh$ 其中 S 表示柱体的底面积，h 表示柱体的高 锥体的体积公式 $V=\frac{1}{3}Sh$ 其中 S 表示锥体的底面积，h 表示锥体的高 球的表面积公式 $S=4\pi R^2$ 球的体积公式 $V=\frac{4}{3}\pi R^3$ 其中 R 表示球的半径

选择题部分（共 40 分）

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.已知全集 $U=\{-1,0,1,2,3\}$，集合 $A=\{0,1,2\}$，$B=\{-1,0,1\}$，则（$\complement_U A$）$\cap B=$（　　）

A. $\{-1\}$　　B. $\{0,1\}$

C. $\{-1,2,3\}$　　D. $\{-1,0,1,3\}$

2.渐近线方程为 $x\pm y=0$ 的双曲线的离心率是（　）

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　B. 1

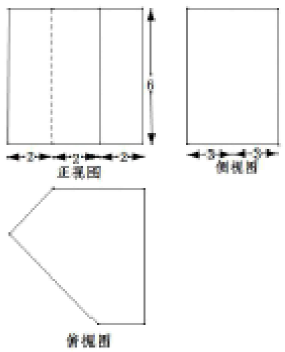
C. $\sqrt{2}$　　D. 2

3.若实数 x,y 满足约束条件 $\begin{cases} x-3y+4\geq 0 \\ 3x-y-4\leq 0 \\ x+y\geq 0 \end{cases}$，则 $z=3x+2y$ 的最大值是（　）

A. -1　　B. 1

C. 10　　D. 12

4.祖暅是我国南北朝时代的伟大科学家. 他提出的“幂势既同，则积不容易”称为祖暅原理，利用该原理可以得到柱体体积公式$V_{柱体}=Sh$，其中S是柱体的底面积，h是柱体的高，若某柱体的三视图如图所示，则该柱体的体积是（　）



A. 158　　　　B. 162

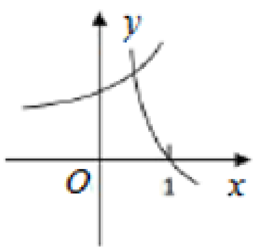
C. 182　　　　D. 32

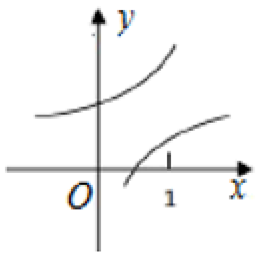
5.若$a>0,b>0$，则“$a+b\le 4$”是“$ab\le 4$”的（　）

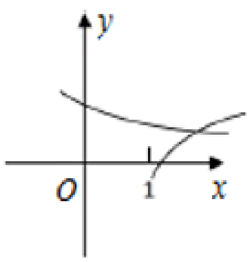
A. 充分不必要条件　　　　B. 必要不充分条件

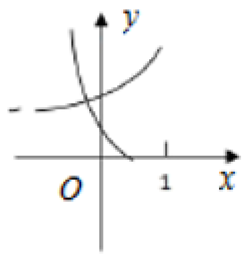
C. 充分必要条件　　　　D. 既不充分也不必要条件

6.在同一直角坐标系中，函数$y=\dfrac{1}{a^x},y=\log_a\left(x+\dfrac{1}{2}\right)(a>0且a\ne 0)$的图象可能是（　）

A.


B.


C.


D.


7.设$0<a<1$，则随机变量X的分布列是：

X	0	a	1
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

则当a在$\left(0,1\right)$内增大时（　）

A. $D\left(X\right)$增大　　　　B. $D\left(X\right)$减小

C. $D\left(X\right)$先增大后减小　　　　D. $D\left(X\right)$先减小后增大

8.设三棱锥$V-ABC$的底面是正三角形，侧棱长均相等，P 是棱VA上的点（不含端点），记直线PB与直线AC所成角为α，直线PB与平面ABC所成角为β，二面角$P-AC-B$的平面角为γ，则（　）

A. $\beta<\gamma,\alpha<\gamma$　　　　B. $\beta<\alpha,\beta<\gamma$

C. $\beta<\alpha,\gamma<\alpha$　　　　D. $\alpha<\beta,\gamma<\beta$

9.已知$a,b\in R$，函数$f(x)=\begin{cases}x,x<0\\ \frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}(a+1)x^2+ax,x\geq 0\end{cases}$，若函数$y=f(x)-ax-b$恰有三个零点，则（　）

A. $a<-1,b<0$　　　　B. $a<-1,b>0$

C. $a>-1,b>0$　　　　D. $a>-1,b<0$

10.设$a,b\in R$，数列$\left\{a_n\right\}$中，$a_1=a$，$a_{n+1}=a_n^2+b$，$n\in\mathbf{N}^*$，则（　）

A. 当$b=\frac{1}{2},a_{10}>10$　　　　B. 当$b=\frac{1}{4},a_{10}>10$

C. 当$b=-2,a_{10}>10$　　　　D. 当$b=-4,a_{10}>10$

非选择题部分（共 110 分）

二、填空题：本大题共 7 小题，多空题每题 6 分，单空题每题 4 分，共 36 分

11.复数$z=\frac{1}{1+i}$（i为虚数单位），则$|z|=$________.

12.已知圆C 的圆心坐标是$(0,m)$，半径长是r.若直线$2x-y+3=0$与圆相切于点$A(-2,-1)$，则$m=$_____，$r=$_____.

13.在二项式$(\sqrt{2}+x)^9$的展开式中，常数项是________；系数为有理数的项的个数是_______.

14.在$\triangle ABC$中，$\angle ABC=90°$，$AB=4$，$BC=3$，点D在线段AC上，若$\angle BDC=45°$，则$BD=$____；$\cos\angle ABD=$________.

15.已知椭圆$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{5}=1$的左焦点为$F$，点$P$在椭圆上且在$x$轴的上方，若线段$PF$的中点在以原点$O$为圆

心，$|OF|$为半径的圆上，则直线 PF 的斜率是_______.

16.已知 $a\in R$，函数 $f(x)=ax^3-x$，若存在 $t\in R$，使得 $|f(t+2)-f(t)|\le\frac{2}{3}$，则实数 a 的最大值是____.

17.已知正方形 $ABCD$ 的边长为 1，当每个 $\lambda_i(i=1,2,3,4,5,6)$ 取遍 ±1 时，

$|\lambda_1\overrightarrow{AB}+\lambda_2\overrightarrow{BC}+\lambda_3\overrightarrow{CD}+\lambda_4\overrightarrow{DA}+\lambda_5\overrightarrow{AC}+\lambda_6\overrightarrow{BD}|$ 的最小值是________；最大值是_______.

三、解答题：本大题共 5 小题，共 74 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

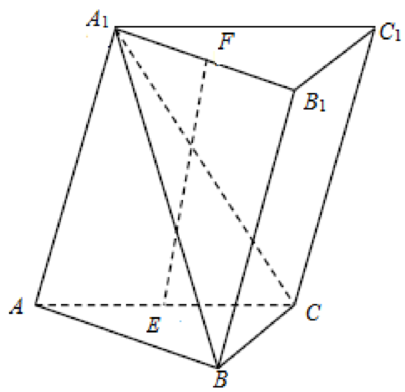
18.设函数 $f(x)=\sin x, x\in\mathbf{R}$.

（1）已知 $\theta\in[0,2\pi)$, 函数 $f(x+\theta)$ 是偶函数，求 θ 的值；

（2）求函数 $y=[f(x+\frac{\pi}{12})]^2+[f(x+\frac{\pi}{4})]^2$ 的值域.

19.如图，已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$，平面 $A_1ACC_1\perp$ 平面 ABC，$\angle ABC=90°$，

$\angle BAC=30°, A_1A=A_1C=AC, E, F$ 分别是 AC, A_1B_1 的中点.



（1）证明：$EF\perp BC$；

（2）求直线 EF 与平面 A_1BC 所成角的余弦值.

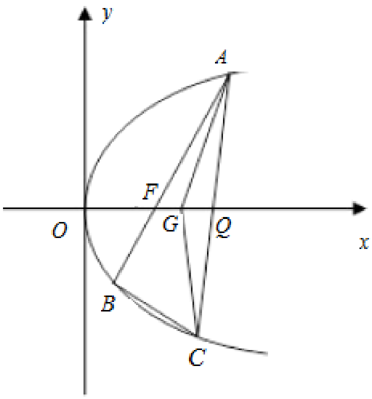
20.设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$a_3=4$，$a_4=S_3$，数列 $\{b_n\}$ 满足：对每

$n\in\mathbf{N}^*, S_n+b_n, S_{n+1}+b_n, S_{n+2}+b_n$ 成等比数列.

（1）求数列 $\{a_n\},\{b_n\}$ 的通项公式；

（2）记 $C_n=\sqrt{\frac{a_n}{2b_n}}, n\in\mathbf{N}^*$，证明：$C_1+C_2+\cdots+C_n<2\sqrt{n}, n\in\mathbf{N}^*$.

21.如图，已知点$F(1,0)$为抛物线$y^2=2px(p>0)$，点F为焦点，过点F的直线交抛物线于A,B两点，点C在抛物线上，使得$\triangle ABC$的重心G在x轴上，直线AC交x轴于点Q，且Q在点F右侧. 记$\triangle AFG,\triangle CQG$的面积为$S_1,S_2$.



（1）求p的值及抛物线的标准方程；

（2）求$\dfrac{S_1}{S_2}$的最小值及此时点G的坐标.

22.已知实数$a\neq 0$，设函数$f(x)=a\ln x+\sqrt{x+1},x>0$.

（1）当$a=-\dfrac{3}{4}$时，求函数$f(x)$的单调区间；

（2）对任意$x\in[\dfrac{1}{e^2},+\infty)$均有$f(x)\leq\dfrac{\sqrt{x}}{2a}$，求$a$的取值范围.

注：$e=2.71828\ldots$为自然对数的底数.