2010年全国统一高考数学试卷（文科）（新课标）

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．（5分）已知集合A={x||x|≤2，x∈R}，B={x|$\sqrt{x}$≤4，x∈Z}，则A∩B=（　　）

A．（0，2）　　B．[0，2]　　C．{0，2}　　D．{0，1，2}

【考点】1E：交集及其运算.

【专题】11：计算题.

【分析】由题意可得A={x|﹣2≤x≤2}，B={0，1，2，3，4，5，6，7，8，9，10，11，12，13，14，15，16}，从而可求

【解答】解：∵A={x||x|≤2}={x|﹣2≤x≤2}

B={x|$\sqrt{x}$≤4，x∈Z}={0，1，2，3，4，5，6，7，8，9，10，11，12，13，14，15，16}

则A∩B={0，1，2}

故选：D.

【点评】本题主要考查了集合的交集的求解，解题的关键是准确求解A，B，属于基础试题

2．（5分）平面向量$\vec{a}$，$\vec{b}$，已知$\vec{a}$=（4，3），$2\vec{a}+\vec{b}$=（3，18），则$\vec{a}$，$\vec{b}$夹角的余弦值等于（　　）

A．$\frac{8}{65}$　　B．$-\frac{8}{65}$　　C．$\frac{16}{65}$　　D．$-\frac{16}{65}$

【考点】9S：数量积表示两个向量的夹角.

【分析】先设出$\vec{b}$的坐标，根据a=（4，3），2a+b=（3，18），求出坐标，根据数量积的坐标公式的变形公式，求出两个向量的夹角的余弦

【解答】解：设$\vec{b}$=（x，y），

∵a=（4，3），2a+b=（3，18），

∴$\vec{b}$=(-5，12)

∴cosθ=$\frac{-20+36}{5\times 13}$

=$\frac{16}{65}$，

故选：C.

【点评】本题是用数量积的变形公式求向量夹角的余弦值，数量积的主要应用：①求模长；②求夹角；③判垂直，实际上在数量积公式中可以做到知三求一.

3．（5分）已知复数Z=$\frac{\sqrt{3}+i}{(1-\sqrt{3}i)^2}$，则|z|=（　　）

A．$\frac{1}{4}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．1　　D．2

【考点】A5：复数的运算.

【专题】11：计算题.

【分析】由复数的代数形式的乘除运算化简可得Z=$-\frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{i}{4}$，由复数的模长公式可得答案.

【解答】解：化简得Z=$\frac{\sqrt{3}+i}{(1-\sqrt{3}i)^2}=\frac{\sqrt{3}+i}{-2-2\sqrt{3}i}=-\frac{1}{2}\bullet\frac{\sqrt{3}+i}{1+\sqrt{3}i}$

$=-\frac{1}{2}\bullet\frac{(\sqrt{3}+i)(1-\sqrt{3}i)}{(1+\sqrt{3}i)(1-\sqrt{3}i)}=-\frac{1}{2}\bullet\frac{2\sqrt{3}-2i}{4}=-\frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{i}{4}$，

故|z|=$\sqrt{(-\frac{\sqrt{3}}{4})^2+(\frac{1}{4})^2}=\frac{1}{2}$，

故选：B.

【点评】本题考查复数的代数形式的乘除运算，涉及复数的模长，属基础题.

4．（5分）曲线$y=x^3-2x+1$在点（1，0）处的切线方程为（　　）

A．y=x－1　　B．y=－x+1　　C．y=2x－2　　D．y=－2x+2

【考点】6H：利用导数研究曲线上某点切线方程．

【专题】1：常规题型；11：计算题．

【分析】欲求在点（1，0）处的切线方程，只须求出其斜率的值即可，故先利用导数求出在x=1处的导函数值，再结合导数的几何意义即可求出切线的斜率．从而问题解决．

【解答】解：验证知，点（1，0）在曲线上

∵$y=x^3-2x+1$，

$y'=3x^2-2$，所以$k=y'|_{x-1}=1$，得切线的斜率为1，所以k=1；

所以曲线y=f（x）在点（1，0）处的切线方程为：

$y-0=1\times(x-1)$，即$y=x-1$．

故选：A．

【点评】本小题主要考查直线的斜率、导数的几何意义、利用导数研究曲线上某点切线方程等基础知识，考查运算求解能力．属于基础题．

5．（5分）中心在原点，焦点在x轴上的双曲线的一条渐近线经过点（4，2），则它的离心率为（　　）

A．$\sqrt{6}$　　　　B．$\sqrt{5}$　　　　C．$\frac{\sqrt{6}}{2}$　　　　D．$\frac{\sqrt{5}}{2}$

【考点】KC：双曲线的性质．

【专题】11：计算题．

【分析】先求渐近线斜率，再用$c^2=a^2+b^2$求离心率．

【解答】解：∵渐近线的方程是$y=\pm\frac{b}{a}x$，

$\therefore 2=\frac{b}{a}\bullet 4$，$\frac{b}{a}=\frac{1}{2}$，$a=2b$，

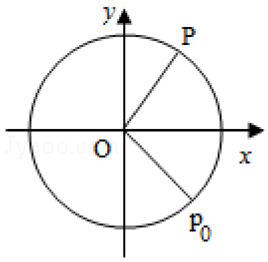
$c=\sqrt{a^2+b^2}=\frac{\sqrt{5}}{2}a$，$e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{5}}{2}$，

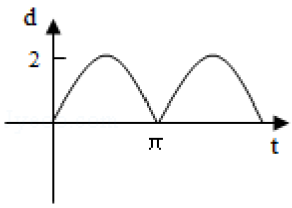
即它的离心率为$\frac{\sqrt{5}}{2}$．

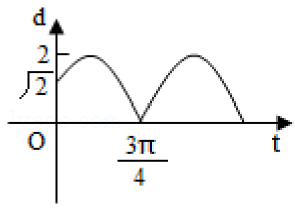
故选：D．

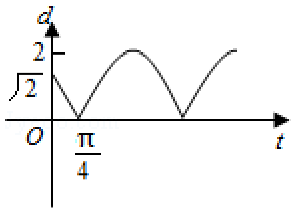
【点评】本题考查双曲线的几何性质．

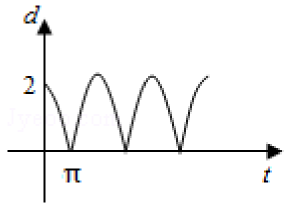
6．（5分）如图，质点P在半径为2的圆周上逆时针运动，其初始位置为P_0（$\sqrt{2}$，﹣$\sqrt{2}$），角速度为1，那么点P到x轴距离d关于时间t的函数图象大致为（　　）



A. 

B. 

C. 

D. 

【考点】3A：函数的图象与图象的变换．

【分析】本题的求解可以利用排除法，根据某具体时刻点P的位置到到x轴距离来确定答案．

【解答】解：通过分析可知当t=0时，点P到x轴距离d为$\sqrt{2}$，于是可以排除答案A，D，

再根据当$t=\frac{\pi}{4}$时，可知点P在x轴上此时点P到x轴距离d为0，排除答案B，

故选：C．

【点评】本题主要考查了函数的图象，以及排除法的应用和数形结合的思想，属于基础题．

7．（5分）设长方体的长、宽、高分别为2a、a、a，其顶点都在一个球面上，则该球的表面积为（　　）

A．$3\pi a^2$　　B．$6\pi a^2$　　C．$12\pi a^2$　　D．$24\pi a^2$

【考点】LG：球的体积和表面积．

【专题】11：计算题．

【分析】本题考查的知识点是球的体积和表面积公式，由长方体的长、宽、高分别为2a、a、a，其顶点都在一个球面上，则长方体的对角线即为球的直径，即球的半径R满足（2R）^{2}=6a^2，代入球的表面积公式，$S_{球}=4\pi R^2$，即可得到答案．

【解答】解：根据题意球的半径R满足

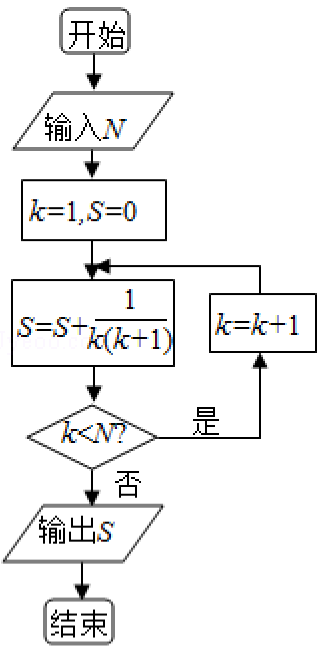
（2R）^{2}=6a^2，

所以$S_{球}=4\pi R^2=6\pi a^2$．

故选：B．

【点评】长方体的外接球直径等于长方体的对角线长．

8．（5分）如果执行如图的框图，输入N=5，则输出的数等于（　　）



A．$\frac{5}{4}$　　B．$\frac{4}{5}$　　C．$\frac{6}{5}$　　D．$\frac{5}{6}$

【考点】EF：程序框图．

【专题】28：操作型．

【分析】分析程序中各变量、各语句的作用，再根据流程图所示的顺序，可知：该程序的作用是累加并输出$S=\frac{1}{1\times 2}+\frac{1}{2\times 3}+\frac{1}{3\times 4}+\frac{1}{4\times 5}+\frac{1}{5\times 6}$的值．

【解答】解：分析程序中各变量、各语句的作用，

再根据流程图所示的顺序，可知：

该程序的作用是累加并输出$S=\frac{1}{1\times 2}+\frac{1}{2\times 3}+\frac{1}{3\times 4}+\frac{1}{4\times 5}+\frac{1}{5\times 6}$的值．

$\because S=\frac{1}{1\times 2}+\frac{1}{2\times 3}+\frac{1}{3\times 4}+\frac{1}{4\times 5}+\frac{1}{5\times 6}=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$

故选：D．

【点评】根据流程图（或伪代码）写程序的运行结果，是算法这一模块最重要的题型，其处理方法是：：①分析流程图（或伪代码），从流程图（或伪代码）中即要分析出计算的类型，又要分析出参与计算的数据（如果参与运算的数据比较多，也可使用表格对数据进行分析管理）⇒②建立数学模型，根据第一步分析的结果，选择恰当的数学模型③解模．

9．（5分）设偶函数f（x）满足$f(x)=2^x-4$（x≥0），则$\{x|f(x-2)>0\}=$（　　）

A．$\{x|x<-2或x>4\}$　　B．$\{x|x<0或x>4\}$

C．$\{x|x<0或x>6\}$　　D．$\{x|x<-2或x>2\}$

【考点】3K：函数奇偶性的性质与判断．

【专题】11：计算题．

【分析】由偶函数f（x）满足$f(x)=2^x-4$（x≥0），可得$f(x)=f(|x|)=2^{|x|}-4$，根据偶函数的性质将函数转化为绝对值函数，再求解不等式，可得答案．

【解答】解：由偶函数f（x）满足$f(x)=2^x-4$（x≥0），可得$f(x)=f(|x|)=2^{|x|}-4$，

则$f(x-2)=f(|x-2|)=2^{|x-2|}-4$，要使$f(|x-2|)>0$，只需$2^{|x-2|}-4>0$，$|x-2|>2$

解得x＞4，或x＜0．

应选：B．

【点评】本题主要考查偶函数性质、不等式的解法以及相应的运算能力，解答本题的关键是利用偶函数的性质将函数转化为绝对值函数，从而简化计算．

10．（5分）若cos α=－$\frac{4}{5}$，α是第三象限的角，则sin（α+$\frac{\pi}{4}$）=（　　）

A．$-\frac{7\sqrt{2}}{10}$　B．$\frac{7\sqrt{2}}{10}$　C．$-\frac{\sqrt{2}}{10}$　D．$\frac{\sqrt{2}}{10}$

【考点】GG：同角三角函数间的基本关系；GP：两角和与差的三角函数．

【专题】11：计算题．

【分析】根据α的所在的象限以及同角三角函数的基本关系求得sinα的值，进而利用两角和与差的正弦函数求得答案．

【解答】解：∵α是第三象限的角

∴sinα=－$\sqrt{1-\frac{16}{25}}$=－$\frac{3}{5}$，所以sin（α+$\frac{\pi}{4}$）=sinαcos$\frac{\pi}{4}$+cosαsin$\frac{\pi}{4}$=－$\frac{3}{5}\times\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{4}{5}\times\frac{\sqrt{2}}{2}$=－$\frac{7\sqrt{2}}{10}$．

故选：A．

【点评】本题主要考查了两角和与差的正弦函数，以及同角三角函数的基本关系的应用．根据角所在的象限判断三角函数值的正负是做题过程中需要注意的．

11．（5分）已知▱ABCD的三个顶点为A（－1，2），B（3，4），C（4，－2），点（x，y）在▱ABCD的内部，则z=2x－5y的取值范围是（　　）

A．（－14，16）　B．（－14，20）　C．（－12，18）　D．（－12，20）

【考点】7C：简单线性规划．

【专题】11：计算题；16：压轴题．

【分析】根据点坐标与向量坐标之间的关系，利用向量相等求出顶点D的坐标

是解决问题的关键．结合线性规划的知识平移直线求出目标函数的取值范围

．

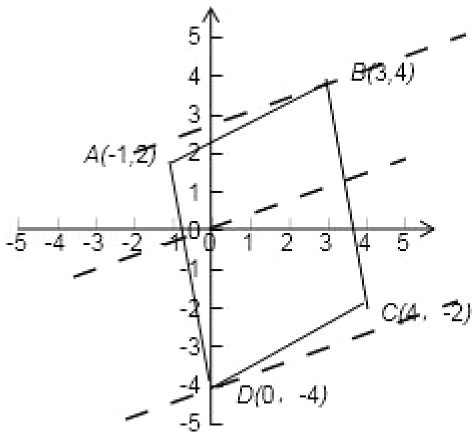
【解答】解：由已知条件得$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$⇒D（0，﹣4），

由z=2x﹣5y得$y=\frac{2}{5}x-\frac{z}{5}$，平移直线当直线经过点B（3，4）时，$-\frac{z}{5}$最大，

即z取最小为﹣14；当直线经过点D（0，﹣4）时，$-\frac{z}{5}$最小，即z取最大为20，

又由于点（x，y）在四边形的内部，故z∈（﹣14，20）．

如图：故选B．



【点评】本题考查平行四边形的顶点之间的关系，用到向量坐标与点坐标之间的关系，体现了向量的工具作用，考查学生线性规划的理解和认识，考查学生的数形结合思想．属于基本题型．

12．（5分）已知函数$f(x)=\begin{cases}|\lg x|, & 0<x\leqslant 10\\ -\frac{1}{2}x+6, & x>10\end{cases}$，若a，b，c互不相等，且f（a）=f（b）=f（c），则abc的取值范围是（　　）

A．（1，10）　　B．（5，6）　　C．（10，12）　　D．（20，24）

【考点】3A：函数的图象与图象的变换；3B：分段函数的解析式求法及其图象的作法；4H：对数的运算性质；4N：对数函数的图象与性质．

【专题】13：作图题；16：压轴题；31：数形结合．

【分析】画出函数的图象，根据f（a）=f（b）=f（c），不妨a＜b＜c，求出abc

的范围即可.

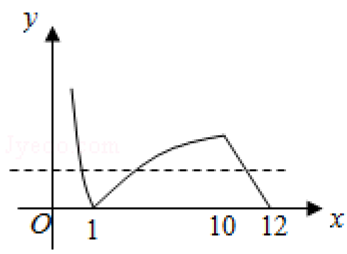
【解答】解：作出函数f（x）的图象如图，

不妨设a＜b＜c，则$-\lg a=\lg b=-\frac{1}{2}c+6\in(0,1)$

ab=1，$0<-\frac{1}{2}c+6<1$

则abc=c∈（10，12）.

故选：C.



【点评】本题主要考查分段函数、对数的运算性质以及利用数形结合解决问题的能力.

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分.

13．（5分）圆心在原点上与直线x+y﹣2=0相切的圆的方程为__$x^2+y^2=2$__.

【考点】J1：圆的标准方程；J9：直线与圆的位置关系.

【分析】可求圆的圆心到直线的距离，就是半径，写出圆的方程.

【解答】解：圆心到直线的距离：$r=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$，所求圆的方程为$x^2+y^2=2$.

故答案为：$x^2+y^2=2$

【点评】本题考查圆的标准方程，直线与圆的位置关系，是基础题.

14．（5分）设函数y=f（x）为区间（0，1]上的图象是连续不断的一条曲线，且恒有0≤f（x）≤1，可以用随机模拟方法计算由曲线y=f（x）及直线x=0，x=1，y=0所围成部分的面积S，先产生两组（每组N个），区间（0，1]上的均匀随机数x_1，x_2，…，x_n和y_1，y_2，…，y_n，由此得到N个点（x，y）（i﹣1，2…，N）．再数出其中满足$y_1\le f(x)$（i=1，2…，N）的点数N_1，那么由随机

模拟方法可得S的近似值为__$\frac{N_1}{N}$__.

【考点】CE：模拟方法估计概率；CF：几何概型．

【分析】由题意知本题是求$\int_0^1 f(x)dx$，而它的几何意义是函数f（x）（其中0≤f（x）≤1）的图象与x轴、直线x=0和直线x=1所围成图形的面积，积分得到结果．

【解答】解：∵$\int_0^1 f(x)dx$的几何意义是函数f（x）（其中0≤f（x）≤1）的图象与x轴、直线x=0和直线x=1所围成图形的面积，

∴根据几何概型易知$\int_0^1 f(x)dx \approx \frac{N_1}{N}$.

故答案为：$\frac{N_1}{N}$.

【点评】古典概型和几何概型是我们学习的两大概型，古典概型要求能够列举出所有事件和发生事件的个数，而不能列举的就是几何概型，几何概型的概率的值是通过长度、面积和体积的比值得到．

15．（5分）一个几何体的正视图为一个三角形，则这个几何体可能是下列几何体中的__①②③⑤__

（填入所有可能的几何体前的编号）①三棱锥②四棱锥③三棱柱④四棱柱⑤圆锥⑥圆柱．

【考点】L7：简单空间图形的三视图．

【专题】15：综合题；16：压轴题．

【分析】一个几何体的正视图为一个三角形，由三视图的正视图的作法判断选项．

【解答】解：一个几何体的正视图为一个三角形，显然①②⑤正确；③是三棱柱放倒时也正确；

④⑥不论怎样放置正视图都不会是三角形；

故答案为：①②③⑤

【点评】本题考查简单几何体的三视图，考查空间想象能力，是基础题．

16．（5分）在△ABC中，D为BC边上一点，BC=3BD，AD=$\sqrt{2}$，∠ADB=135°．若AC=$\sqrt{2}$AB，则BD=<u> 2+$\sqrt{5}$ </u>．

【考点】HR：余弦定理．

【专题】11：计算题；16：压轴题．

【分析】先利用余弦定理可分别表示出AB，AC，把已知条件代入整理，根据BC=3BD推断出CD=2BD，进而整理 $AC^2=CD^2+2-2CD$ 得$AC^2=4BD^2+2-4BD$把AC=$\sqrt{2}$AB，代入整理，最后联立方程消去AB求得BD的方程求得BD．

【解答】用余弦定理求得

$AB^2=BD^2+AD^2-2AD\bullet BD\cos 135°$

$AC^2=CD^2+AD^2-2AD\bullet CD\cos 45°$

即 $AB^2=BD^2+2+2BD$ ①$AC^2=CD^2+2-2CD$ ②

又BC=3BD

所以 CD=2BD

所以 由（2）得$AC^2=4BD^2+2-4BD$（3）

因为 AC=$\sqrt{2}$AB

所以 由（3）得 $2AB^2=4BD^2+2-4BD$ （4）

（4）﹣2（1）

$BD^2-4BD-1=0$

求得 BD=$2+\sqrt{5}$

故答案为：$2+\sqrt{5}$

【点评】本题主要考查了余弦定理的应用．考查了学生创造性思维能力和基本的推理能力．

三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．

17．（10分）设等差数列$\{a_n\}$满足$a_3=5$，$a_{10}=-9$．

（Ⅰ）求$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）求$\{a_n\}$的前n项和S_n及使得S_n最大的序号n的值．

【考点】84：等差数列的通项公式；85：等差数列的前n项和．

【分析】（1）设出首项和公差，根据$a_3=5$，$a_{10}=-9$，列出关于首项和公差的二元一次方程组，解方程组得到首项和公差，写出通项．

（2）由上面得到的首项和公差，写出数列$\{a_n\}$的前n项和，整理成关于n的一元二次函数，二次项为负数求出最值．

【解答】解：（1）由$a_n=a_1+(n-1)d$及$a_3=5$，$a_{10}=-9$得

$a_1+9d=-9$，$a_1+2d=5$

解得$d=-2$，$a_1=9$，

数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=11-2n$

（2）由（1）知$S_n=na_1+\frac{n(n-1)}{2}d=10n-n^2$．

因为$S_n=-(n-5)^2+25$．

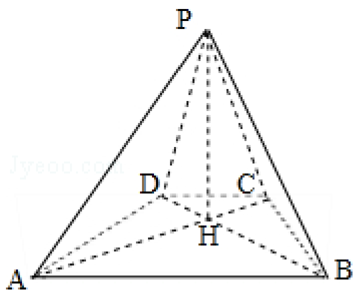
所以n=5时，S_n取得最大值．

【点评】数列可看作一个定义域是正整数集或它的有限子集的函数，当自变量从小到大依次取值对应的一列函数值，因此它具备函数的特性．

18．（10分）如图，已知四棱锥P﹣ABCD的底面为等腰梯形，AB∥CD，AC⊥BD，垂足为H，PH是四棱锥的高．

（Ⅰ）证明：平面PAC⊥平面PBD；

（Ⅱ）若$AB=\sqrt{6}$，$\angle APB=\angle ADB=60°$，求四棱锥P﹣ABCD的体积．



【考点】LF：棱柱、棱锥、棱台的体积；LY：平面与平面垂直．

【专题】11：计算题；14：证明题；35：转化思想．

【分析】（Ⅰ）要证平面PAC⊥平面PBD，只需证明平面PAC内的直线AC，垂直

平面PBD内的两条相交直线PH，BD即可．

（Ⅱ）$AB=\sqrt{6}$，∠APB=∠ADB=60°，计算等腰梯形ABCD的面积，PH是棱锥的高，然后求四棱锥P－ABCD的体积．

【解答】解：

（1）因为PH是四棱锥P－ABCD的高．

所以AC⊥PH，又AC⊥BD，PH，BD都在平PHD内，且PH∩BD=H．

所以AC⊥平面PBD．

故平面PAC⊥平面PBD（6分）

（2）因为ABCD为等腰梯形，AB∥CD，AC⊥BD，$AB=\sqrt{6}$．

所以$HA=HB=\sqrt{3}$．

因为∠APB=∠ADB=60°

所以$PA=PB=\sqrt{6}$，HD=HC=1．

可得$PH=\sqrt{3}$．

等腰梯形ABCD的面积为$S=\frac{1}{2}AC\times BD=2+\sqrt{3}$（9分）

所以四棱锥的体积为$V=\frac{1}{3}\times(2+\sqrt{3})\times\sqrt{3}=\frac{3+2\sqrt{3}}{3}$．（12分）

【点评】本题考查平面与平面垂直的判定，棱柱、棱锥、棱台的体积，考查空间想象能力，计算能力，推理能力，是中档题．

19．（10分）为调查某地区老年人是否需要志愿者提供帮助，用简单随机抽样方法从该地区调查了500位老年人，结果如表：

性别 是否需要志愿者	男	女
需要	40	30
不需要	160	270

（1）估计该地区老年人中，需要志愿者提供帮助的比例；

（2）能否有99%的把握认为该地区的老年人是否需要志愿者提供帮助与性别有关？

（3）根据（2）的结论，能否提出更好的调查方法来估计该地区的老年人中需

要志愿者提供帮助的老年人比例？说明理由．

P（$K^2 \geq k$）	0.050	0.010	0.001
	3.841	6.635	10.828

附：$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$．

【考点】BL：独立性检验．

【专题】11：计算题；5I：概率与统计．

【分析】（1）由样本的频率率估计总体的概率，

（2）求K^2的观测值查表，下结论；

（3）由99%的把握认为该地区的老年人是否需要志愿者提供帮助与性别有关，则可按性别分层抽样．

【解答】解：（1）调查的500位老年人中有70位需要志愿者提供帮助，因此在该地区老年人中，需要帮助的老年人的比例的估计值为$\frac{70}{500}=14\%$

（2）K^2的观测值 $k=\frac{500(40\times 270-30\times 160)^2}{200\times 300\times 70\times 430}\approx 9.967$

因为9.967＞6.635，且P（$K^2 \geq 6.635$）=0.01，

所以有99%的把握认为该地区的老年人是否需要志愿者提供帮助与性别有关．

（3）根据（2）的结论可知，该地区的老年人是否需要志愿者提供帮助与性别有关，并且从样本数据能够看出该地区男性老年人与女性老年人中需要帮助的比例有明显差异，因此在调查时，先确定该地区老年人中男、女的比例，再把老年人分成男女两层，并采取分层抽样方法比简单随机抽样方法更好．

【点评】本题考查了抽样的目的，独立性检验的方法及抽样的方法选取，属于基础题．

20．（10分）设F_1，F_2分别是椭圆E：$x^2+\frac{y^2}{b^2}=1$（0＜b＜1）的左、右焦点，过F_1的直线l与E相交于A、B两点，且$|AF_2|$，$|AB|$，$|BF_2|$成等差数列．

（Ⅰ）求$|AB|$；

（Ⅱ）若直线l的斜率为1，求b的值．

【考点】K4：椭圆的性质．

【专题】15：综合题．

【分析】（1）由椭圆定义知$|AF_2|+|AB|+|BF_2|=4$，再由$|AF_2|$，$|AB|$，$|BF_2|$成等差数列，能够求出$|AB|$的值．

（2）L的方程式为y=x+c，其中$c=\sqrt{1-b^2}$，设A（x_1，y_1），B（x_1，y_1），则A，B两点坐标满足方程组$\begin{cases}y=x+c\\x^2+\frac{y^2}{b^2}=1\end{cases}$，化简得（$1+b^2$）$x^2+2cx+1-2b^2=0$．然后结合题设条件和根与系数的关系能够求出b的大小．

【解答】解：（1）由椭圆定义知$|AF_2|+|AB|+|BF_2|=4$

又$2|AB|=|AF_2|+|BF_2|$，得$|AB|=\frac{4}{3}$

（2）L的方程式为y=x+c，其中$c=\sqrt{1-b^2}$

设A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），则A，B两点坐标满足方程组$\begin{cases}y=x+c\\x^2+\frac{y^2}{b^2}=1\end{cases}$．，

化简得（$1+b^2$）$x^2+2cx+1-2b^2=0$．

则$x_1+x_2=\frac{-2c}{1+b^2}$，$x_1x_2=\frac{1-2b^2}{1+b^2}$．

因为直线AB的斜率为1，所以$|AB|=\sqrt{2}|x_2-x_1|$

即$\frac{4}{3}=\sqrt{2}|x_2-x_1|$．

则$\frac{8}{9}=(x_1+x_2)^2-4x_1x_2=\frac{4(1-b^2)}{(1+b^2)^2}-\frac{4(1-2b^2)}{1+b^2}=\frac{8b^4}{(1+b^2)^2}$．

解得$b=\frac{\sqrt{2}}{2}$．

【点评】本题综合考查椭圆的性质及其运用和直线与椭圆的位置关系，解题时要注意公式的灵活运用．

21．设函数f（x）=x（e^x-1）$-ax^2$

（Ⅰ）若$a=\frac{1}{2}$，求f（x）的单调区间；

（Ⅱ）若当x≥0时f（x）≥0，求a的取值范围．

【考点】6B：利用导数研究函数的单调性．

【专题】15：综合题；53：导数的综合应用．

【分析】（I）求导函数，由导数的正负可得函数的单调区间；

（II）$f(x)=x(e^x-1-ax)$，令$g(x)=e^x-1-ax$，分类讨论，确定g（x）的正负，即可求得a的取值范围．

【解答】解：（I）$a=\frac{1}{2}$时，$f(x)=x(e^x-1)-\frac{1}{2}x^2$，$f'(x)=e^x-1+xe^x-x=(e^x-1)(x+1)$

令f′（x）＞0，可得x＜﹣1或x＞0；令f′（x）＜0，可得﹣1＜x＜0；

∴函数的单调增区间是（﹣∞，﹣1），（0，+∞）；单调减区间为（﹣1，0）；

（II）$f(x)=x(e^x-1-ax)$．

令$g(x)=e^x-1-ax$，则$g'(x)=e^x-a$．

若a≤1，则当x∈（0，+∞）时，g'（x）＞0，g（x）为增函数，

而g（0）=0，从而当x≥0时g（x）≥0，即f（x）≥0．

若a＞1，则当x∈（0，lna）时，g'（x）＜0，g（x）为减函数，

而g（0）=0，从而当x∈（0，lna）时，g（x）＜0，即f（x）＜0．

综合得a的取值范围为（﹣∞，1]．

另解：当x=0时，f（x）=0成立；

当x＞0，可得$e^x-1-ax\geq0$，即有$a\leq\frac{e^x-1}{x}$的最小值，

由$y=e^x-x-1$的导数为$y'=e^x-1$，

当x＞0时，函数y递增；x＜0时，函数递减，

可得函数y取得最小值0，即$e^x-x-1\geq0$，

x＞0时，可得$\frac{e^x-1}{x}\geq1$，

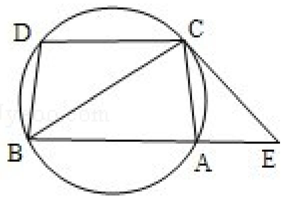
则a≤1．

【点评】本题考查导数知识的运用，考查函数的单调性，考查分类讨论的数学思想，属于中档题．

22．（10分）如图：已知圆上的弧$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}$，过C点的圆的切线与BA的延长线交于E点，证明：

（Ⅰ）∠ACE=∠BCD．

（Ⅱ）$BC^2=BE\bullet CD$．



【考点】N9：圆的切线的判定定理的证明；NB：弦切角．

【专题】14：证明题．

【分析】（I）先根据题中条件："$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}$"，得∠BCD=∠ABC．再根据EC是圆的切线，得到∠ACE=∠ABC，从而即可得出结论．

（II）欲证$BC^2=BE\times CD$．即证$\frac{BC}{BE}=\frac{CD}{BC}$．故只须证明△BDC～△ECB即可．

【解答】解：（Ⅰ）因为$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}$，

所以∠BCD=∠ABC．

又因为EC与圆相切于点C，

故∠ACE=∠ABC

所以∠ACE=∠BCD．（5分）

（Ⅱ）因为∠ECB=∠CDB，∠EBC=∠BCD，

所以△BDC～△ECB，

故$\frac{BC}{BE}=\frac{CD}{BC}$．

即$BC^2=BE\times CD$．（10分）

【点评】本题主要考查圆的切线的判定定理的证明、弦切角的应用、三角形相似等基础知识，考查运化归与转化思想．属于基础题．

23．（10分）已知直线$C_1\begin{cases}x=1+t\cos\alpha\\y=t\sin\alpha\end{cases}$（t为参数），$C_2\begin{cases}x=\cos\theta\\y=\sin\theta\end{cases}$（θ为参数）

，

（Ⅰ）当$\alpha=\frac{\pi}{3}$时，求C_1与C_2的交点坐标；

（Ⅱ）过坐标原点O做C_1的垂线，垂足为A，P为OA中点，当α变化时，求P点的轨迹的参数方程，并指出它是什么曲线．

【考点】J3：轨迹方程；JE：直线和圆的方程的应用；Q4：简单曲线的极坐标方程；QJ：直线的参数方程；QK：圆的参数方程．

【专题】15：综合题；16：压轴题．

【分析】（I）先消去参数将曲线C_1与C_2的参数方程化成普通方程，再联立方程组求出交点坐标即可，

（II）设P（x，y），利用中点坐标公式得P点轨迹的参数方程，消去参数即得普通方程，由普通方程即可看出其是什么类型的曲线．

【解答】解：（Ⅰ）当$\alpha=\frac{\pi}{3}$时，C_1的普通方程为$y=\sqrt{3}(x-1)$，C_2的普通方程为$x^2+y^2=1$．

联立方程组$\begin{cases}y=\sqrt{3}(x-1)\\x^2+y^2=1\end{cases}$，

解得C_1与C_2的交点为（1，0）$(\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2})$．

（Ⅱ）C_1的普通方程为$x\sin\alpha-y\cos\alpha-\sin\alpha=0$①．

则OA的方程为$x\cos\alpha+y\sin\alpha=0$②，

联立①②可得$x=\sin^2\alpha$，$y=-\cos\alpha\sin\alpha$；

A点坐标为（$\sin^2\alpha$，$-\cos\alpha\sin\alpha$），

故当α变化时，P点轨迹的参数方程为：$\begin{cases}x=\frac{1}{2}\sin^2\alpha\\y=-\frac{1}{2}\sin\alpha\cos\alpha\end{cases}$（α为参数），

P点轨迹的普通方程$(x-\frac{1}{4})^2+y^2=\frac{1}{16}$．

故P点轨迹是圆心为$(\frac{1}{4},0)$，半径为$\frac{1}{4}$的圆．

【点评】本题主要考查直线与圆的参数方程，参数方程与普通方程的互化，利用参数方程研究轨迹问题的能力．

24．（10分）设函数$f(x)=|2x-4|+1$．

（Ⅰ）画出函数$y=f(x)$的图象：

（Ⅱ）若不等式$f(x)\le ax$的解集非空，求a的取值范围．

【考点】3A：函数的图象与图象的变换；7E：其他不等式的解法；R5：绝对值不等式的解法．

【专题】11：计算题；13：作图题；16：压轴题．

【分析】（I）先讨论x的范围，将函数f（x）写成分段函数，然后根据分段函数分段画出函数的图象即可；

（II）根据函数y=f（x）与函数y=ax的图象可知先寻找满足f（x）≤ax的零界情况，从而求出a的范围．

【解答】解：（Ⅰ）由于$f(x)=\begin{cases}-2x+5, & x<2\\ 2x-3, & x\geq 2\end{cases}$，

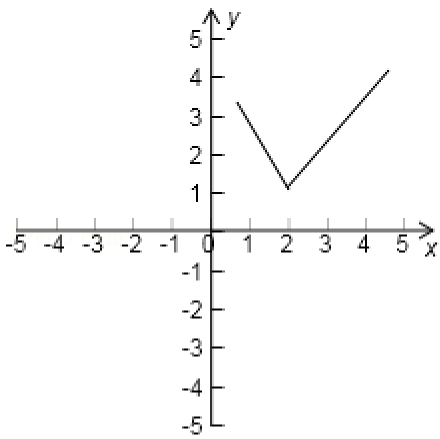
函数y=f（x）的图象如图所示．

（Ⅱ）由函数y=f（x）与函数y=ax的图象可知，极小值在点（2，1）

当且仅当$a<-2$或$a\ge\frac{1}{2}$时，函数y=f（x）与函数y=ax的图象有交点．

故不等式f（x）≤ax的解集非空时，

a的取值范围为$(-\infty,-2)\cup[\frac{1}{2},+\infty)$．



【点评】本题主要考查了函数的图象，以及利用函数图象解不等式，同时考查

了数形结合的数学思想，属于基础题.