

2010年全国统一高考数学试卷（理科）（大纲版 I）

一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）

1. (5分) 复数 $\frac{3+2i}{2-3i} = (\quad)$

- A. i B. $-i$ C. $12 - 13i$ D. $12+13i$

2. (5分) 记 $\cos(-80^\circ) = k$, 那么 $\tan 100^\circ = (\quad)$

- A. $\frac{\sqrt{1-k^2}}{k}$ B. $-\frac{\sqrt{1-k^2}}{k}$ C. $\frac{k}{\sqrt{1-k^2}}$ D. $-\frac{k}{\sqrt{1-k^2}}$

3. (5分) 若变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} y \leq 1 \\ x+y \geq 0 \\ x-y-2 \leq 0 \end{cases}$, 则 $z=x-2y$ 的最大值为 ()

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

4. (5分) 已知各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$, $a_1 a_2 a_3 = 5$, $a_7 a_8 a_9 = 10$, 则 $a_4 a_5 a_6 = (\quad)$

- A. $5\sqrt{2}$ B. 7 C. 6 D. $4\sqrt{2}$

5. (5分) $(1+2\sqrt{x})^3 (1-\sqrt[3]{x})^5$ 的展开式中 x 的系数是 ()

- A. -4 B. -2 C. 2 D. 4

6. (5分) 某校开设A类选修课3门, B类选择课4门, 一位同学从中共选3门, 若要求两类课程中各至少选一门, 则不同的选法共有 ()

- A. 30种 B. 35种 C. 42种 D. 48种

7. (5分) 正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, BB_1 与平面 ACD_1 所成角的余弦值为 ()

- A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

8. (5分) 设 $a = \log_3 2$, $b = \ln 2$, $c = 5^{-\frac{1}{2}}$, 则 ()

- A. $a < b < c$ B. $b < c < a$ C. $c < a < b$ D. $c < b < a$

9. (5分) 已知 F_1, F_2 为双曲线 $C: x^2 - y^2 = 1$ 的左、右焦点, 点 P 在 C 上, $\angle F_1 P F_2 = 60^\circ$, 则 P 到 x 轴的距离为 ()

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{6}$

10. (5分) 已知函数 $f(x) = |\lg x|$, 若 $0 < a < b$, 且 $f(a) = f(b)$, 则 $a+2b$ 的取值范围是 ()
- A. $(2\sqrt{2}, +\infty)$ B. $[2\sqrt{2}, +\infty)$ C. $(3, +\infty)$ D. $[3, +\infty)$
11. (5分) 已知圆O的半径为1, PA、PB为该圆的两条切线, A、B为两切点, 那么 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$ 的最小值为 ()
- A. $-4+\sqrt{2}$ B. $-3+\sqrt{2}$ C. $-4+2\sqrt{2}$ D. $-3+2\sqrt{2}$
12. (5分) 已知在半径为2的球面上有A、B、C、D四点, 若 $AB=CD=2$, 则四面体ABCD的体积的最大值为 ()
- A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ C. $2\sqrt{3}$ D. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$

二、填空题 (共4小题, 每小题5分, 满分20分)

13. (5分) 不等式 $\sqrt{2x^2+1}-x \leq 1$ 的解集是_____.
14. (5分) 已知 α 为第三象限的角, $\cos 2\alpha = -\frac{3}{5}$, 则 $\tan(\frac{\pi}{4}+2\alpha) =$ _____.
15. (5分) 直线 $y=1$ 与曲线 $y=x^2 - |x|+a$ 有四个交点, 则 a 的取值范围是_____.
16. (5分) 已知F是椭圆C的一个焦点, B是短轴的一个端点, 线段BF的延长线交C于点D, 且 $\overrightarrow{BF} = 2\overrightarrow{FD}$, 则C的离心率为_____.

三、解答题 (共6小题, 满分70分)

17. (10分) 已知 $\triangle ABC$ 的内角A, B及其对边a, b满足 $a+b = a\cot A + b\cot B$, 求内角C.

18. (12分) 投到某杂志的稿件, 先由两位初审专家进行评审. 若能通过两位初审专家的评审, 则予以录用; 若两位初审专家都未予通过, 则不予录用; 若恰能通过一位初审专家的评审, 则再由第三位专家进行复审, 若能通过复审专家的评审, 则予以录用, 否则不予录用. 设稿件能通过各初审专家评审的概率均为0.5, 复审的稿件能通过评审的概率为0.3. 各专家独立评审.

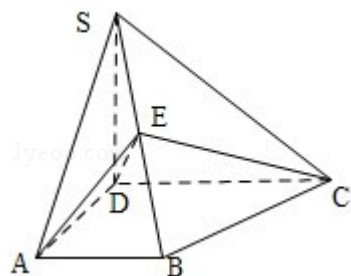
(I) 求投到该杂志的1篇稿件被录用的概率;

(II) 求投到该杂志的4篇稿件中, 至少有2篇被录用的概率.

19. (12分) 如图, 四棱锥S - ABCD中, $SD \perp$ 底面ABCD, $AB \parallel DC$, $AD \perp DC$, $AB = AD = 1$, $DC = SD = 2$, E为棱SB上的一点, 平面EDC \perp 平面SBC.

(I) 证明: $SE = 2EB$;

(II) 求二面角A - DE - C的大小.



20. (12分) 已知函数 $f(x) = (x+1) \ln x - x + 1$.

(I) 若 $xf'(x) \leq x^2 + ax + 1$, 求a的取值范围;

(II) 证明: $(x-1)f(x) \geq 0$.

21. (12分) 已知抛物线C: $y^2=4x$ 的焦点为F, 过点K(-1, 0)的直线l与C相交于A、B两点, 点A关于x轴的对称点为D.

(I) 证明: 点F在直线BD上;

(II) 设 $\vec{FA} \cdot \vec{FB} = \frac{8}{9}$, 求 $\triangle BDK$ 的内切圆M的方程.

22. (12分) 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=1$, $a_{n+1}=c - \frac{1}{a_n}$.

(I) 设 $c=\frac{5}{2}$, $b_n=\frac{1}{a_n-2}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(II) 求使不等式 $a_n < a_{n+1} < 3$ 成立的c的取值范围.