

# 2014 年普通高等学校招生全国统一考试（湖北卷）

## 数学（文科）

一. 选择题：本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知全集  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ，集合  $A = \{1, 3, 5, 6\}$ ，则  $C_U A =$  ( )

- A.  $\{1, 3, 5, 6\}$                       B.  $\{2, 3, 7\}$                       C.  $\{2, 4, 7\}$                       D.  $\{2, 5, 7\}$

2.  $i$  为虚数单位，则  $(\frac{1-i}{1+i})^2 =$  ( )

- A. 1                                      B. -1                                      C.  $i$                                       D.  $-i$

3. 命题 “ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 \neq x$ ” 的否定是 ( )

- A.  $\forall x \notin \mathbf{R}, x^2 \neq x$                       B.  $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 = x$   
 C.  $\exists x \notin \mathbf{R}, x^2 \neq x$                       D.  $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 = x$

4. 若变量  $x, y$  满足约束条件  $\begin{cases} x+y \leq 4 \\ x-y \leq 2 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$ ，则  $2x+y$  的最大值是 ( )

- A. 2                                      B. 4                                      C. 7                                      D. 8

5. 随机投掷两枚均匀的投骰子，他们向上的点数之和不超过 5 的概率为  $P_1$ ，点数之和大于 5 的概率为  $P_2$ ，点数之和为偶数的概率为  $P_3$ ，则 ( )

- A.  $P_1 < P_2 < P_3$                       B.  $P_2 < P_1 < P_3$                       C.  $P_1 < P_3 < P_2$                       D.  $P_3 < P_1 < P_2$

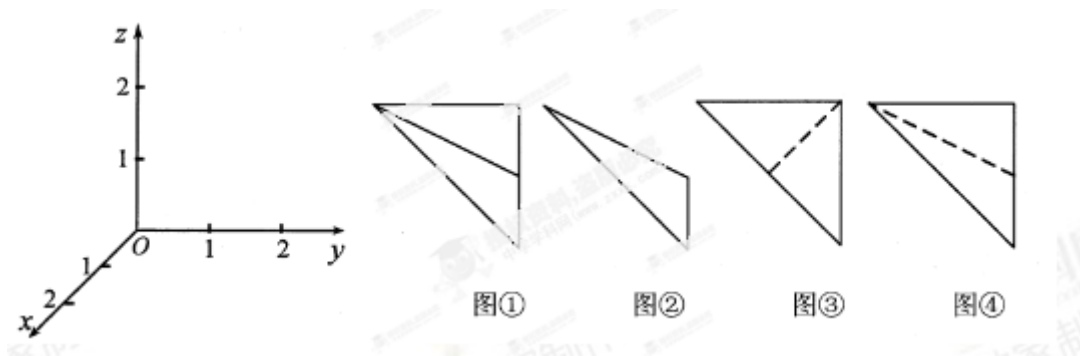
6. 根据如下样本数据：

$x$	3	4	5	6	7	8
$y$	4.0	2.5	-0.5	0.5	-2.0	-3.0

得到的回归方程为  $\hat{y} = bx + a$ ，则 ( )

- A.  $a > 0, b < 0$                       B.  $a > 0, b > 0$                       C.  $a < 0, b < 0$                       D.  $a < 0, b > 0$

7. 在如图所示的空间直角坐标系  $O-xyz$  中，一个四面体的顶点坐标分别是  $(0, 0, 2)$ ， $(2, 2, 0)$ ， $(1, 2, 1)$ ， $(2, 2, 2)$ ，给出编号①、②、③、④的四个图，则该四面体的正视图和俯视图分别为 ( )



- A. ①和②                      B. ③和①                      C. ④和③                      D. ④和②

8. 设  $a$ 、 $b$  是关于  $t$  的方程  $t^2 \cos \theta + t \sin \theta = 0$  的两个不等实根，则过  $A(a, a^2)$ ， $B(b, b^2)$  两点的直线与双曲线  $\frac{x^2}{\cos^2 \theta} - \frac{y^2}{\sin^2 \theta} = 1$  的公共点的个数为 ( )

- A. 0                              B. 1                              C. 2                              D. 3

9. 已知  $f(x)$  是定义在  $\mathbb{R}$  上的奇函数，当  $x \geq 0$  时， $f(x) = x^2 - 3x$ ，则函数  $g(x) = f(x) - x + 3$  的零点的集合为 ( )

- A.  $\{1, 3\}$                       B.  $\{-3, -1, 1, 3\}$                       C.  $\{2 - \sqrt{7}, 1, 3\}$                       D.  $\{-2 - \sqrt{7}, 1, 3\}$

10. 《算数书》竹简于上世纪八十年代在湖北省江陵县张家山出土，这是我国现存最早的有系统的数学典籍，其中记载有求“盖”的术：置如其周，令相承也。又以高乘之，三十六成一。该术相当于给出了有圆锥的底面周长  $L$  与高  $h$ ，计算其体积  $V$  的近似公式  $v \approx \frac{1}{36} L^2 h$ 。它实际上是将圆锥体积公式中的圆周率  $\pi$  近似取为

3. 那么近似公式  $v \approx \frac{2}{75} L^2 h$  相当于将圆锥体积公式中的  $\pi$  近似取为 ( )

- A.  $\frac{22}{7}$                               B.  $\frac{25}{8}$                               C.  $\frac{157}{50}$                               D.  $\frac{355}{113}$

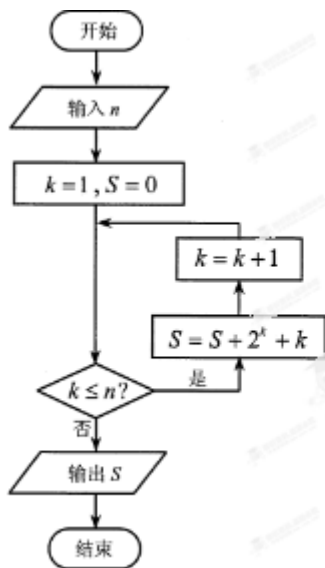
二. 填空题：本大题共 7 小题，每小题 5 分，共 35 分。请将答案填在答题卡对应题号的位置上，答错位置，书写不清，模棱两可均不得分。

11. 甲、乙两套设备生产的同类产品共 4800 件，采用分层抽样的方法从中抽取一个容量为 80 的样本进行检测。若样本中有 50 件产品由甲设备生产，则乙设备生产的产品总数为 \_\_\_\_\_ 件。

12. 若向量  $\vec{OA} = (1, -3)$ ， $|\vec{OA}| = |\vec{OB}|$ ， $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 0$ ，则  $|\vec{AB}| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

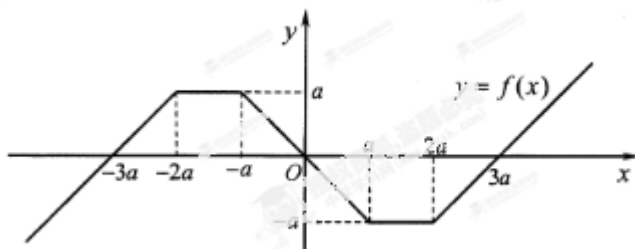
13. 在  $\triangle ABC$  中, 角  $A$ 、 $B$ 、 $C$  所对的边分别为  $a$ 、 $b$ 、 $c$ , 已知  $A = \frac{\pi}{6}$ ,  $a = 1$ ,  $b = \sqrt{3}$ , 则  $B =$  \_\_\_\_\_.

14. 阅读如图所示的程序框图, 运行相应的程序, 若输入  $n$  的值为 9, 则输出  $S$  的值为 \_\_\_\_\_.



15. 如图所示, 函数  $y = f(x)$  的图象由两条射线和三条线段组成. 若  $\forall x \in \mathbb{R}$ ,  $f(x) > f(x-1)$ , 则正实数

$a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.



16. 某项研究表明, 在考虑行车安全的情况下, 某路段车流量  $F$  (单位时间内测量点的车辆数, 单位: 辆/小时) 与车流速度  $v$  (假设车辆以相同速度  $v$  行驶, 单位: 米/秒) 平均车长  $l$  (单位: 米) 的值有关, 其

公式为 
$$F = \frac{76000v}{v^2 + 18v + 20l}$$

(1) 如果不限定车型,  $l = 6.05$ , 则最大车流量为 \_\_\_\_\_ 辆/小时;

(2) 如果限定车型,  $l = 5$ , 则最大车流量比 (1) 中的最大车流量增加 \_\_\_\_\_ 辆/小时.

17. 已知圆  $O: x^2 + y^2 = 1$  和点  $A(-2, 0)$ , 若定点  $B(b, 0) (b \neq -2)$  和常数  $\lambda$  满足: 对圆  $O$  上那个任意一点

$M$ , 都有  $|MB| = \lambda |MA|$ , 则:

(1)  $b =$  \_\_\_\_\_;

(2)  $\lambda =$  \_\_\_\_\_.

三、解答题：本大题共 5 小题，共 65 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

18. (本小题满分 12 分)

某实验室一天的温度 (单位:  $^{\circ}\text{C}$ ) 随时间  $t$  (单位:  $h$ ) 的变化近似满足函数关系:

$$f(t) = 10 - \sqrt{3} \cos \frac{\pi}{12} t - \sin \frac{\pi}{12} t, t \in [0, 24).$$

(1) 求实验室这一天上午 8 时的温度;

(2) 求实验室这一天的最大温差.

19. (本小题满分 12 分)

已知等差数列  $\{a_n\}$  满足:  $a_1 = 2$ , 且  $a_1, a_2, a_5$  成等比数列.

(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式.

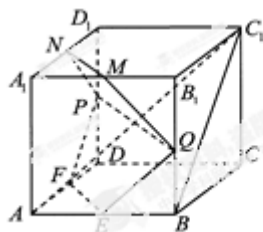
(2) 记  $S_n$  为数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 是否存在正整数  $n$ , 使得  $S_n > 60n + 800$ ? 若存在, 求  $n$  的最小值; 若不存在, 说明理由.

20. (本小题满分 13 分)

如图, 在正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $E, F, P, Q, M, N$  分别是棱  $AB, AD, DD_1, BB_1, A_1B_1, A_1D_1$  的中点. 求证:

(1) 直线  $BC_1 \parallel$  平面  $EF PQ$ ;

(2) 直线  $AC_1 \perp$  平面  $PQMN$ .



21. (本小题满分 14 分)

$\pi$  为圆周率,  $e = 2.71828 \dots$  为自然对数的底数.

(1) 求函数  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$  的单调区间;

(2) 求  $e^3, 3^e, e^\pi, \pi^e, 3^\pi, \pi^3$  这 6 个数中的最大数与最小数;

(3) 将  $e^3, 3^e, e^\pi, \pi^e, 3^\pi, \pi^3$  这 6 个数按从小到大的顺序排列, 并证明你的结论.

22. (本小题满分 14 分)

在平面直角坐标系  $xOy$  中, 点  $M$  到点  $F(1, 0)$  的距离比它到  $y$  轴的距离多 1, 记点  $M$  的轨迹为  $C$ .

(1) 求轨迹为  $C$  的方程

(2) 设斜率为  $k$  的直线  $l$  过定点  $p(-2,1)$ ，求直线  $l$  与轨迹  $C$  恰好有一个公共点，两个公共点，三个公共点时  $k$  的相应取值范围.