

2013 年普通高等学校招生全国统一考试（江西卷）

文科数学

本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分。第 I 卷 1 至 2 页，第 II 卷 3 至 4 页。全卷满分 150 分。考试时间 120 分钟。

考生注意：

1. 答题前，考生务必将自己的准考证号、姓名填写在答题卡上。考生要认真核对答题卡上粘贴的条形码的“准考证号、姓名、考试科目”与考生本人准考证号、姓名是否一致。
2. 第 I 卷每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。第 II 卷用 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上书写作答，若在试题卷上答题，答案无效。
4. 考试结束，监考员将试题卷、答题卡一并收回。

第 I 卷

一. 选择题：本大题共 10 小题，每小题 5 分，共 50 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若数 $z = i(-2 - i)$ (i 为虚数单位) 在复平面内所对应的点在
A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限
2. 若集合 $A = \{x \in \mathbb{R} | ax^2 + ax + 1\}$ 中只有一个元素，则 $a =$ ()
A. 4 B. -2 C. 0 D. 0 或 4
3. 若 $\sin \frac{a}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，则 $\cos a =$ ()
A. $-\frac{2}{3}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{2}{3}$
4. 若集合 $A = \{2, 3\}$ ， $B = \{1, 2, 3\}$ ，从 A, B 中各任意取一个数，则这两数之和等于 4 的概率是
A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{6}$
5. 总体由编号 01, , 02, ..., 19, 20 的 20 个个体组成。利用下面的随机数表选取 5 个个体，选取方法是随机数表第 1 行的第 5 列和第 6 列数字开始由左到右依次选取两个数字，则选出来的第 5 个个体的编号为

7816	6572	0802	6314	0702	4369	9728	0198
------	------	------	------	------	------	------	------

3204	9234	4935	8200	3623	4869	6938	7481
------	------	------	------	------	------	------	------

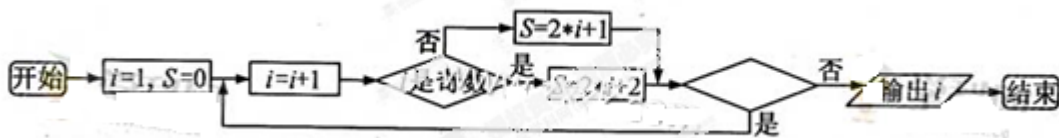
A. 08 B. 07 C. 02 D. 01

A. 08 B. 07 C. 02 D. 01

6. 下列选项中, 使 $x < \frac{1}{x} < x^2$ 成立的 x 的取值范围是 ()

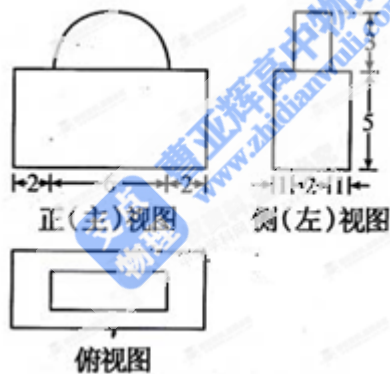
A. $(-\infty, -1)$ B. $(-1, 0)$ C. $(0, 1)$ D. $(1, +\infty)$

7. 阅读如下程序框图, 如果输出 $i=4$, 那么空白的判断框中应填入的条件是



A. $S < 8$ B. $S < 9$ C. $S < 10$ D. $S < 11$

8. 一几何体的三视图如右图所示, 则该几何体的体积为 ()

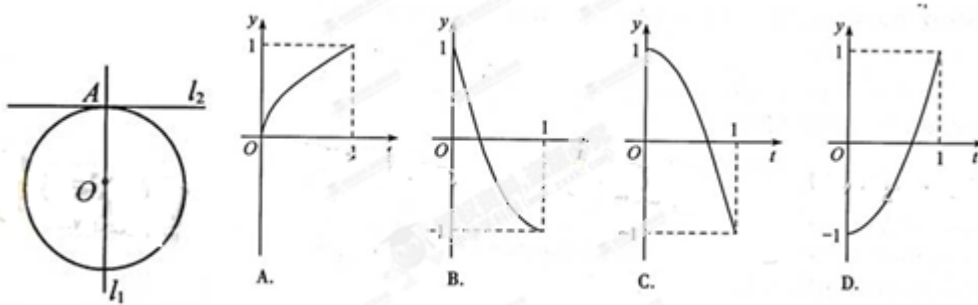


A. $200 + 9\pi$ B. $200 + 18\pi$ C. $140 + 9\pi$ D. $140 + 18\pi$

9. 已知点 $A(2, 0)$, 抛物线 $C: x^2=4y$ 的焦点为 F , 射线 FA 与抛物线 C 相交于点 M , 与其准线相交于点 N , 则 $|FM|:|MN| =$ ()

A. $2:\sqrt{5}$ B. $1:2$ C. $1:\sqrt{5}$ D. $1:3$

10. 如图, 已知 $l_1 \perp l_2$, 圆心在 l_1 上, 半径为 1cm 的圆 O 在 $t=0$ 时与 l_2 相切于点 A , 圆 O 沿 l_1 以 1m/s 的速度匀速向上移动, 圆被直线 l_2 所截上方圆弧长记为 x , 令 $y = \cos x$, 则 y 与时间 $t(0 < t < 1, \text{单位: s})$ 的函数 $y = f(t)$ 的图像大致为 ()



第 II 卷

注意事项:

第 II 卷共 2 页, 须用黑色墨水签字笔在答题卡上书写作答, 在试卷上作答, 答案无效。

二. 填空题: 本大题共 5 小题, 每小题 5 分, 共 25 分。

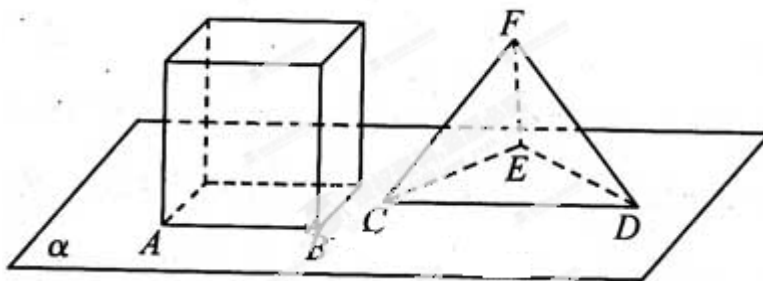
11. 若曲线 $y = x^\alpha (\alpha \in \mathbb{R})$ 在点 $(1, 2)$ 处的切线经过坐标原点, 则 $\alpha =$

12. 某住宅小区计划植树不少于 100 棵, 若第一天植 2 棵, 以后每天植树的棵树是前一天的 2 倍, 则需要的最少天数 $n (n \in \mathbb{N}_+)$ 等于_____.

13. 设 $f(x) = \sqrt{3} \sin 3x + \cos 3x$, 若对任意实数 x 都有 $|f(x)| \leq a$, 则实数 a 的取值范围是_____.

14. 若圆 C 经过坐标原点和点 $(4, 0)$, 且与直线 $y=1$ 相切, 则圆 C 的方程是

15. 如图, 正方体的底面与正四面体的底面在同一平面 α 上, 且 $AB \parallel CD$, 则直线 EF 与正方体的六个面所在的平面相交的平面个数为_____.



三. 解答题: 本大题共 6 小题, 共 75 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤。

16. (本小题满分 12 分)

16. 正项数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n^2 - (2n-1)a_n - 2n = 0$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 通项公式 a_n .

(2) 令 $b_n = \frac{1}{(n+1)a_n}$, 求数列 $\{b_n\}$ 前 n 项的和 T_n .

17 (本小题满分12分). 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c , 已知 $\sin A \sin B + \sin B \sin C + \cos 2B = 1$.

(1) 求证: a, b, c 成等差数列;

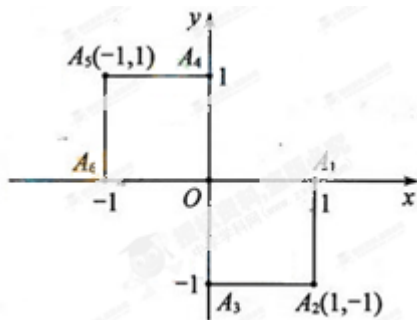
(2) 若 $C = \frac{2}{3}\pi$, 求 $\frac{a}{b}$ 的值.

18. (本小题满分 12 分)

小波以游戏方式决定是去打球、唱歌还是去下棋。游戏规则为：以 0 为起点，再从 $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$ (如图) 这六个点中任取两点分别为终点得到两个向量，记这两个向量的数量积为 X ，若 $X > 0$ 就去打球，若 $X = 0$ 就去唱歌，若 $X < 0$ 就去下棋。

(1) 写出数量积 X 的所有可能值；

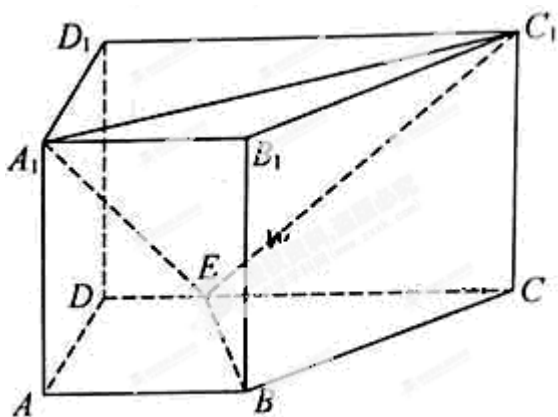
(2) 分别求小波去下棋的概率和不去唱歌的概率。



19. (本小题满分 12 分)

如图, 直四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB \parallel CD$, $AD \perp AB$, $AB = 2$, $AD = \sqrt{2}$,

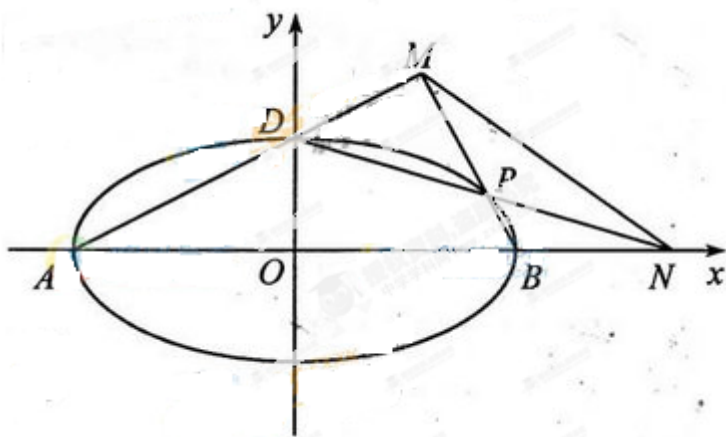
$AA_1 = 3$, E 为 CD 上一点, $DE = 1$, $EC = 3$



- (1) 证明: $BE \perp$ 平面 BB_1C_1C ;
- (2) 求点 B_1 到平面 EA_1C_1 的距离。

20. (本小题满分 13 分)

椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的离心率 $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $a + b = 3$.



- (1) 求椭圆 C 的方程;
- (2) 如图, A, B, D 是椭圆 C 的顶点, P 是椭圆 C 上除顶点外的任意一点, 直线 DP 交 x 轴于点 N , 直线 AD 交 BP 于点 M . 设 BP 的斜率为 k , MN 的斜率为 m . 证明: $2m - k$ 为定

值。

21. (本小题满分 14 分)

$$\text{设函数 } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{a}x, & 0 \leq x \leq a. \\ \frac{1}{1-a}(1-x), & a < x \leq 1. \end{cases} \quad . a \text{ 为常数且 } a \in (0,1)$$

(1) 当 $a = \frac{1}{2}$ 时, 求 $f(f(\frac{1}{3}))$;

(2) 若 x_0 满足 $f(f(x_0)) = x_0$, 但 $f(x) \neq 0$, 则称 x_0 为 $f(x)$ 的二阶周期点. 证明函数 $f(x)$ 有且仅有两个二阶周期点, 并求二阶周期点 x_1, x_2 ;

(3) 对于 (2) 中的 x_1, x_2 , 设 $A(x_1, f(f(x_1))), B(x_2, f(f(x_2))), C(a^2, 0)$, 记 $\triangle ABC$ 的面积为 $S(a)$, 求 $S(a)$ 在区间 $[\frac{1}{3}, \frac{1}{2}]$ 上的最大值和最小值。