

## 2009年辽宁高考理科数学真题

一、选择题（每小题5分，共60分）

(1) 已知集合  $M = \{x | -3 < x \leq 5\}$ ,  $N = \{x | -5 < x < 5\}$ , 则  $M \cap N =$

- (A)  $\{x | -5 < x < 5\}$                       (B)  $\{x | -3 < x < 5\}$   
 (C)  $\{x | -5 < x \leq 5\}$                       (D)  $\{x | -3 < x \leq 5\}$

(2) 已知复数  $z = 1 - 2i$ , 那么  $\frac{1}{z} =$

- (A)  $\frac{\sqrt{5}}{5} + \frac{2\sqrt{5}}{5}i$                       (B)  $\frac{\sqrt{5}}{5} - \frac{2\sqrt{5}}{5}i$                       (C)  $\frac{1}{5} + \frac{2}{5}i$                       (D)  $\frac{1}{5} - \frac{2}{5}i$

(3) 平面向量  $a$  与  $b$  的夹角为  $60^\circ$ ,  $a = (2, 0)$ ,  $|b| = 1$  则  $|a + 2b| =$

- (A)  $\sqrt{3}$                       (B)  $2\sqrt{3}$                       (C) 4                      (D) 12

(4) 已知圆  $C$  与直线  $x - y = 0$  及  $x - y - 4 = 0$  都相切, 圆心在直线  $x + y = 0$  上, 则圆  $C$  的方程为

- (A)  $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 2$                       (B)  $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 2$   
 (C)  $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 2$                       (D)  $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 2$

(5) 从 5 名男医生、4 名女医生中选 3 名医生组成一个医疗小分队, 要求其中男、女医生都有, 则不同的组队方案共有

- (A) 70 种                      (B) 80 种                      (C) 100 种                      (D) 140 种

(6) 设等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 若  $\frac{S_6}{S_3} = 3$ , 则  $\frac{S_9}{S_6} =$

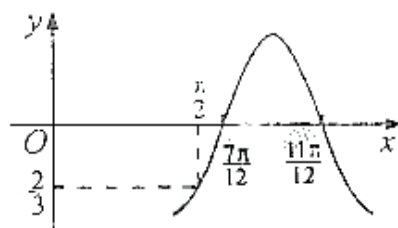
- (A) 2                      (B)  $\frac{7}{3}$                       (C)  $\frac{8}{3}$                       (D) 3

(7) 曲线  $y = \frac{x}{x-2}$  在点  $(1, -1)$  处的切线方程为

- (A)  $y = x - 2$                       (B)  $y = -3x + 2$                       (C)  $y = 2x - 3$                       (D)  $y = -2x + 1$

(8) 已知函数  $f(x) = A \cos(\omega x + \varphi)$  的图象如图所示,  $f(\frac{\pi}{2}) = -\frac{2}{3}$ , 则  $f(0) =$

- (A)  $-\frac{2}{3}$                       (B)  $-\frac{1}{2}$                       (C)  $\frac{2}{3}$                       (D)  $\frac{1}{2}$



(9) 已知偶函数  $f(x)$  在区间  $[0, +\infty)$  单调增加, 则满足  $f(2x-1) < f(\frac{1}{3})$  的  $x$

取值范围是

- (A)  $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$     (B)  $[\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$     (C)  $(\frac{1}{2}, \frac{2}{3})$     (D)  $[\frac{1}{2}, \frac{2}{3})$

(10) 某店一个月的收入和支出总共记录了  $N$  个数据

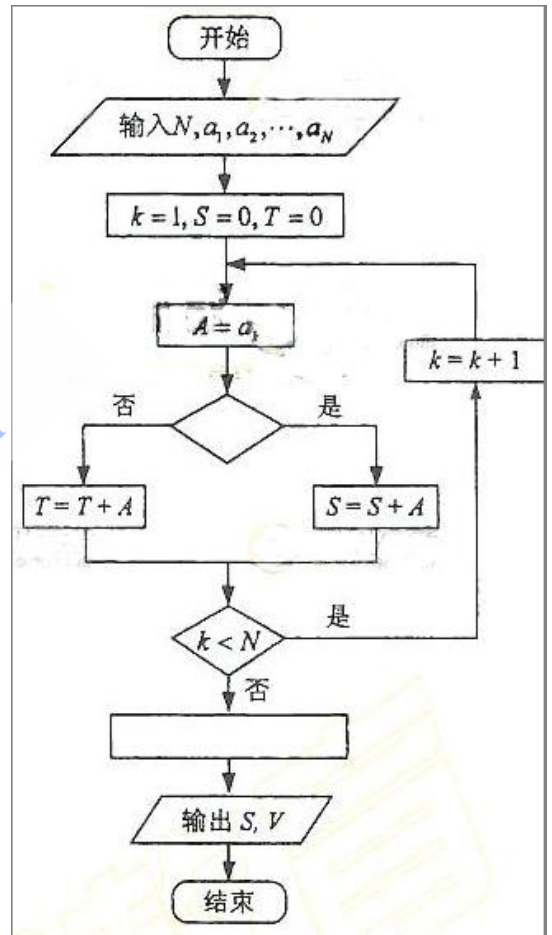
$a_1, a_2, \dots, a_N$ , 其中收入记为正数, 支出

记为负数。该店用右边的程序框图计算月总收入

$S$  和月净盈利  $V$ , 那么在图中空白的判断框和处理

框中, 应分别填入下列四个选项中的

- (A)  $A > 0, V = S - T$   
 (B)  $A < 0, V = S - T$   
 (C)  $A > 0, V = S + T$   
 (D)  $A < 0, V = S + T$



(11) 正六棱锥  $P-ABCDEF$  中,  $G$  为  $PB$  的中点, 则三棱锥  $D-GAC$  与三棱锥  $P-GAC$  体积之比为

- (A) 1: 1    (B) 1: 2    (C) 2: 1    (D) 3: 2

(12) 若  $x_1$  满足  $2x + 2^x = 5$ ,  $x_2$  满足  $2x + 2\log_2(x-1) = 5$ ,  $x_1 + x_2 =$

- (A)  $\frac{5}{2}$     (B) 3    (C)  $\frac{7}{2}$     (D) 4

(13) 某企业有 3 个分厂生产同一种电子产品, 第一、二、三分厂的产量之比为 1: 2: 1,

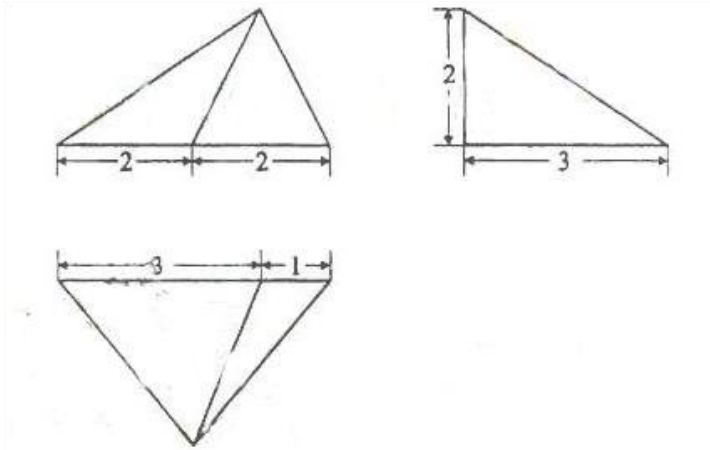
用分层抽样方法 (每个分厂的产品为一层) 从 3 个分厂生产的电子产品中共取 100 件

作使用寿命的测试, 由所得的测试结果算得从第一、二、三分厂取出的产品的使用

寿命的平均值分别为980h, 1020h, 1032h, 则抽取的100件产品的使用寿命的平均值为\_\_\_\_\_h.

(14) 等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 且  $6S_5 - 5S_3 = 5$ , 则  $a_4 =$  \_\_\_\_\_

(15) 设某几何体的三视图如下 (尺寸的长度单位为m)。



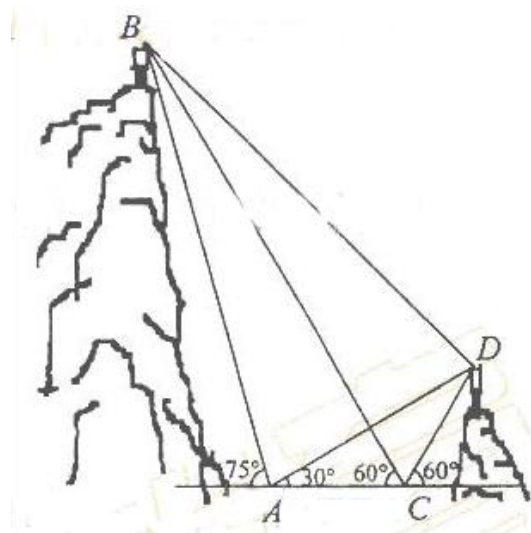
则该几何体的体积为 \_\_\_\_\_  $m^3$

(16) 以知F是双曲线  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$  的左焦点,  $A(1,4)$ ,  $P$  是双曲线右支上的动点, 则

$|PF| + |PA|$  的最小值为\_\_\_\_\_。

(17) (本小题满分12分)

如图, A, B, C, D都在同一个与水平面垂直的平面内, B, D为两岛上的两座灯塔的塔顶。测量船于水面A处测得B点和D点的仰角分别为  $75^\circ$ ,  $30^\circ$ , 于水面C处测得B点和D点的仰角均为  $60^\circ$ ,  $AC=0.1\text{km}$ 。试探究图中B, D间距离与另外哪两点间距离相等, 然后求B, D的距离 (计算结果精确到0.01km,  $\sqrt{2} \approx 1.414$ ,  $\sqrt{6} \approx 2.449$ )

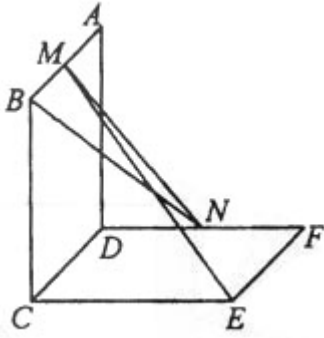


(18) (本小题满分12分)

如图, 已知两个正方形ABCD 和DCEF不在同一平面内, M, N分别为AB, DF的中点。

(I) 若平面ABCD  $\perp$  平面DCEF, 求直线MN与平面DCEF所成角的正弦值;

(II) 用反证法证明：直线ME 与 BN 是两条异面直线。



(19) (本小题满分12分)

某人向一目射击4次，每次击中目标的概率为 $\frac{1}{3}$ 。该目标分为3个不同的部分，第一、二、三部分面积之比为1: 3: 6。击中目标时，击中任何一部分的概率与其面积成正比。

(I) 设X表示目标被击中的次数，求X的分布列；

(II) 若目标被击中2次，A表示事件“第一部分至少被击中1次或第二部分被击中2次”，求 $P(A)$

(20) (本小题满分12分)

已知，椭圆C过点 $A(1, \frac{3}{2})$ ，两个焦点为 $(-1, 0)$ ， $(1, 0)$ 。

(I) 求椭圆C的方程；

(II) E, F是椭圆C上的两个动点，如果直线AE的斜率与AF的斜率互为相反数，证明直线EF的斜率为定值，并求出这个定值。

(21) (本小题满分12分)

已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - ax + (a-1)\ln x, a > 1$

(I) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性；

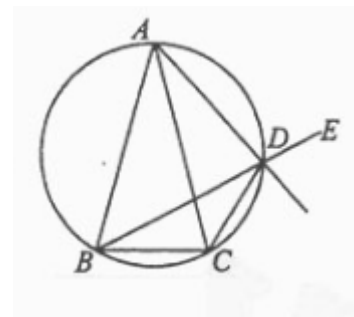
(II) 证明：若 $a < 5$ ，则对任意 $x_1, x_2 \in (0, +\infty)$ ， $x_1 \neq x_2$ ，有

$$\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > -1。$$

请考生在第(22)、(23)、(24)三题中任选一题做答，如果多做，则按所做的第一题记分。做答时用2B铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑。

(22) (本小题满分10分) 选修4-1：几何证明选讲

已知 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ，



$D$ 是 $\triangle ABC$ 外接圆劣弧 $\widehat{AC}$ 上的点（不与点 $A, C$ 重合），延长 $BD$ 至 $E$ 。

(I) 求证： $AD$ 的延长线平分 $\angle CDE$ ；

(II) 若 $\angle BAC=30^\circ$ ， $\triangle ABC$ 中 $BC$ 边上的高为 $2+\sqrt{3}$ ，求 $\triangle ABC$ 外接圆的面积。

(23) (本小题满分10分) 选修4-4：坐标系与参数方程

在直角坐标系 $xOy$ 中，以 $O$ 为极点， $x$ 正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 $C$ 的极坐标方程为 $\rho \cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) = 1$ ， $M, N$ 分别为 $C$ 与 $x$ 轴， $y$ 轴的交点。

(I) 写出 $C$ 的直角坐标方程，并求 $M, N$ 的极坐标；

(II) 设 $MN$ 的中点为 $P$ ，求直线 $OP$ 的极坐标方程。

(24) (本小题满分10分) 选修4-5：不等式选讲

设函数 $f(x) = |x-1| + |x-a|$ 。

(I) 若 $a = -1$ ，解不等式 $f(x) \geq 3$ ；

(II) 如果 $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) \geq 2$ ，求 $a$ 的取值范围。