# 2006年湖北高考文科数学真题及答案

本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分。第Ⅰ卷1至2页，第Ⅱ卷3至4页，共4页。全卷共150分。考试用时120分钟。

第Ⅰ卷（选择题　共50分）

一、选择题:本大题共10小题，每小题5分，共50分散。在每个小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、集合P＝｛$x$︱$x^2$－16<0｝,Q＝｛$x$︱$x$＝$2n$，$n$∈Z｝,则P$\bigcap$Q＝

A. {-2,2}　　B. {－2，2，－4，4}　　C. {2，0，－2}　　D. {－2，2，0，－4，4}

2、已知非零向量$a$、$b$，若$a$＋$2b$与$a$－$2b$互相垂直，则$\frac{|a|}{|b|}=$

A. $\frac{1}{4}$　　B. 4　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 2

3、已知$\sin 2A=\frac{2}{3}=\frac{2}{3}$，A∈（0，$\pi$），则$\sin A+\cos A=$

A. $\frac{\sqrt{15}}{3}$　　B. $-\frac{\sqrt{15}}{3}$　　C. $\frac{5}{3}$　　D. $-\frac{5}{3}$

4、在等比数列｛$a_n$｝中，$a_1$＝1，$a_{10}$＝3，则$a_2a_3a_4a_5a_6a_7a_8a_9$

A. 81　　B. $27\sqrt[5]{27}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. 243

5、甲：$A_1$、$A_2$是互斥事件；乙：$A_1$、$A_2$是对立事件，那么

A. 甲是乙的充分但不必要条件　　B. 甲是乙的必要但不充分条件

C. 甲是乙的充要条件　　D. 甲既不是乙的充分条件，也不是乙的必要条件

6、关于直线m、n与平面$\alpha$与$\beta$，有下列四个命题：

①若$m//\alpha,n//\beta$且$\alpha//\beta$，则$m//n$；

②若$m\perp\alpha,n\perp\beta$且$\alpha\perp\beta$，则$m\perp n$；

③若$m\perp\alpha,n//\beta$且$\alpha//\beta$，则$m\perp n$；

④若$m//\alpha,n\perp\beta$且$\alpha\perp\beta$，则$m//n$；

其中真命题的序号是

A. ①②　　B. ③④　　C. ①④　　D. ②③

7、设$f(x)=\lg\frac{2+x}{2-x}$，则$f(\frac{x}{2})+f(\frac{2}{x})$的定义域为

A. $(-4,0)\bigcup(0,4)$　　B. (－4, －1)$\bigcup$(1，4)　　C. （－2, －1)$\bigcup$(1，2)　　D. （－4, －2)$\bigcup$(2，4)

8、在$\left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^{24}$的展开式中，$x$的幂的指数是整数的有

A. 3项　　B. 4项　　C. 5项　　D. 6项

9、设过点$P(x,y)$的直线分别与$x$轴的正半轴和$y$轴的正半轴交于$A,B$两点，点$Q$与点$P$关于$y$轴对称，$O$为坐标原点，若$\overrightarrow{BP}=2\overrightarrow{PA}$且$\overrightarrow{OQ}\bullet\overrightarrow{AB}=1$，则点$P$的轨迹方程是

A. $3x^2+\frac{3}{2}y^2=1(x>0,y>0)$　　B. $3x^2-\frac{3}{2}y^2=1(x>0,y>0)$

C. $\frac{3}{2}x^2-3y^2=1(x>0,y>0)$　　D. $\frac{3}{2}x^2+3y^2=1(x>0,y>0)$

10、关于 x 的方程 $\left(x^2-1\right)^2-\left|x^2-1\right|+k=0$，给出下列四个命题：

①存在实数 $k$，使得方程恰有 2 个不同的实根；
②存在实数 $k$，使得方程恰有 4 个不同的实根；
③存在实数 $k$，使得方程恰有 5 个不同的实根；
④存在实数 $k$，使得方程恰有 8 个不同的实根；
其中假命题的个数是

A. 0　　　　B. 1　　　　C. 2　　　　D. 3

第Ⅱ卷（非选择题　共 100 分）

注意事项：
第Ⅱ卷用 0.5 毫米黑色的签字笔或黑色墨水钢笔直接答在答题卡上。答在试题卷上无效。

二、填空题 本大题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分，把答案填在答题卡相应位置上。

11、在ΔABC 中，已知 $a=\frac{3\sqrt{3}}{4}$，b＝4，A＝30°，则 sinB＝__________.

12．接种某疫苗后，出现发热反应的概率为 0．80，现有 5 人接种了该疫苗，至少有 3 人出现发热反应的概率为________。（精确到 0．01）

13、若直线 $y=kx+2$ 与圆 $(x-2)^2+(y-3)^2=1$ 有两个不同的交点，则 $k$ 的取值范围是______.

14、安排 5 名歌手的演出顺序时，要求某名歌手不第一个出场，另一名歌手不最后一个出场，不同排法的总数是____________.（用数字作答）

15、半径为 r 的圆的面积 $S(r)=\pi r^2$，周长 $C(r)=2\pi r$，若将 r 看作(0，＋∞)上的变量，则 $(\pi r^2)`=2\pi r$　①，

①式可以用语言叙述为：圆的面积函数的导数等于圆的周长函数。

对于半径为 R 的球，若将 R 看作(0，＋∞)上的变量，请你写出类似于①的式子：②

②式可以用语言叙述为：________________________________。

三、解答题：本大题共 6 小题，共 75 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

16、（本小题满分 12 分）

设向量 $a=(\sin x,\ \cos x)$，$b=(\cos x,\ \cos x)$，$x\in R$，函数 $f(x)=a\cdot(a+b)$.

（Ⅰ）求函数 $f(x)$的最大值与最小正周期；

（Ⅱ）求使不等式 $f(x)\geqslant\frac{3}{2}$ 成立的 x 的取值集。

17、（本小题满分 12 分）

某单位最近组织了一次健身活动，活动分为登山组和游泳组，且每个职工至多参加了其中一组。在参加活动的职工中，青年人占 42.5%，中年人占 47.5%，老年人占 10%。登山

组的职工占参加活动总人数的$\frac{1}{4}$，且该组中，青年人占50％，中年人占40％，老年人占10％。为了了解各组不同的年龄层次的职工对本次活动的满意程度，现用分层抽样的方法从参加活动的全体职工中抽取一个容量为200的样本。试确定

（Ⅰ）游泳组中，青年人、中年人、老年人分别所占的比例；

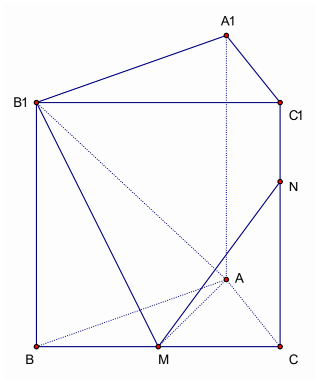
（Ⅱ）游泳组中，青年人、中年人、老年人分别应抽取的人数。

18、(本小题满分12分)

如图，已知正三棱柱$ABC-A_1B_1C_1$的侧棱长和底面边长均为1，M是底面BC边上的中点，N是侧棱$CC_1$上的点，且$CN=2C_1N$.

（Ⅰ）求二面角$B_1-AM-N$的平面角的余弦值；

（Ⅱ）求点$B_1$到平面AMN的距离。




19、(本小题满分12分)

设函数$f(x)=x^3+ax^2+bx+c$在$x=1$处取得极值$-2$,试用$c$表示$a$和$b$，并求$f(x)$的单调区间。

20、(本小题13分)

设数列$\{a_n\}$的前n项和为$S_n$，点$(n,\frac{S_n}{n})(n\in N^*)$均在函数y＝3x－2的图像上。

（Ⅰ）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

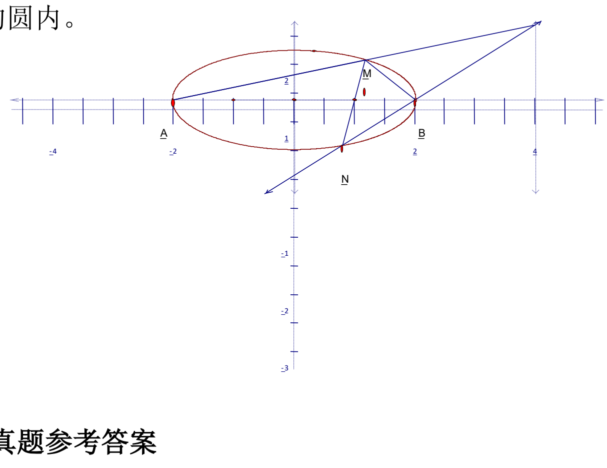
（Ⅱ）设$b_n=\frac{3}{a_na_{n+1}}$，$T_n$是数列$\{b_n\}$的前n项和，求使得$T_n<\frac{m}{20}$对所有$n\in N^*$都成立的最小正整数m。

21、(本小题满分13分)设$A,B$分别为椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a,b>0)$的左、右顶点，椭圆长半轴的长等于焦距，且$x=4$为它的右准线。

（Ⅰ）、求椭圆的方程；

（Ⅱ）、设$P$为右准线上不同于点（4，0）的任意一点，若直线$AP,BP$分别与椭圆相交于异于$A,B$的点$M$、$N$，证明点$B$在以$MN$为直径的圆内。

(此题不要求在答题卡上画图)




## 2006年湖北高考文科数学真题参考答案

一、选择题：1.C　2.D　3.A　4.A　5.B　6.D　7.B　8.C　9.D　10.A

一、选择题:本大题共10小题，每小题5分，共50分散。在每个小题给出的四个选项

中，只有一项是符合题目要求的。

1、集合 P＝｛$x$|$x^2$－16<0｝, Q＝｛$x$|$x$＝$2n$，$n\in$Z｝, 则 P$\bigcap$Q＝（C）

A. {-2, 2}　　B. {－2，2，－4，4}　　C. {－2，0，2}　　D. {－2，2，0，－4，4}

解：P＝｛$x$|$x^2$－16<0｝＝｛$x$|－4<$x$<4｝，故 P$\bigcap$Q＝｛－2，0，2｝，故选 C

2、已知非零向量 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$，若 $\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}$ 互相垂直，则 $\dfrac{|\vec{a}|}{|\vec{b}|}$＝（D）

A. $\dfrac{1}{4}$　　B. 4　　C. $\dfrac{1}{2}$　　D. 2

解：由 $\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}$ 互相垂直⇒（$\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$）•（$\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b}$）＝0⇒$\boldsymbol{a}^2-4\boldsymbol{b}^2=0$

即$|\boldsymbol{a}|^2=4|\boldsymbol{b}|^2$⇒$|\boldsymbol{a}|=2|\boldsymbol{b}|$，故选 D

3、已知$\sin 2A=\dfrac{2}{3}$，A∈（0，$\pi$），则$\sin A+\cos A=$（A）

A. $\dfrac{\sqrt{15}}{3}$　　B. $-\dfrac{\sqrt{15}}{3}$　　C. $\dfrac{5}{3}$　　D. $-\dfrac{5}{3}$

解：由 sin2A＝2sinAcosA＝$\dfrac{2}{3}$>0，又 A∈（0，$\pi$）所以 A∈（0，$\dfrac{\pi}{2}$），所以 sinA＋cosA>0

又（sinA＋cosA）$^2$＝1＋2sinAcosA＝$\dfrac{5}{3}$故选 A

4、在等比数列｛$a_n$｝中，$a_1$＝1，$a_{10}$＝3，则 $a_2a_3a_4a_5a_6a_7a_8a_9$＝（ A ）

A. 81　　B. $27\sqrt[5]{27}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. 243

解：因为数列｛$a_n$｝是等比数列，且 $a_1$＝1，$a_{10}$＝3，所以 $a_2a_3a_4a_5a_6a_7a_8a_9$＝

（$a_2a_9$）（$a_3a_8$）（$a_4a_7$）（$a_5a_6$）＝（$a_1a_{10}$）$^4$＝$3^4$＝81，故选 A

5、甲：$A_1$、$A_2$是互斥事件；乙：$A_1$、$A_2$是对立事件，那么（B）

A. 甲是乙的充分但不必要条件　　B. 甲是乙的必要但不充分条件

C. 甲是乙的充要条件　　D. 甲既不是乙的充分条件，也不是乙的必要条件

解：两个事件是对立事件，则它们一定互斥，反之不成立。故选 B

6、关于直线 m、n 与平面$\alpha$与$\beta$，有下列四个命题：（D）

①若$m/\!/\alpha,n/\!/\beta$且$\alpha/\!/\beta$，则$m/\!/n$；

②若$m\perp\alpha,n\perp\beta$且$\alpha\perp\beta$，则$m\perp n$；

③若$m\perp\alpha,n//\beta$且$\alpha//\beta$，则$m\perp n$；

④若$m//\alpha,n\perp\beta$且$\alpha\perp\beta$，则$m//n$；

其中真命题的序号是

A．①②　　B．③④　　C．①④　　D．②③

解：用排除法可得选D

7、设$f(x)=\lg\dfrac{2+x}{2-x}$，则$f(\dfrac{x}{2})+f(\dfrac{2}{x})$的定义域为

A．$(-4,0)\cup(0,4)$　　B.（－4，－1）$\cup$（1，4）　　C．（－2，－1）$\cup$（1，2）　　D．（－4，－2）$\cup$（2，4）

解：f（x）的定义域是（－2，2），故应有$-2<\dfrac{x}{2}<2$且$-2<\dfrac{2}{x}<2$解得$-4<x<-1$或$1<x<4$

故选B

8、在$\left(\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^{24}$的展开式中，$x$的幂的指数是整数的有（C）

A．3项　　B．4项　　C．5项　　D．6项

解：$T_{r+1}=C_{24}^{r}x^{24-r}(\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}})^{r}=C_{24}^{r}x^{\frac{72-4r}{3}}$，当r＝0，3，6，9，12，15，18，21，24时，x的指数分别是24，20，16，12，8，4，0，－4，－8，其中16，8，4，0，－8均为2的整数次幂，故选C

9、设过点P（$x$，$y$）的直线分别与x轴的正半轴和y轴的正半轴交于A、B两点，点$Q$与点$P$关于$y$轴对称，$O$为坐标原点，若$\overrightarrow{BP}=2\overrightarrow{PA}$,且$\overrightarrow{OQ}\cdot\overrightarrow{AB}=1$，则点P的轨迹方程是（ D ）

A．$3x^2+\dfrac{3}{2}y^2=1(x>0,y>0)$　　B．$3x^2-\dfrac{3}{2}y^2=1(x>0,y>0)$

C．$\dfrac{3}{2}x^2-3y^2=1(x>0,y>0)$　　D．$\dfrac{3}{2}x^2+3y^2=1(x>0,y>0)$

解：设P（x，y），则Q（－x，y），又设A（a，0），B（0，b），则a>0，b>0，于是$\overrightarrow{BP}$＝（$x$，$y-b$），$\overrightarrow{PA}$＝（$a-x$，$-y$），由$\overrightarrow{BP}=2\overrightarrow{PA}$可得a＝$\dfrac{3}{2}$x，b＝3y，所以x>0，y>0

又$\overrightarrow{AB}$＝（－a，b）＝（$-\dfrac{3}{2}$x，3y），由$\overrightarrow{OQ}\bullet\overrightarrow{AB}=1$可得$\dfrac{3}{2}x^2+3y^2=1(x>0,y>0)$

故选D

10、关于x的方程$\left(x^2-1\right)^2-\left|x^2-1\right|+k=0$，给出下列四个命题：

①存在实数$k$，使得方程恰有 2 个不同的实根；

②存在实数$k$，使得方程恰有 4 个不同的实根；

③存在实数$k$，使得方程恰有 5 个不同的实根；

④存在实数$k$，使得方程恰有 8 个不同的实根；

其中假命题的个数是（ A ）

A. 0　　　　　B. 1　　　　　C. 2　　　　　D. 3

解：关于 x 的方程 $\left(x^2-1\right)^2-\left|x^2-1\right|+k=0$可化为

$\left(x^2-1\right)^2-(x^2-1)+k=0(x\geq 1或x\leq -1)$…………（1）

或$\left(x^2-1\right)^2+(x^2-1)+k=0$（$-1<x<1$）…………（2）

① 当 k＝－2 时，方程（1）的解为$\pm\sqrt{3}$，方程（2）无解，原方程恰有 2 个不同的实根

② 当 k＝$\frac{1}{4}$时，方程（1）有两个不同的实根$\pm\frac{\sqrt{6}}{2}$，方程（2）有两个不同的实根$\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$，即原方程恰有 4 个不同的实根

③ 当 k＝0 时，方程（1）的解为－1，＋1，$\pm\sqrt{2}$，方程（2）的解为 x＝0，原方程恰有 5 个不同的实根

④ 当 k＝$\frac{2}{9}$时，方程（1）的解为$\pm\frac{\sqrt{15}}{3}$，$\pm\frac{2\sqrt{3}}{3}$，方程（2）的解为$\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$，$\pm\frac{\sqrt{6}}{3}$，即原方程恰有 8 个不同的实根

选 A

二、填空题：11. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　12.　0.94　　13.（0，$\frac{4}{3}$）　14.　78

15.（$\frac{4}{3}\pi R^3$）`＝$4\pi R^2$，球的体积函数的导数等于球的表面积函数。

11、在$\Delta ABC$中，已知$a=\frac{3\sqrt{3}}{4}$，b＝4，A＝30°，则 sinB＝$\underline{\frac{\sqrt{3}}{2}}$.

解：由正弦定理易得结论。

12．接种某疫苗后，出现发热反应的概率为 0．80，现有 5 人接种了该疫苗，至少有 3

人出现发热反应的概率为0.94精确到0．01）

解：P＝$C_5^3\times(0.80)^3\times(0.20)^2$＋$C_5^4\times(0.80)^4\times0.20$＋ $(0.80)^5$＝0.94

13、若直线 $y=kx+2$ 与圆$(x-2)^2+(y-3)^2=1$有两个不同的交点，则 $k$ 的取值范围是

$(0,\dfrac{4}{3})$ .

解：由直线 $y=kx+2$ 与圆$(x-2)^2+(y-3)^2=1$有两个不同的交点可得直线与圆的位置关系是相交，故圆心到直线的距离小于圆的半径，即$\dfrac{|2k-3+2|}{\sqrt{1+k^2}}<1$，解得 $k\in(0,\dfrac{4}{3})$

14、安排 5 名歌手的演出顺序时，要求某名歌手不第一个出场，另一名歌手不最后一个出场，不同排法的总数是 78 .(用数字作答)

解：分两种情况：（1）不最后一个出场的歌手第一个出场，有 $A_4^4$ 种排法

（2）不最后一个出场的歌手不第一个出场，有 $A_3^1A_3^1A_3^3$ 种排法

故共有 78 种不同排法

15、半径为 r 的圆的面积 S(r)＝$\pi r^2$,周长 C(r)=2$\pi$r，若将 r 看作(0，＋∞)上的变量，则$(\pi r^2)'=2\pi r$ ①，

①式可以用语言叙述为：圆的面积函数的导数等于圆的周长函数。

对于半径为 R 的球，若将 R 看作(0，＋∞)上的变量，请你写出类似于①的式子：

$(\dfrac{4}{3}\pi R^3)'=4\pi R^2$ ②

②式可以用语言叙述为： 球的体积函数的导数等于它的表面积函数 。

解：$V_{球}=\dfrac{4}{3}\pi R^3$，又$(\dfrac{4}{3}\pi R^3)'=4\pi R^2$ 故②式可填$(\dfrac{4}{3}\pi R^3)'=4\pi R^2$，用语言叙述为“球的体积函数的导数等于球的表面积函数。”

球的体积函数的导数等于它的表面积函数

三、解答题：本大题共 6 小题，共 75 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

16、（本小题满分 12 分）

设向量 $a=(\sin x，\cos x)$，$b=(\cos x，\cos x)$，$x\in R$，函数 $f(x)=a\cdot(a+b)$.

（Ⅰ）求函数 $f(x)$ 的最大值与最小正周期；

（Ⅱ）求使不等式 $f(x)\geqslant\frac{3}{2}$ 成立的 x 的取值集。

16．本小题主要考查平面向量数量积的计算方法、三角公式、三角函数的基本知识，以及运用三角函数的图像和性质的能力。

解：（Ⅰ）∵ $f\left(x\right)=a\bullet\left(a+b\right)=a\bullet a+a\bullet b=\sin^2 x+\cos^2 x+\sin x\cos x+\cos^2 x$

$=1+\frac{1}{2}\sin 2x+\frac{1}{2}(\cos 2x+1)=\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\sin(2x+\frac{\pi}{4})$

$\therefore f\left(x\right)$ 的最大值为 $\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}$，最小正周期是 $\frac{2\pi}{2}=\pi$。

（Ⅱ）由（Ⅰ）知

$$f\left(x\right)\geq\frac{3}{2}\Leftrightarrow\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\sin(2x+\frac{\pi}{4})\geq\frac{3}{2}\Leftrightarrow\sin(2x+\frac{\pi}{4})\geq 0$$

$$\Leftrightarrow 2k\pi\leq 2x+\frac{\pi}{4}\leq 2k\pi+\pi\Leftrightarrow k\pi-\frac{\pi}{8}\leq x\leq k\pi+\frac{3\pi}{8},k\in Z$$

即 $f\left(x\right)\geq\frac{3}{2}$ 成立的 $x$ 的取值集合是 $\left\{x\,|\,k\pi-\frac{3\pi}{8}\leq x\leq k\pi+\frac{\pi}{8},k\in Z\right\}$.

17、(本小题满分 12 分)

某单位最近组织了一次健身活动，活动分为登山组和游泳组，且每个职工至多参加了其中一组。在参加活动的职工中，青年人占 42.5%，中年人占 47.5%，老年人占 10%。登山组的职工占参加活动总人数的 $\frac{1}{4}$，且该组中，青年人占 50%，中年人占 40%，老年人占 10%。为了了解各组不同的年龄层次的职工对本次活动的满意程度，现用分层抽样的方法从参加活动的全体职工中抽取一个容量为 200 的样本。试确定

（Ⅰ）游泳组中，青年人、中年人、老年人分别所占的比例；

（Ⅱ）游泳组中，青年人、中年人、老年人分别应抽取的人数。

17．本小题主要考查分层抽样的概念和运算，以及运用统计知识解决实际问题的能力。

解：（Ⅰ）设登山组人数为 $x$，游泳组中，青年人、中年人、老年人各占比例分别为 a、b、c，则有 $\frac{x\bullet 40\%+3xb}{4x}=47.5\%,\frac{x\bullet 10\%+3xc}{4x}=10\%$，解得 b=50%, c=10%.

故 a=100%－50%－10%=40%, 即游泳组中，青年人、中年人、老年人各占比例分别为 40%、50%、10%。

（Ⅱ）游泳组中，抽取的青年人数为 $200\times\frac{3}{4}\times 40\%=60$（人）；抽取的中年人数为

$200\times\dfrac{3}{4}\times$50％＝75（人）；抽取的老年人数为$200\times\dfrac{3}{4}\times$10％＝15（人）。

18、（本小题满分 12 分）

如图，已知正三棱柱 ABC-$A_1B_1C_1$的侧棱长和底面边长均为 1，M 是底面 BC 边上的中点，N 是侧棱 $CC_1$上的点，且 CN＝$2C_1$N.

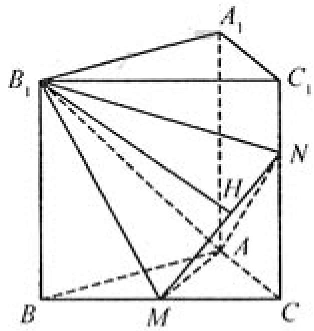
（Ⅰ）求二面角 $B_1$－AM－N 的平面角的余弦值；

（Ⅱ）求点 $B_1$到平面 AMN 的距离。

18．本小题主要考查线面关系、二面角和点到平面距离的有关知识及空间想象能力和推理运算能力。考查应用向量知识解决数学问题的能力。

解法 1：（Ⅰ）因为 M 是底面 BC 边上的中点，所以 $AM\perp BC$，又 $AM\perp CC_1$，所以 AM⊥面 BC$C_1$ $B_1$，从而 $AM\perp B_1M$，AM⊥NM，所以∠$B_1MN$为二面角，$B_1$—$AM$—$N$的平面角。又$B_1$M=

$$\sqrt{B_1B^2+BM^2}=\sqrt{1+\frac{1}{4}}=\frac{\sqrt{5}}{2},\ MN=\sqrt{MC^2+CN^2}=\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{4}{9}}=\frac{5}{6},$$



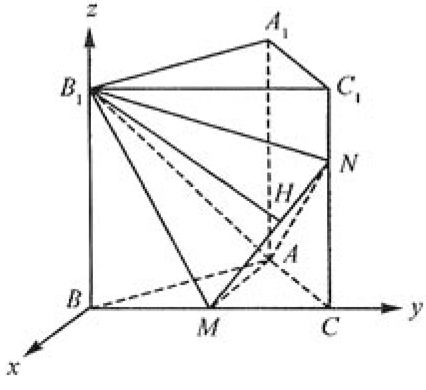

连$B_1$N，得$B_1$N $=\sqrt{B_1C_1{}^2+C_1N^2}=\sqrt{1+\frac{1}{9}}=\frac{\sqrt{10}}{3}$，在Δ $B_1$MN 中，由余弦定理得

$$\cos B_1MN=\frac{B_1M^2+MN^2-B_1N^2}{2\bullet B_1M\bullet MN}=\frac{\frac{5}{4}+\frac{25}{36}-\frac{10}{9}}{2\times\frac{\sqrt{5}}{2}\times\frac{5}{6}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$$。故所求

二面角$B_1$—$AM$—$N$的平面角的余弦值为$\dfrac{\sqrt{5}}{5}$。

（Ⅱ）过$B_1$在面$BCC_1B_1$内作直线$B_1H\perp MN$，$H$为垂足。又$AM\perp$平面$BCC_1B_1$，所以 $AM\perp B_1H$。于是$B_1$H⊥平面 $AMN$，故$B_1$H 即为$B_1$到平面 AMN 的距离。在$R_1\Delta B_1HM$中，$B_1$H＝

$B_1$M$\sin B_1MH=\dfrac{\sqrt{5}}{2}\times\sqrt{1-\dfrac{1}{5}}=1$。故点$B_1$到平面 $AMN$ 的距离为 1。




解法 2：（Ⅰ）建立如图所示的空间直角坐标系，则$B_1$（0，0，1），M（0，$\dfrac{1}{2}$，0）， C(0,1,0)，N（0,1,$\frac{2}{3}$），A（$-\frac{\sqrt{3}}{2},\frac{1}{2},0$），所以，

$\overrightarrow{AM}=(\frac{\sqrt{3}}{2},0,0)$，$\overrightarrow{MB_1}=(0,-\frac{1}{2},1)$，$\overrightarrow{MN}=(0,\frac{1}{2},\frac{2}{3})$。

因为

$\overrightarrow{MB_1}\bullet\overrightarrow{AM}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 0+0\times(-\frac{1}{2})+0\times 1=0$ 所以 $\overrightarrow{MB_1}\perp\overrightarrow{AM}$，同法可得 $\overrightarrow{MN}\perp\overrightarrow{AM}$。

故 $<\overrightarrow{MB_1},\overrightarrow{MN}>$ 为二面角 $B_1$—AM—N 的平面角

$$\therefore \cos<\overrightarrow{MB_1},\overrightarrow{MN}>=\frac{\overrightarrow{MB_1}\cdot\overrightarrow{MN}}{\left|\overrightarrow{MB_1}\right|\cdot\left|\overrightarrow{MN}\right|}=\frac{\frac{5}{12}}{\frac{\sqrt{5}}{2}\times\frac{5}{6}}=\frac{\sqrt{5}}{5}.$$

故所求二面角 $B_1$—AM—N 的平面角的余弦值为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$。

（Ⅱ）设 n=(x,y,z)为平面 AMN 的一个法向量，则由 $n\perp\overrightarrow{AM},n\perp\overrightarrow{MN}$ 得

$$\begin{cases}\frac{\sqrt{3}}{2}x=0\\ \frac{1}{2}y+\frac{2}{3}z=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\ y=-\frac{4}{3}z\end{cases}\quad 故可取 n=(0,-\frac{3}{4},1)$$

设 $\overrightarrow{MB_1}$ 与 n 的夹角为 a，则 $\cos a=\frac{\overrightarrow{MB_1}\cdot n}{\left|\overrightarrow{MB_1}\right|\cdot|n|}=\frac{\frac{5}{3}}{\frac{\sqrt{5}}{2}\times\frac{5}{3}}=\frac{2\sqrt{5}}{3}$。

所以 $B_1$ 到平面 AMN 的距离为 $\left|\overrightarrow{MB_1}\right|\cdot|\cos a|=\frac{\sqrt{5}}{2}\times\frac{2\sqrt{5}}{5}=1$。

19、（本小题满分 12 分）

设函数 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ 在 $x=1$ 处取得极值－2，试用 $c$ 表示 $a$ 和 $b$，并求 $f(x)$的单调区间。

19.本小题主要考查层数的概念和计算，考查应用导数研究函数性质的方法及推理和运算能力。

解：依题意有 $f(1)=-2,f'(1)=0,$ 而 $f'(1)=3x^2+2ax+b,$

故$\begin{cases}1+a+b+c=-2\\3+2a+b=0\end{cases}$ 解得$\begin{cases}a=c\\b=-2c-3\end{cases}$ 从而

$f'(x)=3x^2+2cx-(2c+3)=(3x+2c+3)(x-1)$。

令$f'(x)=0$，得$x=1$或$x=-\dfrac{2c+3}{3}$。

由于$f(x)$在$x=1$处取得极值，故$-\dfrac{2c+3}{3}\neq 1$，即$c\neq -3$。

（1） 若$-\dfrac{2c+3}{3}<1$，即$c>-3$，则当$x\in\left(-\infty,-\dfrac{2c+3}{3}\right)$时，$f'(x)>0$；

当$x\in\left(-\dfrac{2c+3}{3},1\right)$时，$f'(x)<0$；当$x\in(1,+\infty)$时，$f'(x)>0$；

从而$f(x)$的单调增区间为$\left(-\infty,-\dfrac{2c+3}{3}\right],\left[1,+\infty\right)$；单调减区间为$\left[-\dfrac{2c+3}{3},1\right]$

（2） 若$-\dfrac{2c+3}{3}>1$，即$c<-3$，同上可得，

$f(x)$的单调增区间为$\left(-\infty,1\right],\left[-\dfrac{2c+3}{3},+\infty\right)$；单调减区间为$\left[1,-\dfrac{2c+3}{3}\right]$

20、（本小题 13 分）

设数列$\{a_n\}$的前 n 项和为$S_n$，点$(n,S_n)(n\in N^*)$均在函数 y＝3x－2 的图像上。

（Ⅰ）求数列$\{a_n\}$的通项公式；

（Ⅱ）设$b_n=\dfrac{3}{a_na_{n+1}}$，$T_n$是数列$\{b_n\}$的前 n 项和，求使得$T_n<\dfrac{m}{20}$对所有$n\in N^*$都成立的最小正整数 m。

20.本小题主要是考查等差数列、数列求和、不等式等基础知识和基本的运算技能，考查分析问题能力和推理能力。

解：(I）依题意得，$\dfrac{S_n}{n}=3n-2,$即$S_n=3n^2-2n$。

当 n≥2 时，a$a_n=s_n-s_{n-1}=(3n^2-2n)-\left[3\left(n-1\right)^2-2(n-1)\right]=6n-5$；

当 n=1 时，$a_1=s_1-3\times1^2$-2×1-1-6×1-5

所以$a_n=6_n-5(n\in N\bullet)$。

（II）由（I）得$b_n=\dfrac{3}{a_na_{n+1}}=\dfrac{1}{(6n-5)\left[6(n+1)-5\right]}=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{6n-5}-\dfrac{1}{6n+1}\right)$，

故$T_n-\sum\limits_{1=1}^{n}b=\dfrac{1}{2}\left[\left(1-\dfrac{1}{7}\right)+\left(\dfrac{1}{7}-\dfrac{1}{13}\right)+\ldots+\left(\dfrac{1}{6n-5}-\dfrac{1}{6n+1}\right)\right]=\dfrac{1}{2}\left(1-\dfrac{1}{6n+1}\right)$。

因此，使得$\dfrac{1}{2}\left(1-\dfrac{1}{6n+1}\right)<\dfrac{m}{20}\left(n\in N\bullet\right)$成立的 m 必须满足$\dfrac{1}{2}\leqslant\dfrac{m}{20}$，即 m≥10，故满足要求的最小整数 m 为 10。

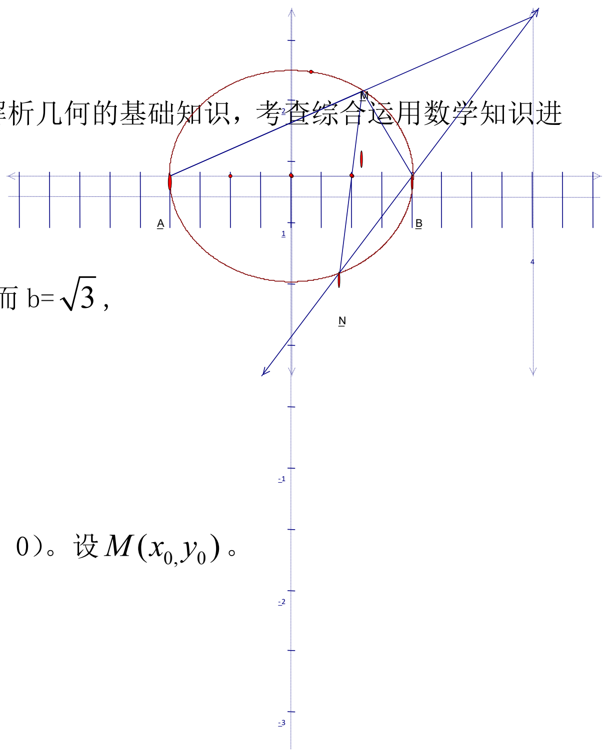
21、（本小题满分 13 分）

设$A,B$分别为椭圆$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1(a,b>0)$的左、右顶点，椭圆长半轴的长等于焦距，且$x=4$为它的右准线。

（Ⅰ）、求椭圆的方程；

（Ⅱ）、设$P$为右准线上不同于点（4，0）的任意一点，若直线$AP,BP$分别与椭圆相交于异于$A,B$的点$M$、$N$，证明点$B$在以$MN$为直径的圆内。

（此题不要求在答题卡上画图）




21．本小题主要考查直线、圆和椭圆等平面解析几何的基础知识，考查综合运用数学知识进行推理运算的能力和解决问题的能力。

解：（I）依题意得$\begin{cases}a=2c\\ \dfrac{a^2}{c}=4\end{cases}$解得$\begin{cases}a=2\\ c=1\end{cases}$ 从而 b=$\sqrt{3}$，

故椭圆方程为$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$。

（II）解法 1：由（I）得 A（-2，0），B（2，0）。设$M(x_{0,}y_0)$。

$\because M$点在椭圆上，$\therefore y_o^2=\dfrac{3}{4}\left(4-x_0^2\right)$。

又$M$点异于顶点$AB,\therefore -2\prec x_0\prec 2.$

曲 $P\cdot A\cdot M$ 三点共线可得 $P\left(4,\dfrac{6y_0}{x_0+2}\right)$.

从面 $\overrightarrow{BM}=\left(x_0-2,y_0\right),\overrightarrow{BP}=\left(2,\dfrac{6y_0}{x_0+2}\right)$.

$\therefore \overrightarrow{BM}\bullet\overrightarrow{BP}=2x_0-4+\dfrac{6y_0}{x_0+2}=\dfrac{2}{x_0+2}\left(x_0^2-4+3y_0^2\right)$.

将①式代入②式化简得 $\overrightarrow{BM}\bullet\overrightarrow{BP}=\dfrac{5}{2}\left(2-x_0\right)$

$\because 2-x_0>0$, $\therefore \overrightarrow{BM}\bullet\overrightarrow{BP}>0$. 于是 $\angle MBP$ 为锐角, 从而 $\angle MBN$ 为钝角, 故点 $B$ 在以 $MN$ 为直径的圆内.

**解法 2：** 由（Ⅰ）得 A（－2，0），B（2，0）. 设 P（4，$\lambda$）（$\lambda\neq 0$），M（$x_1$，$y_1$），N（$x_2$，$y_2$），则直线 AP 的方程为 $y=\dfrac{\lambda}{6}(x+2)$，直线 BP 的方程为 $y=\dfrac{\lambda}{2}(x-2)$。

$\because$ 点 M、N 分别在直线 AP、BP 上，

$\therefore y_1=\dfrac{\lambda}{6}$（$x_1$＋2），$y_2=\dfrac{\lambda}{2}$（$x_2$－2）. 从而 $y_1y_2=\dfrac{\lambda^2}{12}$（$x_1$＋2）（$x_2$－2）. ③

联立 $\begin{cases} y=\dfrac{\lambda}{6}(x+2), \\ \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1. \end{cases}$ 消去 y 得（27＋$\lambda^2$）$x^2$＋4$\lambda^2$x＋4（$\lambda^2$－27）＝0.

$\because x_1$，－2 是方程得两根，$\therefore$（－2）. $x_1=\dfrac{4(\lambda^2-27)}{\lambda^2+27}$，即 $x_1=\dfrac{2(27-\lambda^2)}{\lambda^2+27}$. ④

又 $\overrightarrow{BM}$. $\overrightarrow{BN}$ =（$x_1$－2, $y_1$）.（$x_2$－2, $y_2$）=（$x_1$－2）（$x_2$－2）＋$y_1y_2$. ⑤

于是由③、④式代入⑤式化简可得

$\overrightarrow{BM}$. $\overrightarrow{BN}=\dfrac{5\lambda^2}{\lambda^2+27}$（$x_2$－2）.

$\because$ N 点在椭圆上，且异于顶点 A、B，$\therefore x_2-2<0$.

又 $\because \lambda\neq 0$，$\therefore \dfrac{5\lambda^2}{\lambda^2+27}>0$, 从而 $\overrightarrow{BM}$. $\overrightarrow{BN}<0$.

故 $\angle MBN$ $\angle MBN$ 为钝角，即点 B 在以 MN 为直径的圆内.

**解法 3：** 由（Ⅰ）得 A（－2，0），B（2，0）. 设 M（$x_1$，$y_1$），N（$x_2$，$y_2$），则－2<$x_1$<2，

$-2<x_2<2$.又 MN 的中点 Q 的坐标为（$\dfrac{x_1+x_2}{2},\dfrac{y_1+y_2}{2}$），

$\therefore |BQ|^2-\dfrac{1}{4}|MN|^2=(\dfrac{x_1+x_2}{2}-2)^2+(\dfrac{y_1+y_2}{2})^2-\dfrac{1}{4}\left[(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2\right]$

化简得$|BQ|^2-\dfrac{1}{4}|MN|^2=(x_1-2)(x_2-2)+y_1y_2$. ⑥

直线 AP 的方程为$y=\dfrac{y_2}{x_1+2}(x+2)$，直线 BP 的方程为$y=\dfrac{y_2}{x_2-2}(x-2)$.

∵点 P 在准线 x＝4 上，

$\therefore \dfrac{6y_1}{x_1+2}=\dfrac{2y_2}{x_2-2}$，即$y_2=\dfrac{3(x_2-2)y_1}{x_1+2}$. ⑦

又∵M 点在椭圆上，$\therefore \dfrac{x_1^2}{4}+\dfrac{y_1^2}{3}=1$，即$y_1^2=\dfrac{3}{4}(4-x_1^2)$. ⑧

于是将⑦、⑧式化简可得$|BQ|^2-\dfrac{1}{4}|MN|^2=\dfrac{5}{4}(2-x_1)(x_2-2)<0$.

从而 B 在以 MN 为直径的圆内.