

2013年全国统一高考数学试卷（理科）（新课标Ⅱ）

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分。在每个小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. (5分) 已知集合 $M = \{x \mid (x - 1)^2 < 4, x \in \mathbb{R}\}$, $N = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$, 则 $M \cap N = (\quad)$

- A. $\{0, 1, 2\}$
B. $\{-1, 0, 1, 2\}$
C. $\{-1, 0, 2, 3\}$
D. $\{0, 1, 2, 3\}$

2. (5分) 设复数 z 满足 $(1-i)z=2i$, 则 $z=$ ()

- A. $-1+i$ B. $-1-i$ C. $1+i$ D. $1-i$

3. (5分) 等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 已知 $S_3=a_2+10a_1$, $a_5=9$, 则 $a_1=$ ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{9}$ D. $-\frac{1}{9}$

4. (5分) 已知 m, n 为异面直线, $m \perp$ 平面 α , $n \perp$ 平面 β . 直线 l 满足 $l \perp m$, $l \perp n$, $l \not\subset \alpha$, $l \not\subset \beta$, 则 ()

- A. $\alpha \parallel \beta$ 且 $l \parallel \alpha$ B. $\alpha \perp \beta$ 且 $l \perp \beta$
C. α 与 β 相交, 且交线垂直于 l D. α 与 β 相交, 且交线平行于 l

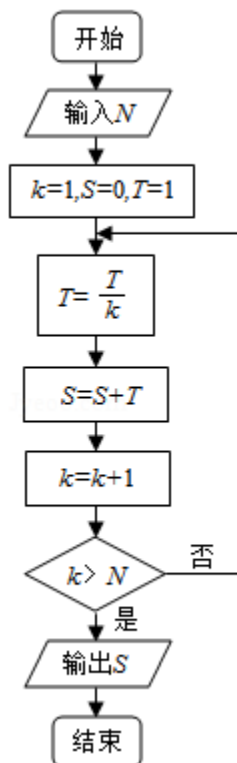
5. (5分) 已知 $(1+ax)(1+x)^5$ 的展开式中 x^2 的系数为5, 则 $a =$ ()

- A. -4 B. -3
C. -2 D. -1

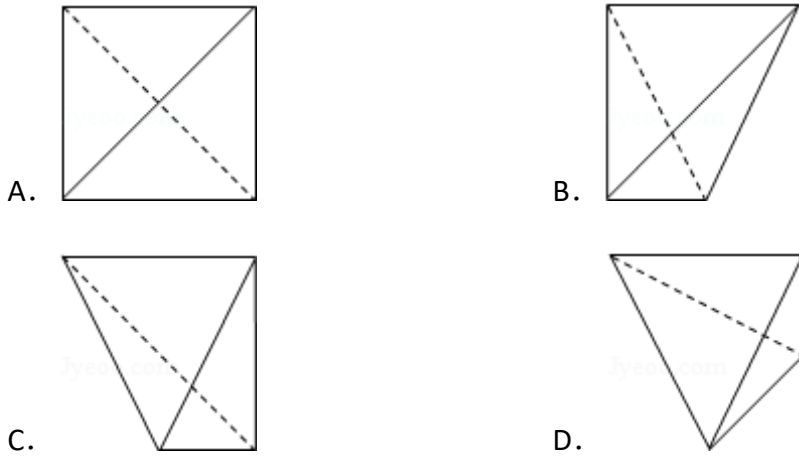
6. (5分) 执行右面的程序框图, 如果输入的 $N=10$, 那么输出的 $S=$ ()

- A. $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{10}$
- B. $1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \cdots + \frac{1}{10!}$
- C. $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{11}$
- D. $1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \cdots + \frac{1}{11!}$

7. (5分) 一个四面体的顶点在空间直角坐标系O - xyz中的



坐标分别是 $(1, 0, 1)$, $(1, 1, 0)$, $(0, 1, 1)$, $(0, 0, 0)$, 画该四面体三视图中的正视图时, 以 zOx 平面为投影面, 则得到正视图可以为 ()



8. (5分) 设 $a=\log_3 6$, $b=\log_5 10$, $c=\log_7 14$, 则 ()

- A. $c > b > a$ B. $b > c > a$ C. $a > c > b$ D. $a > b > c$

9. (5分) 已知 $a > 0$, 实数 x, y 满足: $\begin{cases} x \geq 1 \\ x+y \leq 3 \\ y \geq a(x-3) \end{cases}$, 若 $z=2x+y$ 的最小值为 1, 则 $a=$ ()

- A. 2 B. 1 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{4}$

10. (5分) 已知函数 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$, 下列结论中错误的是 ()

- A. $\exists x_0 \in \mathbb{R}, f(x_0) = 0$
 B. 函数 $y=f(x)$ 的图象是中心对称图形
 C. 若 x_0 是 $f(x)$ 的极小值点, 则 $f(x)$ 在区间 $(-\infty, x_0)$ 单调递减
 D. 若 x_0 是 $f(x)$ 的极值点, 则 $f'(x_0) = 0$

11. (5分) 设抛物线 $C: y^2=2px$ ($p > 0$) 的焦点为 F , 点 M 在 C 上, $|MF|=5$, 若以 MF 为直径的圆过点 $(0, 2)$, 则 C 的方程为 ()

- A. $y^2=4x$ 或 $y^2=8x$ B. $y^2=2x$ 或 $y^2=8x$
 C. $y^2=4x$ 或 $y^2=16x$ D. $y^2=2x$ 或 $y^2=16x$

12. (5分) 已知点 $A(-1, 0)$, $B(1, 0)$, $C(0, 1)$, 直线 $y=ax+b$ ($a > 0$) 将 $\triangle ABC$ 分割为面积相等的两部分, 则 b 的取值范围是 ()

- A. $(0, 1)$ B. $(1-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2})$ C. $(1-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{3}]$ D. $[\frac{1}{3}, \frac{1}{2})$

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分.

13. (5分) 已知正方形ABCD的边长为2, E为CD的中点, 则 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{BD}$ = _____.

14. (5分) 从n个正整数1, 2, ..., n中任意取出两个不同的数, 若取出的两数之和等于5的概率为 $\frac{1}{14}$, 则n=_____.

15. (5分) 设 θ 为第二象限角, 若 $\tan(\theta + \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2}$, 则 $\sin\theta + \cos\theta$ = _____.

16. (5分) 等差数列 $\{a_n\}$ 的前n项和为 S_n , 已知 $S_{10}=0$, $S_{15}=25$, 则 nS_n 的最小值为_____.

三. 解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤：

17. (12分) $\triangle ABC$ 在内角A、B、C的对边分别为a, b, c, 已知 $a = b\cos C + c\sin B$.

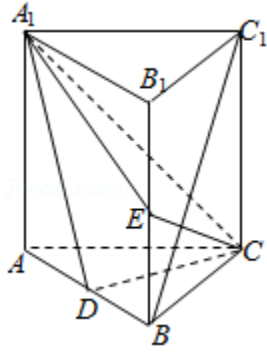
(I) 求B;

(II) 若 $b=2$, 求 $\triangle ABC$ 面积的最大值.

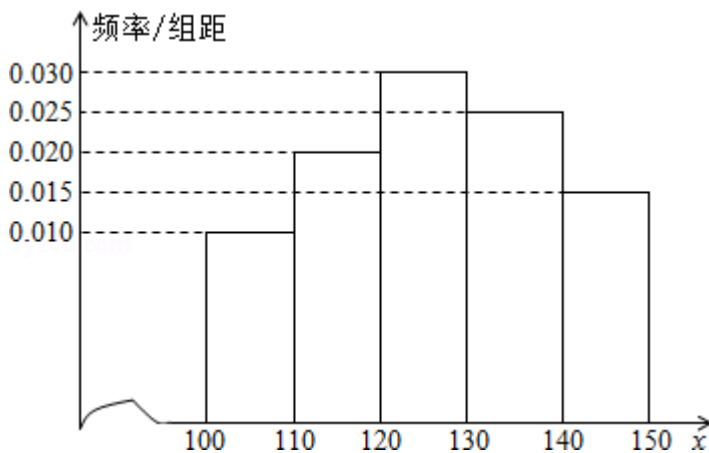
18. (12分) 如图, 直棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, D, E分别是AB, BB_1 的中点, $AA_1 = AC = CB = \frac{\sqrt{2}}{2}AB$.

(I) 证明: $BC_1 \parallel$ 平面 A_1CD

(II) 求二面角D - A_1C - E的正弦值.



19. (12分) 经销商经销某种农产品，在一个销售季度内，每售出1t该产品获利润500元，未售出的产品，每1t亏损300元. 根据历史资料，得到销售季度内市场需求量的频率分布直方图，如图所示. 经销商为下一个销售季度购进了130t该农产品. 以 x (单位: t, $100 \leq x \leq 150$) 表示下一个销售季度内的市场需求量， T (单位: 元) 表示下一个销售季度内经销该农产品的利润.



- (I) 将 T 表示为 x 的函数;
- (II) 根据直方图估计利润 T 不少于57000元的概率;
- (III) 在直方图的需求量分组中，以各组的区间中点值代表该组的各个值，并以需求量落入该区间的频率作为需求量取该区间中点值的概率 (例如: 若 $x \in [100, 110)$ 则取 $x=105$, 且 $x=105$ 的概率等于需求量落入 $[100, 110)$ 的频率, 求 T 的数学期望.

20. (12分) 平面直角坐标系 xOy 中, 过椭圆 $M: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 右焦点的直线 $x + y - \sqrt{3} = 0$ 交 M 于 A, B 两点, P 为 AB 的中点, 且 OP 的斜率为 $\frac{1}{2}$.
- (I) 求 M 的方程
- (II) C, D 为 M 上的两点, 若四边形 $ACBD$ 的对角线 $CD \perp AB$, 求四边形 $ACBD$ 面积的最大值.

21. (12分) 已知函数 $f(x) = e^x - \ln(x+m)$
- (I) 设 $x=0$ 是 $f(x)$ 的极值点, 求 m , 并讨论 $f(x)$ 的单调性;
- (II) 当 $m \leq 2$ 时, 证明 $f(x) > 0$.

