

2014年北京市高考数学试卷（文科）

一、选择题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项

1. (5分) 若集合 $A=\{0, 1, 2, 4\}$, $B=\{1, 2, 3\}$, 则 $A \cap B=$ ()

- A. $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ B. $\{0, 4\}$ C. $\{1, 2\}$
D. $\{3\}$

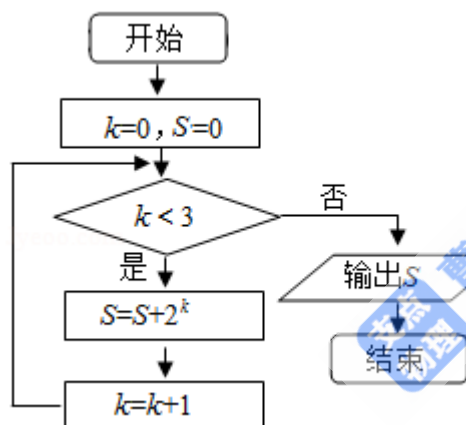
2. (5分) 下列函数中，定义域是 \mathbb{R} 且为增函数的是 ()

- A. $y=e^{-x}$ B. $y=x$ C. $y=\ln x$ D. $y=|x|$

3. (5分) 已知向量 $\vec{a}=(2, 4)$, $\vec{b}=(-1, 1)$, 则 $2\vec{a}-\vec{b}=$ ()

- A. $(5, 7)$ B. $(5, 9)$ C. $(3, 7)$ D. $(3, 9)$

4. (5分) 执行如图所示的程序框图，输出的S值为 ()



- A. 1 B. 3 C. 7 D. 15

5. (5分) 设 a, b 是实数，则“ $a > b$ ”是“ $a^2 > b^2$ ”的 ()

- A. 充分而不必要条件 B. 必要而不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分也不必要条件

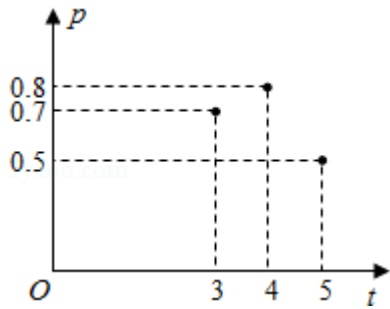
6. (5分) 已知函数 $f(x) = \frac{6}{x} - \log_2 x$, 在下列区间中，包含 $f(x)$ 零点的区间是 ()

- A. $(0, 1)$ B. $(1, 2)$ C. $(2, 4)$ D. $(4, +\infty)$

7. (5分) 已知圆 $C: (x-3)^2 + (y-4)^2 = 1$ 和两点 $A(-m, 0)$, $B(m, 0)$ ($m > 0$), 若圆 C 上存在点 P , 使得 $\angle APB = 90^\circ$, 则 m 的最大值为 ()

- A. 7 B. 6 C. 5 D. 4

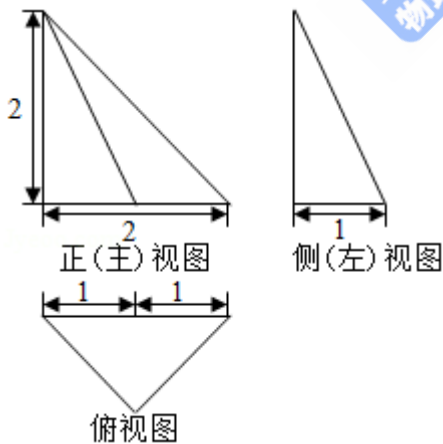
8. (5分) 加工爆米花时，爆开且不糊的粒数占加工总粒数的百分比称为“可食用率”，在特定条件下，可食用率 p 与加工时间 t （单位：分钟）满足函数关系 $p=at^2+bt+c$ （ a, b, c 是常数），如图记录了三次实验的数据，根据上述函数模型和实验数据，可以得到最佳加工时间为（ ）



- A. 3.50分钟 B. 3.75分钟 C. 4.00分钟 D. 4.25分钟

二、填空题共6小题，每小题5分，共30分.

9. (5分) 若 $(x+i)i = -1+2i$ ($x \in \mathbb{R}$)，则 $x =$ _____.
10. (5分) 设双曲线 C 的两个焦点为 $(-\sqrt{2}, 0)$ ， $(\sqrt{2}, 0)$ ，一个顶点是 $(1, 0)$ ，则 C 的方程为 _____.
11. (5分) 某三棱锥的三视图如图所示，则该三棱锥最长棱的棱长为 _____.



12. (5分) 在 $\triangle ABC$ 中， $a=1, b=2, \cos C = \frac{1}{4}$ ，则 $c =$ _____； $\sin A =$ _____.

13. (5分) 若 x, y 满足 $\begin{cases} y \leq 1 \\ x-y-1 \leq 0 \\ x+y-1 \geq 0 \end{cases}$ ，则 $z = \sqrt{3}x+y$ 的最小值为 _____.

14. (5分) 顾客请一位工艺师把A, B两件玉石原料各制成一件工艺品，工艺

师带一位徒弟完成这项任务，每件原料先由徒弟完成粗加工，再由师傅进行精加工完成制作，两件工艺品都完成后交付顾客，两件原料每道工序所需时间（单位：工作日）如下：

工序 时间 原料	粗加工	精加工
原料A	9	15
原料B	6	21

则最短交货期为_____个工作日。

三、解答题，共6小题，满分80分，解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

15. （13分）已知 $\{a_n\}$ 是等差数列，满足 $a_1=3$ ， $a_4=12$ ，数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1=4$ ， $b_4=20$ ，且 $\{b_n - a_n\}$ 为等比数列。

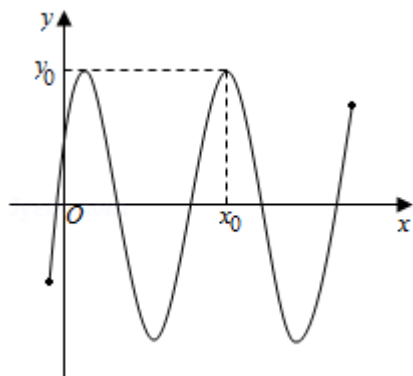
(1) 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式；

(2) 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和。

16. （13分）函数 $f(x) = 3\sin(2x + \frac{\pi}{6})$ 的部分图象如图所示。

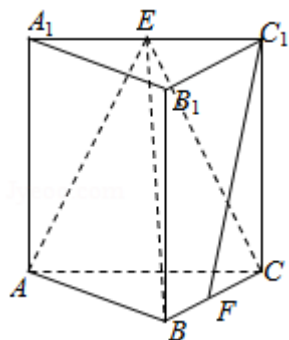
(I) 写出 $f(x)$ 的最小正周期及图中 x_0 ， y_0 的值；

(II) 求 $f(x)$ 在区间 $[-\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{12}]$ 上的最大值和最小值。



17. (14分) 如图, 在三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 侧棱垂直于底面, $AB \perp BC$, $AA_1 = AC = 2$, $BC = 1$, E 、 F 分别为 A_1C_1 、 BC 的中点.

- (1) 求证: 平面 $ABE \perp$ 平面 B_1BCC_1 ;
- (2) 求证: $C_1F \parallel$ 平面 ABE ;
- (3) 求三棱锥 $E - ABC$ 的体积.

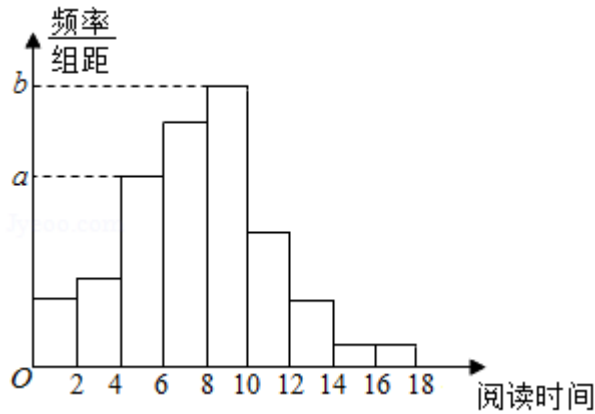


18. (13分) 从某校随机抽取100名学生, 获得了他们一周课外阅读时间(单位: 小时)的数据, 整理得到数据分组及频数分布表和频率分布直方图:

排号	分组	频数
1	$[0, 2)$	6
2	$[2, 4)$	8
3	$[4, 6)$	17
4	$[6, 8)$	22
5	$[8, 10)$	25

6	[10, 12)	12
7	[12, 14)	6
8	[14, 16)	2
9	[16, 18)	2
合计		100

- (I) 从该校随机选取一名学生，试估计这名学生该周课外阅读时间少于12小时的概率；
- (II) 求频率分布直方图中的a, b的值；
- (III) 假设同一组中的每个数据可用该组区间的中点值代替，试估计样本中的100名学生该周课外阅读时间的平均数在第几组（只需写结论）



19. (14分) 已知椭圆C: $x^2+2y^2=4$.

- (I) 求椭圆C的离心率；
- (II) 设O为原点，若点A在直线 $y=2$ 上，点B在椭圆C上，且 $OA \perp OB$ ，求线段AB长度的最小值.

20. (13分) 已知函数 $f(x) = 2x^3 - 3x$.

(I) 求 $f(x)$ 在区间 $[-2, 1]$ 上的最大值;

(II) 若过点 $P(1, t)$ 存在3条直线与曲线 $y=f(x)$ 相切, 求 t 的取值范围;

(III) 问过点 $A(-1, 2)$, $B(2, 10)$, $C(0, 2)$ 分别存在几条直线与曲线 $y=f(x)$ 相切? (只需写出结论)