

2018年全国统一高考数学试卷（文科）（全国新课标 I）

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. （5分）已知集合 $A=\{0, 2\}$ ， $B=\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ，则 $A \cap B=$ （ ）
- A. $\{0, 2\}$ B. $\{1, 2\}$
C. $\{0\}$ D. $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

2. （5分）设 $z=\frac{1-i}{1+i}+2i$ ，则 $|z|=$ （ ）
- A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. $\sqrt{2}$

3. （5分）某地区经过一年的新农村建设，农村的经济收入增加了一倍，实现翻番。为更好地了解该地区农村的经济收入变化情况，统计了该地区新农村建设前后农村的经济收入构成比例，得到如下饼图：



则下面结论中不正确的是（ ）

- A. 新农村建设后，种植收入减少
B. 新农村建设后，其他收入增加了一倍以上
C. 新农村建设后，养殖收入增加了一倍
D. 新农村建设后，养殖收入与第三产业收入的总和超过了经济收入的一半
4. （5分）已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的一个焦点为 $(2, 0)$ ，则 C 的离心率为（ ）
- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
5. （5分）已知圆柱的上、下底面的中心分别为 O_1, O_2 ，过直线 O_1O_2 的平面截该圆柱所得的截面是面积为8的正方形，则该圆柱的表面积为（ ）

- A. $12\sqrt{2}\pi$ B. 12π C. $8\sqrt{2}\pi$ D. 10π

6. (5分) 设函数 $f(x) = x^3 + (a-1)x^2 + ax$. 若 $f(x)$ 为奇函数, 则曲线 $y=f(x)$ 在点 $(0, 0)$ 处的切线方程为 ()

- A. $y = -2x$ B. $y = -x$ C. $y = 2x$ D. $y = x$

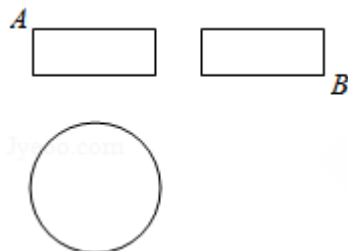
7. (5分) 在 $\triangle ABC$ 中, AD 为 BC 边上的中线, E 为 AD 的中点, 则 $\overrightarrow{EB} =$ ()

- A. $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ B. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$ C. $\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ D. $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$

8. (5分) 已知函数 $f(x) = 2\cos^2 x - \sin^2 x + 2$, 则 ()

- A. $f(x)$ 的最小正周期为 π , 最大值为 3
 B. $f(x)$ 的最小正周期为 π , 最大值为 4
 C. $f(x)$ 的最小正周期为 2π , 最大值为 3
 D. $f(x)$ 的最小正周期为 2π , 最大值为 4

9. (5分) 某圆柱的高为 2, 底面周长为 16, 其三视图如图. 圆柱表面上的点 M 在正视图上的对应点为 A , 圆柱表面上的点 N 在左视图上的对应点为 B , 则在此圆柱侧面上, 从 M 到 N 的路径中, 最短路径的长度为 ()



- A. $2\sqrt{17}$ B. $2\sqrt{5}$ C. 3 D. 2

10. (5分) 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = BC = 2$, AC_1 与平面 BB_1C_1C 所成的角为 30° , 则该长方体的体积为 ()

- A. 8 B. $6\sqrt{2}$ C. $8\sqrt{2}$ D. $8\sqrt{3}$

11. (5分) 已知角 α 的顶点为坐标原点, 始边与 x 轴的非负半轴重合, 终边上有两点 $A(1, a)$, $B(2, b)$, 且 $\cos 2\alpha = \frac{2}{3}$, 则 $|a - b| =$ ()

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ D. 1

12. (5分) 设函数 $f(x) = \begin{cases} 2^{-x}, & x \leq 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$, 则满足 $f(x+1) < f(2x)$ 的 x 的取值范

围是 ()

- A. $(-\infty, -1]$ B. $(0, +\infty)$ C. $(-1, 0)$ D. $(-\infty, 0)$

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13. (5分) 已知函数 $f(x) = \log_2(x^2 + a)$ ，若 $f(3) = 1$ ，则 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

14. (5分) 若 x, y 满足约束条件
$$\begin{cases} x - 2y - 2 \leq 0 \\ x - y + 1 \geq 0 \\ y \leq 0 \end{cases}$$
，则 $z = 3x + 2y$ 的最大值为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

15. (5分) 直线 $y = x + 1$ 与圆 $x^2 + y^2 + 2y - 3 = 0$ 交于 A, B 两点，则 $|AB| = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

16. (5分) $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c. 已知 $b \sin C + c \sin B = 4a \sin B \sin C$, $b^2 + c^2 - a^2 = 8$ ，则 $\triangle ABC$ 的面积为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

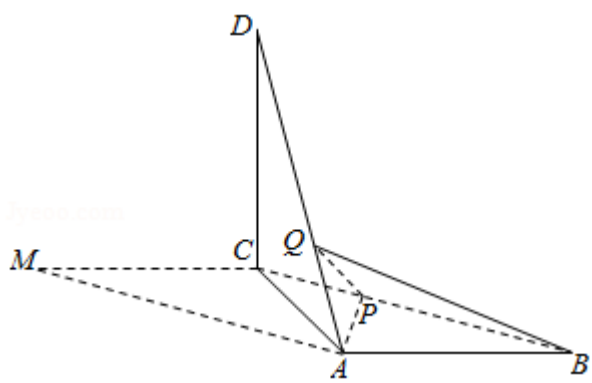
三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17~21

题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根据要求作答。(一) 必考题：共60分。

17. (12分) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, $na_{n+1} = 2(n+1)a_n$ ，设 $b_n = \frac{a_n}{n}$ 。

- (1) 求 b_1, b_2, b_3 ;
- (2) 判断数列 $\{b_n\}$ 是否为等比数列，并说明理由;
- (3) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式.

18. （12分）如图，在平行四边形ABCM中， $AB=AC=3$ ， $\angle ACM=90^\circ$ ，以AC为折痕将 $\triangle ACM$ 折起，使点M到达点D的位置，且 $AB \perp DA$.
- （1）证明：平面ACD $\perp$ 平面ABC；
- （2）Q为线段AD上一点，P为线段BC上一点，且 $BP=DQ=\frac{2}{3}DA$ ，求三棱锥Q - ABP的体积.



19. （12分）某家庭记录了未使用节水龙头50天的日用水量数据（单位： m^3 ）和使用了节水龙头50天的日用水量数据，得到频数分布表如下：
- 未使用节水龙头50天的日用水量频数分布表

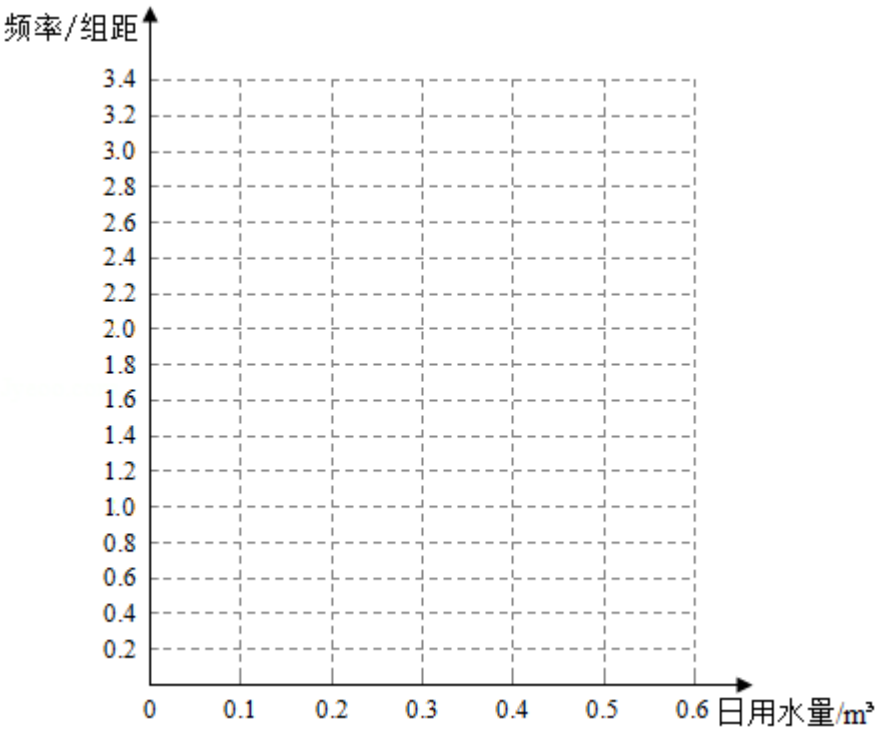
日用水量	[0, 0.1)	[0.1, 0.2)	[0.2, 0.3)	[0.3, 0.4)	[0.4, 0.5)	[0.5, 0.6)	[0.6, 0.7)
频数	1	3	2	4	9	26	5

使用了节水龙头50天的日用水量频数分布表

日用水量	[0, 0.1)	[0.1, 0.2)	[0.2, 0.3)	[0.3, 0.4)	[0.4, 0.5)	[0.5, 0.6)

频数	1	5	13	10	16	5
----	---	---	----	----	----	---

(1) 作出使用了节水龙头50天的日用水量数据的频率分布直方图；



- (2) 估计该家庭使用节水龙头后，日用水量小于 0.35m^3 的概率；
- (3) 估计该家庭使用节水龙头后，一年能节省多少水？（一年按365天计算，同一组中的数据以这组数据所在区间中点的值作代表）

20. （12分）设抛物线C: $y^2=2x$ ，点A（2，0），B（-2，0），过点A的直线l与C交于M，N两点.

- (1) 当l与x轴垂直时，求直线BM的方程；
- (2) 证明: $\angle ABM=\angle ABN$.

21. (12分) 已知函数 $f(x) = ae^x - \ln x - 1$.

(1) 设 $x=2$ 是 $f(x)$ 的极值点, 求 a , 并求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 证明: 当 $a \geq \frac{1}{e}$ 时, $f(x) \geq 0$.

(二) 选考题: 共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答。如果多做, 则按所做的第一题计分。[选修4-4: 坐标系与参数方程] (10分)

22. (10分) 在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的方程为 $y=k|x|+2$. 以坐标原点为极点, x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C_2 的极坐标方程为 $\rho^2+2\rho\cos\theta-3=0$.

(1) 求 C_2 的直角坐标方程;

(2) 若 C_1 与 C_2 有且仅有三个公共点, 求 C_1 的方程.

[选修4-5: 不等式选讲] (10分)

23. 已知 $f(x) = |x+1| - |ax-1|$.

(1) 当 $a=1$ 时, 求不等式 $f(x) > 1$ 的解集;

(2) 若 $x \in (0, 1)$ 时不等式 $f(x) > x$ 成立, 求 a 的取值范围.