

2010年普通高等学校招生全国统一考试（广东A卷）
数学（理科）

一、

选择题：本大题共8小题，每小题5分，满分40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 若集合 $A = \{x \mid -2 < x < 1\}$, $B = \{x \mid 0 < x < 2\}$ 则集合 $A \cap B =$

A. $\{x \mid -1 < x < 1\}$ B. $\{x \mid -2 < x < 1\}$

C. $\{x \mid -2 < x < 2\}$ D. $\{x \mid 0 < x < 1\}$

2. 若复数 $z_1 = 1 + i$, $z_2 = 3 - i$, 则 $z_1 \cdot z_2 =$

A. 4 B. $2 + i$ C. $2 + 2i$ D. 3

3. 若函数 $f(x) = 3^x + 3^{-x}$ 与 $g(x) = 3^x - 3^{-x}$ 的定义域均为 \mathbb{R} , 则

A. $f(x)$ 与 $g(x)$ 均为偶函数 B. $f(x)$ 为偶函数, $g(x)$ 为奇函数

A. $f(x)$ 与 $g(x)$ 均为奇函数 B. $f(x)$ 为奇函数, $g(x)$ 为偶函数

4. 已知 $\{a_n\}$ 为等比数列, S_n 是它的前 n 项和. 若 $a_2 \cdot a_3 = 2a_1$,

且 a_4 与 $2a_7$ 的等差中项为 $\frac{5}{4}$, 则 $S_5 =$

A. 35 B. 33 C. 31 D. 29

5. “ $m < \frac{1}{4}$ ”是“一元二次方程 $x^2 + x + m = 0$ ”有实数解“的

A. 充分非必要条件 B. 充分必要条件

C. 必要非充分条件 D. 非充分必要条件

6. 如图1, $\triangle ABC$ 为三角形, $AA' \parallel BB' \parallel CC'$, $CC' \perp$ 平面 ABC 且 $3AA' = \frac{3}{2}BB' = CC' = AB$, 则多面体 $\triangle ABC - A'B'C'$ 的正视图 (也称主视图) 是

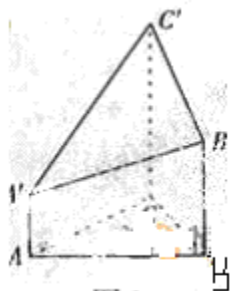
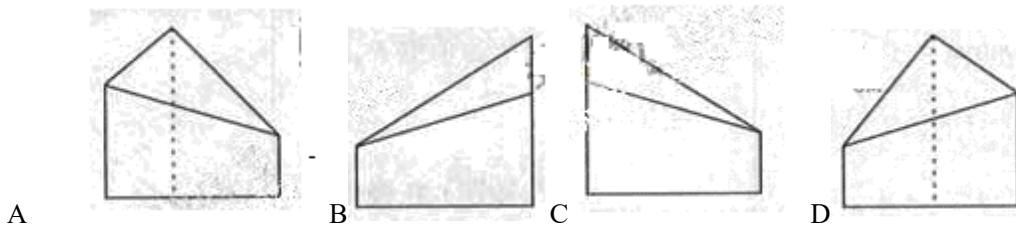


图 1

7. 已知随机变量X服从正态分布N(3,1), 且 $p(2 \leq X \leq 4) = 0.6826$, 则 $p(X > 4) =$

- A. 0.1588 B. 0.1587 C. 0.1586 D. 0.1585

8. 为了迎接2010年广州亚运会, 某大楼安装5个彩灯, 它们闪亮的顺序不固定, 每个彩灯彩灯闪亮只能是红、橙、黄、绿、蓝中的一种颜色, 且这5个彩灯商量的颜色各不相同

。记这这5个彩灯有序地闪亮一次为一个闪烁, 在每个闪烁中, 每秒钟有且仅有一个彩灯闪亮, 而相邻两个闪烁的时间间隔均为5秒。如果要实现所有不同的闪烁, 那么需要的时间至少是

- A. 1205秒 B. 1200秒 C. 1195秒 D. 1190秒

二、填空题: 本大题共7小题, 考生作答6小题, 每小题5分, 满分30分。

(一) 必做题 (9-13题)

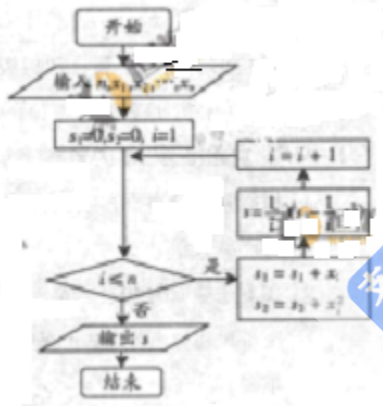
9. 函数 $f(x) = \lg(x-2)$ 的定义域是_____.

10. 若向量 $\vec{a} = (1, 1, x)$, $\vec{b} = (1, 2, 1)$, $\vec{c} = (1, 1, 1)$, 满足条件 $(\vec{c} - \vec{a}) \cdot (2\vec{b}) = -2$, 则 $x =$ _____.

11. 已知a, b, c分别是 $\triangle ABC$ 的三个内角A, B, C所对的边, 若 $a=1$, $b=\sqrt{3}$, $A+C=2B$, 则 $\sin C =$ _____.

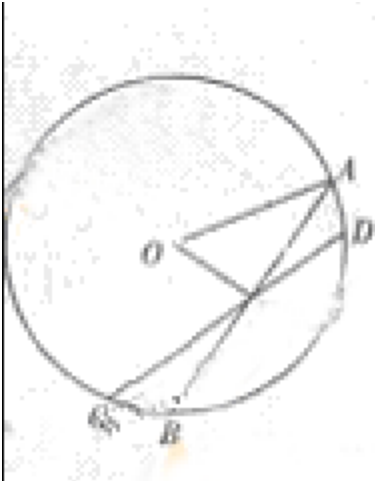
12. 已知圆心在x轴上, 半径为 $\sqrt{2}$ 的圆O位于y轴左侧, 且与直线 $x+y=0$ 相切, 则圆O的方程是_____.

13. 某城市缺水问题比较突出, 为了制定节水管理办法, 对全市居民某年的月均用水量进行了抽样调查, 其中n位居民的月均用水量分别为 $x_1 \dots x_n$ (单位: 吨), 根据图2所示的程序框图, 若 $n=2$, 且 x_1, x_2 分别为1, 2, 则输出地结果s为_____.



14. (几何证明选讲选做题) 如图3, AB, CD是半径为a的圆O的两条弦, 它们相交

于AB的中点P, $PD = \frac{2a}{3}$, $\angle OAP = 30^\circ$, 则 $CP =$ _____.



15、(坐标系与参数方程选做题) 在极坐标系 (ρ, θ) ($0 \leq \theta < 2\pi$) 中, 曲线 $\rho = 2\sin\theta$ 与 $\rho\cos\theta = -1$ 的交点的极坐标为_____。

三、解答题: 本大题共6小题, 满分80分。解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤。

16、(本小题满分14分)

已知函数 $f(x) = A\sin(3x + \varphi)$ ($A > 0, x \in (-\infty, +\infty), 0 < \varphi < \pi$) 在 $x = \frac{\pi}{12}$ 时取得最大值4

(1) 求 $f(x)$ 的最小正周期;

(2) 求 $f(x)$ 的解析式;

(3) 若 $f\left(\frac{2}{3}\alpha + \frac{\pi}{12}\right) = \frac{12}{5}$, 求 $\sin\alpha$

17.(本小题满分12分)

某食品厂为了检查一条自动包装流水线的生产情况, 随即抽取该流水线上40件产品作为样本算出他们的重量(单位: 克)重量的分组区间为 $(490, 495]$, $(495, 500]$, $(510, 515]$, 由此得到样本的频率分布直方图, 如图4所示。

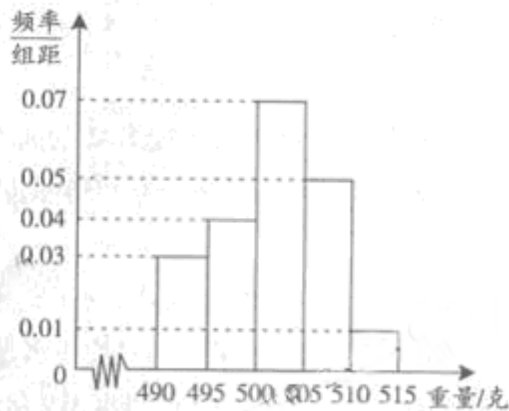


图4

(1) 根据频率分布直方图, 求重量超过505克的产品数量。

(2)

在上述抽取的40件产品中任取2件，设Y为重量超过505克的产品数量，求Y的分布列。

(3) 从流水线上任取5件产品，求恰有2件产品合格的重量超过505克的概率。

18. (本小题满分14分)

如图5, $\frac{1}{2}AC$ 是半径为a的半圆, AC为直径, 点E为 $\frac{1}{2}AC$ 的中点, 点B和点C为线段AD的三等分点. 平面AEC外一点F满足 $FB=FD=\sqrt{5}a$, $FE=\sqrt{6}a$

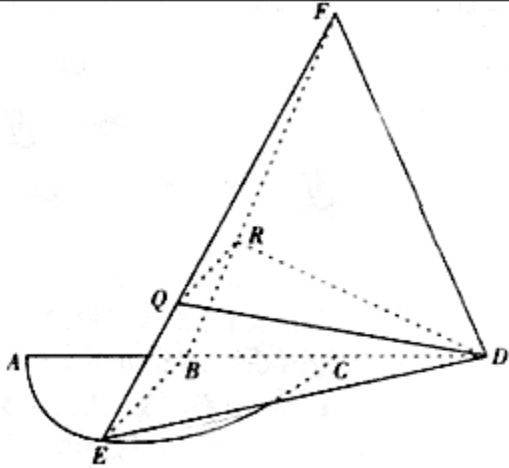


图5

(1) 证明: $EB \perp FD$;

(2) 已知点Q,R分别为线段FE,FB上的点, 使得 $BQ = \frac{2}{3}FE$, $FR = \frac{2}{3}FB$, 求平面BED与平面RQD所成二面角的正弦值。

19. (本小题满分12分)

某营养师要为某个儿童预定午餐和晚餐。已知一个单位的午餐含12个单位的碳水化合物6个单位蛋白质和6个单位的维生素C; 一个单位的晚餐含8个单位的碳水化合物, 6个单位的蛋白质和10个单位的维生素C. 另外, 该儿童这两餐需要的营养中至少含64个单位的碳水化合物, 42个单位的蛋白质和54个单位的维生素C.

如果一个单位的午餐、晚餐的费用分别是2.5元和4元, 那么要满足上述的营养要求, 并且花费最少, 应当为该儿童分别预定多少个单位的午餐和晚餐?

20. (本小题满分为14分)

一直双曲线 $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$

的左、右顶点分别为 A_1, A_2 , 点 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_1, -y_1)$ 是双曲线上不同的两个动点

(1) 求直线 A_1P 与 A_2Q 交点的轨迹 E 的方程式;

(2) 若点 $H(O, h)$ ($h > 1$) 的两条直线 l_1 和 l_2 与轨迹 E 都只有一个交点, 且 $l_1 \perp l_2$, 求 h 的值。

21. (本小题满分14分)

设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 是平面直角坐标系 xOy 上的两点, 先定义由点 A 到点 B 的一种折线距离 $p(A, B)$ 为

$$P(A, B) = |x_2 - x_1| + |y_2 - y_1|$$

对于平面 xOy 上给定的不同的两点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$

(1) 若点 $C(x, y)$ 是平面 xOy 上的点, 试证明 $P(A, C) + P(C, B) \geq P(A, B)$;

(2) 在平面 xOy 上是否存在点 $C(x, y)$, 同时满足

1. ① $P(A, C) + P(C, B) = P(A, B)$ ② $P(A, C) = P(C, B)$

若存在, 请求所给出所有符合条件的点; 若不存在, 请予以证明。

2010年普通高等学校招生全国统一考试(广东卷)

数学(理科) 参考答案

一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，满分40分.

1. D. 【解析】 $A \cap B = \{x | -2 < x < 1\} \cap \{x | 0 < x < 2\} = \{x | 0 < x < 1\}$.

2. A. 【解析】 $z_1 \cdot z_2 = (1+i) \cdot (3-i) = 1 \times 3 + 1 \times 1 + (3-1)i = 4 + 2i$

3. B. 【解析】 $f(-x) = 3^{-x} + 3^x = f(x), g(-x) = 3^{-x} - 3^x = -g(x)$.

4. C. 【解析】 设 $\{a_n\}$ 的公比为 q ，则由等比数列的性质知， $a_2 \cdot a_3 = a_1 \cdot a_4 = 2a_1$ ，即 $a_4 = 2$ 。

由 a_4 与 $2a_7$ 的等差中项为 $\frac{5}{4}$ 知， $a_4 + 2a_7 = 2 \times \frac{5}{4}$ ， $\therefore a_7 = \frac{1}{2}(2 \times \frac{5}{4} - a_4) = \frac{1}{4}$ 。

$$\therefore q^3 = \frac{a_7}{a_4} = \frac{1}{8}, \text{ 即 } q = \frac{1}{2}. \quad a_4 = a_1 q^3 = a_1 \times \frac{1}{8} = 2, \therefore a_1 = 16, \quad S_5 = \frac{16(1 - \frac{1}{2^5})}{1 - \frac{1}{2}} = 31.$$

5. A. 【解析】 由 $x^2 + x + m = 0$ 知， $(x + \frac{1}{2})^2 = \frac{1-4m}{4} \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{1}{4}$ 。

(或由 $\Delta \geq 0$ 得 $1-4m \geq 0$ ， $\therefore m \leq \frac{1}{4}$ 。) $m < \frac{1}{4} \Rightarrow m \leq \frac{1}{4}$ ，反之不成立，故选A。

6. D.

7. B. 【解析】 $P(X > 4) = \frac{1}{2}[1 - P(2 < X < 4)] = \frac{1}{2}(1 - 0.6826) = 0.1587$.

8. C. 【解析】 共有 $5! = 120$ 个不同的闪烁，每个闪烁时间为5秒，共 $5 \times 120 = 600$ 秒；每两个闪烁之间的间隔为5秒，共 $5 \times (120 - 1) = 595$ 秒。那么需要的时间至少是 $600 + 595 = 1195$ 秒。

二、填空题：本大题共7小题，考生作答6小题，每小题5分，满分30分.

9. $(2, +\infty)$. 【解析】 由 $x - 2 > 0$ ，得 $x > 2$ ，所以函数的定义域为 $(2, +\infty)$ 。

10. 2. 【解析】 $\vec{c} - \vec{a} = (0, 0, 1-x)$ ， $(\vec{c} - \vec{a}) \cdot (2\vec{b}) = 2(0, 0, 1-x) \cdot (1, 2, 1) = 2(1-x) = -2$ ，解得 $x = 2$ 。

11. 1. 【解析】 由 $A+C=2B$ 及 $A+B+C=180^\circ$ 知， $B=60^\circ$ 。

$=60^\circ$. 由正弦定理知, $\frac{1}{\sin A} = \frac{\sqrt{3}}{\sin 60^\circ}$,

即 $\sin A = \frac{1}{2}$. 由 $a < b$ 知, $A < B = 60^\circ$, 则 $A = 30^\circ$, $C = 180^\circ - A - B = 90^\circ$

于是 $\sin C = \sin 90^\circ = 1$.

12. $(x+2)^2 + y^2 = 2$. 【解析】设圆心为 $(a,0)(a < 0)$, 则 $r = \frac{|a+2 \times 0|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \sqrt{2}$, 解得

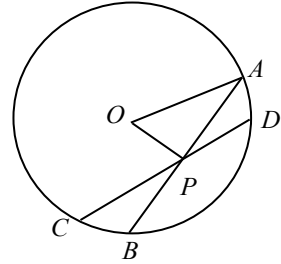
$a = -2$.

13. $\frac{1}{4}$. 14. $\frac{9}{8}a$. 【解析】因为点P是AB的中点, 由垂径定理知, $OP \perp AB$.

在 $Rt\triangle OPA$ 中, $BP = AP = a \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}a$.

由相交弦定理知, $BP \cdot AP = CP \cdot DP$,

即 $\frac{\sqrt{3}}{2}a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}a = CP \cdot \frac{2}{3}a$, 所以 $CP = \frac{9}{8}a$.



15. $(\sqrt{2}, \frac{3\pi}{4})$. 【解法1】两条曲线的普通方程分别为 $x^2 + y^2 = 2y, x = -1$. 解得 $\begin{cases} x = -1, \\ y = 1. \end{cases}$

由 $\begin{cases} x = \rho \cos \theta, \\ y = \rho \sin \theta \end{cases}$ 得点 $(-1,1)$ 的极坐标为 $(\sqrt{2}, \frac{3\pi}{4})$.

【解法2】由 $\begin{cases} \rho = 2 \sin \theta \\ \rho \cos \theta = -1 \end{cases}$ 得 $\sin 2\theta = -\frac{1}{2}$, $0 \leq \theta < 2\pi \therefore 0 \leq 2\theta < 4\pi$,

$\therefore 2\theta = \frac{3\pi}{2}$ 或 $2\theta = \frac{3\pi}{2} + 2\pi$, $\therefore \theta = \frac{3\pi}{4}$ 或 $\frac{7\pi}{4}$ (舍), 从而 $\rho = \sqrt{2}$, 交点坐标为 $(\sqrt{2}, \frac{3\pi}{4})$

。三、解答题：本大题共6小题，满分80分。解答须写出文字说明、证明过程和演算步骤。

16. 解: (1) $T = \frac{2\pi}{3}$;

(2) 由 $f(x)$ 的最大值是 4 知, $A = 4$,

$$f(x)_{\max} = f\left(\frac{\pi}{12}\right) = 4 \sin\left(3 \times \frac{\pi}{12} + \varphi\right) = 4, \text{ 即 } \sin\left(\frac{\pi}{4} + \varphi\right) = 1,$$

$$\because 0 < \varphi < \pi, \therefore \frac{\pi}{4} < \frac{\pi}{4} + \varphi < \frac{5\pi}{4}. \therefore \frac{\pi}{4} + \varphi = \frac{\pi}{2}, \therefore \varphi = \frac{\pi}{4}.$$

$$\therefore f(x) = 4 \sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right);$$

(3) $f\left(\frac{2}{3}\alpha + \frac{\pi}{12}\right) = 4 \sin\left[3\left(\frac{2}{3}\alpha + \frac{\pi}{12}\right) + \frac{\pi}{4}\right] = \frac{12}{5}$, 即 $\sin\left[3\left(\frac{2}{3}\alpha + \frac{\pi}{12}\right) + \frac{\pi}{4}\right] = \frac{3}{5}$,

$$\sin\left(2\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{3}{5}, \cos 2\alpha = \frac{3}{5}, 1 - 2\sin^2 \alpha = \frac{3}{5}, \sin^2 \alpha = \frac{1}{5}, \sin \alpha = \pm \frac{\sqrt{5}}{5}.$$

17. (1) 重量超过 505 克的产品数量是

$$40 \times (0.05 \times 5 + 0.01 \times 5) = 12 \text{ 件};$$

(2) Y 的所有可能取值为 0, 1, 2;

$$P(Y=0) = \frac{C_{28}^2}{C_{40}^2} = \frac{63}{130}, P(Y=1) = \frac{C_{12}^1 C_{28}^1}{C_{40}^2} = \frac{56}{130}, P(Y=2) = \frac{C_{12}^2}{C_{40}^2} = \frac{11}{130},$$

Y 的分布列为

| | | | |
|-----|------------------|------------------|------------------|
| Y | 0 | 1 | 2 |
| P | $\frac{63}{130}$ | $\frac{56}{130}$ | $\frac{11}{130}$ |

(3) 从流水线上任取 5 件产品, 恰有 2 件产品合格的重量超过 505 克的概率为

$$\frac{C_{12}^2 C_{28}^3}{C_{40}^5} = \frac{\frac{12 \times 11}{2 \times 1} \times \frac{28 \times 27 \times 26}{3 \times 2 \times 1}}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = \frac{21 \times 11}{37 \times 19} = \frac{231}{703}.$$

18. (1) 证明:

连结 CF , 因为 $\overset{1}{AEC}$ 是半径为 a 的半圆, AC 为直径, 点 E 为 $\overset{2}{AC}$ 的中点, 所以 $EB \perp AC$.

$$\text{在 } \triangle BCE \text{ 中, } EC = \sqrt{BC^2 + BE^2} = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2}a.$$

在 $\triangle BDF$ 中, $BF = DF = \sqrt{5}a$, $\triangle BDF$ 为等腰三角形, 且点 C 是底边 BD 的中点, 故

$CF \perp BD$ 。

在 $\triangle CEF$ 中, $CE^2 + CF^2 = (\sqrt{2}a)^2 + (2a)^2 = 6a^2 = EF^2$, 所以 $\triangle CEF$ 为 $Rt\triangle$, 且 $CF \perp EC$ 。

因为 $CF \perp BD$, $CF \perp EC$, 且 $CE \cap BD = C$, 所以 $CF \perp$ 平面 BED , 而 $EB \subset$ 平面 BED , $\therefore CF \perp EB$ 。

因为 $EB \perp AC$, $EB \perp CF$, 且 $AC \cap CF = C$, 所以 $EB \perp$ 平面 BDF , 而 $FD \subset$ 平面 BDF , $\therefore EB \perp FD$ 。

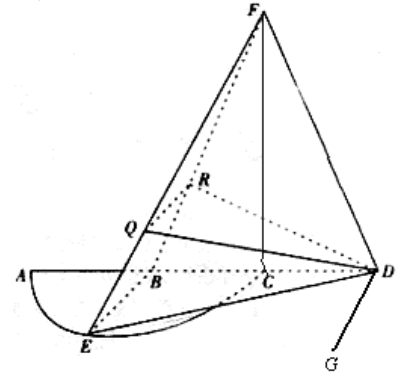
(2) 设平面 BED 与平面 RQD 的交线为 DG 。

由 $FQ = \frac{2}{3}FE$, $FR = \frac{2}{3}FB$, 知 $QR \parallel EB$ 。

而 $EB \subset$ 平面 BDE , $\therefore QR \parallel$ 平面 BDE ,

而平面 $BDE \cap$ 平面 $RQD = DG$, $\therefore QR \parallel DG \parallel EB$ 。

由 (1) 知, $BE \perp$ 平面 BDF , $\therefore DG \perp$ 平面 BDF , 而 $DR, DB \subset$ 平面 BDF , $\therefore DG \perp DR$, $DG \perp DQ$, $\therefore \angle RDB$ 是平面 BED 与平面 RQD 所成二面角的平面角。



在 $Rt\triangle BCF$ 中, $CF = \sqrt{BF^2 - BC^2} = \sqrt{(\sqrt{5}a)^2 - a^2} = 2a$,

$$\sin \angle RBD = \frac{FC}{BF} = \frac{2a}{\sqrt{5}a} = \frac{2}{\sqrt{5}}, \quad \cos \angle RBD = \sqrt{1 - \sin^2 \angle RBD} = \frac{1}{\sqrt{5}}.$$

在 $\triangle BDR$ 中, 由 $FR = \frac{2}{3}FB$ 知, $BR = \frac{1}{3}FB = \frac{\sqrt{5}a}{3}$,

由余弦定理得, $RD = \sqrt{BD^2 + BR^2 - 2BD \cdot BR \cos \angle RBD}$

$$= \sqrt{(2a)^2 + \left(\frac{\sqrt{5}a}{3}\right)^2 - 2 \cdot 2a \cdot \frac{\sqrt{5}a}{3} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}}} = \frac{\sqrt{29}}{3}a$$

由正弦定理得, $\frac{BR}{\sin \angle RDB} = \frac{RD}{\sin \angle RBD}$, 即 $\frac{\frac{\sqrt{5}}{3}a}{\sin \angle RDB} = \frac{\frac{\sqrt{29}}{3}a}{\frac{2}{\sqrt{5}}}$,

$$\sin \angle RDB = \frac{2\sqrt{29}}{29}.$$

故平面 BED 与平面 RQD 所成二面角的正弦值为 $\frac{2\sqrt{29}}{29}$ 。

19. 解: 设为该儿童分别预订 x, y 个单位的午餐和晚餐, 共花费 z 元, 则 $z = 2.5x + 4y$, 且

y

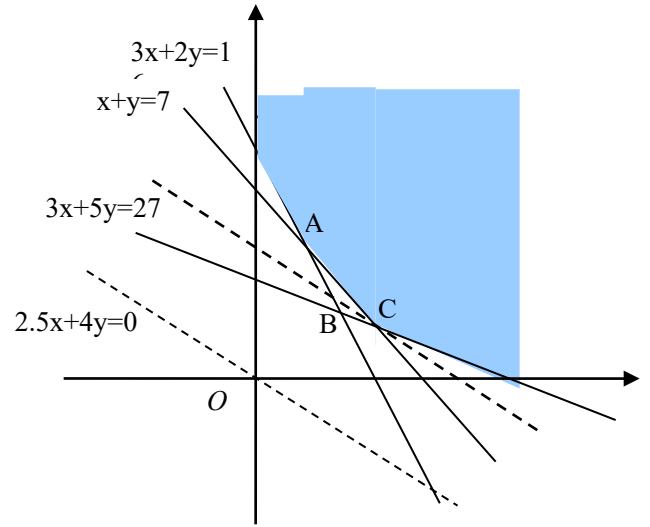
满足以下条件

$$\begin{cases} 12x+8y \geq 64 \\ 6x+6y \geq 42 \\ 6x+10y \geq 54 \\ x, y \geq 0 \end{cases} \quad \text{即} \quad \begin{cases} 3x+2y \geq 16 \\ x+y \geq 7 \\ 3x+5y \geq 27 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$$

作直线 $l: 2.5x+4y=0$, 平移直线 l 至 l_0 ,
当 l_0 经过 C 点时, 可使 z 达到最小值。

$$\text{由} \begin{cases} 3x+5y=27 \\ x+y=7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=3 \end{cases} \text{即 } C(4,3),$$

此时 $z = 2.5 \times 4 + 4 \times 3 = 22$,
答:



午餐和晚餐分别预定4个单位和3个单位, 花费最少 $z=22$ 元。

20. (1) 解: 由 A_1, A_2 为双曲线的左右顶点知, $A_1(-\sqrt{2}, 0), A_2(\sqrt{2}, 0)$,

$$A_1P: y = \frac{y_1}{x_1 + \sqrt{2}}(x + \sqrt{2}), \quad A_2Q: y = \frac{-y_1}{x_1 - \sqrt{2}}(x - \sqrt{2}), \quad \text{两式相乘 } y^2 = \frac{-y_1^2}{x_1^2 - 2}(x^2 - 2),$$

因为点 $P(x_1, y_1)$ 在双曲线上, 所以 $\frac{x_1^2}{2} - y_1^2 = 1$, 即 $\frac{y_1^2}{x_1^2 - 2} = \frac{1}{2}$, 故 $y^2 = -\frac{1}{2}(x^2 - 2)$,

所以 $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$, 即直线 A_1P 与 A_2Q 交点的轨迹 E 的方程为 $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$.

(2) 解法1: 设 $l_1: y = kx + h$, 则由 $l_1 \perp l_2$ 知, $l_2: y = -\frac{1}{k}x + h$. 将 $l_1: y = kx + h$ 代入

$$\frac{x^2}{2} + y^2 = 1 \text{ 得}$$

$$\frac{x^2}{2} + (kx + h)^2 = 1, \text{ 即 } (1 + 2k^2)x^2 + 4k hx + 2h^2 - 2 = 0,$$

由 l_1 与 E 只有一个交点知, $\Delta = 16k^2h^2 - 4(1 + 2k^2)(2h^2 - 2) = 0$, 即 $1 + 2k^2 = h^2$.

同理, 由 l_2 与 E 只有一个交点知, $1 + 2 \cdot \frac{1}{k^2} = h^2$, 消去 h^2 得 $\frac{1}{k^2} = k^2$, 即 $k^2 = 1$,

从而 $h^2 = 1 + 2k^2 = 3$, 又 $Qh > 1$, $\therefore h = \sqrt{3}$.

解法2: 由题意知直线 l_1 和 l_2 都是椭圆 E 的切线, 由对称性知, 两直线的倾斜角分别为 45°

和 135° ，设其方程为 $y = \pm x + h$ ，代入椭圆E的方程 $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ 得 $\frac{x^2}{2} + (\pm x + h)^2 = 1$ ，即

$$3x^2 \pm 4hx + 2h^2 - 2 = 0$$

由 $\Delta = 0$ 得 $16h^2 - 4 \times 3 \times (2h^2 - 2) = 0$ ，即 $h^2 = 3$ ， $Qh > 1$ ， $\therefore h = \sqrt{3}$ 。

21. (1) 证明：由绝对值不等式知，

$$\begin{aligned} \rho(A, C) + \rho(C, B) &= |x - x_1| + |x_2 - x| + |y - y_1| + |y_2 - y| \\ &\geq |(x - x_1) + (x_2 - x)| + |(y - y_1) + (y_2 - y)| \\ &= |x_2 - x_1| + |y_2 - y_1| \\ &= \rho(A, B) \end{aligned}$$

当且仅当 $(x - x_1) \cdot (x_2 - x) \geq 0$ 且 $(y - y_1) \cdot (y_2 - y) \geq 0$ 时等号成立。

(2) 解：由 $\rho(A, C) + \rho(C, B) = \rho(A, B)$ 得

$$(x - x_1) \cdot (x_2 - x) \geq 0 \text{ 且 } (y - y_1) \cdot (y_2 - y) \geq 0 \quad (\text{I})$$

$$\text{由 } \rho(A, C) = \rho(C, B) \text{ 得 } |x - x_1| + |y - y_1| = |x_2 - x| + |y_2 - y| \quad (\text{II})$$

因为 $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ 是不同的两点，则：

1° 若 $x_1 = x_2$ 且 $y_1 \neq y_2$ ，不妨设 $y_1 < y_2$ ，

$$\text{由 (I) 得 } x = x_1 = x_2 \text{ 且 } y_1 \leq y \leq y_2, \text{ 由 (II) 得 } y = \frac{y_1 + y_2}{2},$$

此时，点C是线段AB的中点，即只有点 $C(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2})$ 满足条件；

2° 若 $x_1 \neq x_2$ 且 $y_1 = y_2$ ，同理可得：只有AB的中点 $C(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2})$ 满足条件；

3° 若 $x_1 \neq x_2$ 且 $y_1 \neq y_2$ ，不妨设 $x_1 < x_2$ 且 $y_1 < y_2$ ，

$$\text{由 (I) 得 } x_1 \leq x \leq x_2 \text{ 且 } y_1 \leq y \leq y_2,$$

$$\text{由 (II) 得 } x + y = \frac{x_1 + x_2}{2} + \frac{y_1 + y_2}{2},$$

此时，所有符合条件的点C的轨迹是一条线段，即：过AB的中点 $(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2})$ ，斜

率为-1的直线 $x + y = \frac{x_1 + x_2}{2} + \frac{y_1 + y_2}{2}$ 夹在矩形 AA_1BB_1 之间的部分，其中 $A(x_1, y_1)$ ，

$A_1(x_2, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ ， $B_1(x_1, y_2)$ 。