2018年普通高等学校招生全国统一考试（江苏卷）

数学Ⅰ

注意事项

考生在答题前请认真阅读本注意事项及各题答题要求

1．本试卷共4页，均为非选择题(第1题~第20题，共20题)。本卷满分为160分，考试时间为120分钟。考试结束后，请将本试卷和答题卡一片交回。

2．答题前，请务必将自己的姓名、准考证号用0.5毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题卡的规定位置。

3．请认真核对监考员从答题卡上所粘贴的条形码上的姓名、准考证号与本人是否相符。

4．作答试题，必须用0.5毫米黑色墨水的签字笔在答题卡上的指定位置作答，在其他位置作答一律无效。

5．如需作图，须用2B铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗。

参考公式：

锥体的体积$V=\frac{1}{3}Sh$，其中S是锥体的底面积，h是锥体的高.

一、填空题：本大题共14小题，每小题5分，共计70分．请把答案填写在答题卡相应位置上．

1．已知集合$A=\{0,1,2,8\}$，$B=\{-1,1,6,8\}$，那么$A\cap B=$__▲__.

2．若复数z满足$\mathrm{i}\cdot z=1+2\mathrm{i}$，其中i是虚数单位，则$z$的实部为__▲__.

3．已知5位裁判给某运动员打出的分数的茎叶图如图所示，那么这5位裁判打出的分数的平均数为__▲__.

8	99
9	011

（第3题）

4．一个算法的伪代码如图所示，执行此算法，最后输出的S的值为__▲__.

```
I←1
S←1
While  I<6
  I←I+2
  S←2S
End  While
Print  S
```
（第 4 题）

5．函数 $f(x)=\sqrt{\log_2 x-1}$ 的定义域为__▲__.

6．某兴趣小组有2名男生和3名女生，现从中任选2名学生去参加活动，则恰好选中2名女生的概率为

__▲__.

7．已知函数 $y=\sin(2x+\varphi)(-\frac{\pi}{2}<\varphi<\frac{\pi}{2})$ 的图象关于直线 $x=\frac{\pi}{3}$ 对称，则 φ 的值是__▲__.

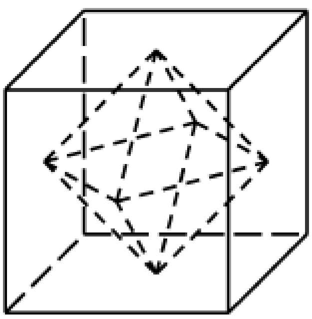
8．在平面直角坐标系 xOy 中，若双曲线 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的右焦点 $F(c,0)$ 到一条渐近线的距离为 $\frac{\sqrt{3}}{2}c$，则其离心率的值是__▲__.

9．函数 $f(x)$ 满足 $f(x+4)=f(x)(x\in\mathbf{R})$，且在区间 $(-2,2]$ 上，$f(x)=\begin{cases}\cos\frac{\pi x}{2},0<x\le 2,\\ |x+\frac{1}{2}|,-2<x\le 0,\end{cases}$

则 $f(f(15))$ 的值为

__▲__.

10．如图所示，正方体的棱长为2，以其所有面的中心为顶点的多面体的体积为__▲__.


（第 10 题）

11．若函数 $f(x)=2x^3-ax^2+1(a\in\mathbf{R})$ 在 $(0,+\infty)$ 内有且只有一个零点，则 $f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上的最大值与最小值的和为 ▲ .

12．在平面直角坐标系 xOy 中，A为直线 $l:y=2x$ 上在第一象限内的点， $B(5,0)$ ，以AB为直径的圆C与直线l交于另一点D．若 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}=0$ ，则点A的横坐标为 ▲ .

13．在 $\triangle ABC$ 中，角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c ， $\angle ABC=120°$ ， $\angle ABC$ 的平分线交 AC 于点D，且 $BD=1$ ，则 $4a+c$ 的最小值为 ▲ .

14．已知集合 $A=\{x\,|\,x=2n-1,n\in\mathbf{N}^*\}$ ， $B=\{x\,|\,x=2^n,n\in\mathbf{N}^*\}$ ．将 $A\cup B$ 的所有元素从小到大依次排列构成一个数列 $\{a_n\}$ ．记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前n项和，则使得 $S_n>12a_{n+1}$ 成立的n的最小值为 ▲ .

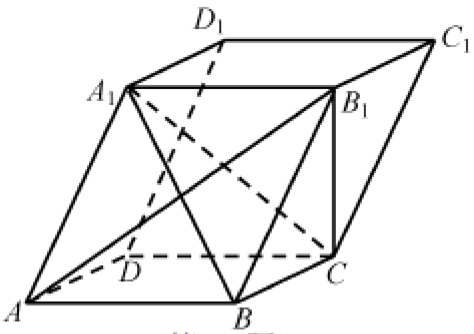
二、解答题：本大题共6小题，共计90分．请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

15．（本小题满分14分）

在平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， $AA_1=AB,AB_1\perp B_1C_1$.

求证：（1） $AB//$ 平面 A_1B_1C ；

（2）平面 $ABB_1A_1\perp$ 平面 A_1BC .



（第 15 题）

16．（本小题满分14分）

已知 α,β 为锐角， $\tan\alpha=\dfrac{4}{3}$， $\cos(\alpha+\beta)=-\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

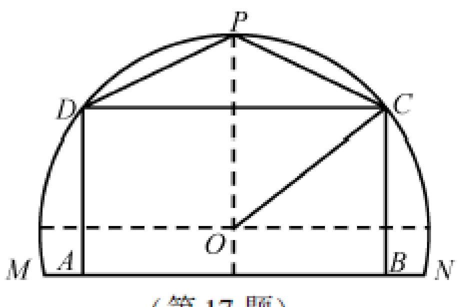
（1）求 $\cos 2\alpha$ 的值；

（2）求 $\tan(\alpha-\beta)$ 的值.

17．（本小题满分14分）

某农场有一块农田，如图所示，它的边界由圆O的一段圆弧 MPN （P为此圆弧的中点）和线段MN构成．已知圆O的半径为40米，点P到MN的距离为50米．现规划在此农田上修建两个温室大棚，大棚Ⅰ内的地块形状为矩形ABCD，大棚Ⅱ内的地块形状为 $\triangle CDP$ ，要求 A,B 均在线段 MN 上， C,D 均在圆弧上．设OC与MN所成的角为 θ .

（1）用 θ 分别表示矩形 $ABCD$ 和 $\triangle CDP$ 的面积，并确定 $\sin\theta$



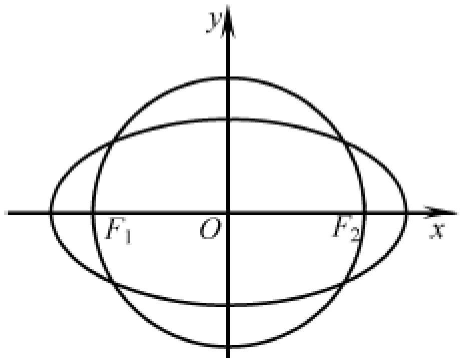
（第 17 题）

的取值范围；

（2）若大棚Ⅰ内种植甲种蔬菜，大棚Ⅱ内种植乙种蔬菜，且甲、乙两种蔬菜的单位面积年产值之比为$4:3$．求当θ为何值时，能使甲、乙两种蔬菜的年总产值最大．

18．（本小题满分16分）

如图，在平面直角坐标系xOy中，椭圆C过点$(\sqrt{3},\frac{1}{2})$，焦点$F_1(-\sqrt{3},0),F_2(\sqrt{3},0)$，圆$O$的直径为$F_1F_2$．



（第18题）

（1）求椭圆C及圆O的方程；

（2）设直线l与圆O相切于第一象限内的点P．

①若直线l与椭圆C有且只有一个公共点，求点P的坐标；

②直线l与椭圆C交于A,B两点．若$\triangle OAB$的面积为$\frac{2\sqrt{6}}{7}$，求直线l的方程．

19．（本小题满分16分）

记$f'(x),g'(x)$分别为函数$f(x),g(x)$的导函数．若存在$x_0\in\mathbf{R}$，满足$f(x_0)=g(x_0)$且$f'(x_0)=g'(x_0)$，则称x_0为函数$f(x)$与$g(x)$的一个“S点”．

（1）证明：函数$f(x)=x$与$g(x)=x^2+2x-2$不存在“S点”；

（2）若函数$f(x)=ax^2-1$与$g(x)=\ln x$存在“S点”，求实数a的值；

（3）已知函数$f(x)=-x^2+a$，$g(x)=\frac{b\mathrm{e}^x}{x}$．对任意$a>0$，判断是否存在$b>0$，使函数$f(x)$与$g(x)$在区间$(0,+\infty)$内存在“$S$点”，并说明理由．

20．（本小题满分16分）

设$\{a_n\}$是首项为a_1，公差为d的等差数列，$\{b_n\}$是首项为b_1，公比为q的等比数列．

（1）设$a_1=0,b_1=1,q=2$，若$|a_n-b_n|\le b_1$对$n=1,2,3,4$均成立，求d的取值范围；

（2）若$a_1=b_1>0,m\in\mathbf{N}^*,q\in(1,\sqrt[m]{2}]$，证明：存在$d\in\mathbf{R}$，使得$|a_n-b_n|\le b_1$对$n=2,3,\cdots,m+1$均成立，并求$d$的取值范围（用$b_1,m,q$表示）．

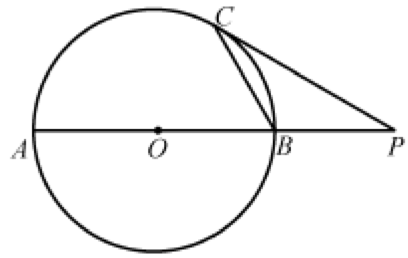
数学Ⅱ（附加题）

21．【选做题】本题包括 **A、B、C、D**

四小题，请选定其中两小题，并在相应的答题区域内作答．若多做，则按作答的前两小题评分．解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

A．[选修4—1：几何证明选讲](本小题满分10分)

如图，圆O的半径为2，AB为圆O的直径，P为AB延长线上一点，过P作圆O的切线，切点为C．若 $PC=2\sqrt{3}$，求 BC 的长．



（第 21－A 题）

B．[选修4—2：矩阵与变换](本小题满分10分)

已知矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 1 & 2\end{bmatrix}$．

（1）求 $\boldsymbol{A}$ 的逆矩阵 $\boldsymbol{A}^{-1}$；

（2）若点P在矩阵 $\boldsymbol{A}$ 对应的变换作用下得到点 $P'(3,1)$，求点P的坐标．

C．[选修4—4：坐标系与参数方程](本小题满分10分)

在极坐标系中，直线l的方程为 $\rho\sin(\frac{\pi}{6}-\theta)=2$，曲线$C$的方程为 $\rho=4\cos\theta$，求直线l被曲线C截得的弦长．

D．[选修4—5：不等式选讲](本小题满分10分)

若x，y，z为实数，且$x+2y+2z=6$，求 $x^2+y^2+z^2$ 的最小值．

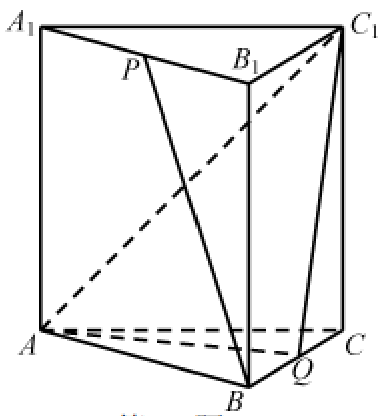
【必做题】第22题、第23题，每题10分，共计20分．请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

22．（本小题满分10分）

如图，在正三棱柱ABC-$A_1B_1C_1$中，$AB=AA_1=2$，点P，Q分别为A_1B_1，BC的中点．

（1）求异面直线BP与AC_1所成角的余弦值；

（2）求直线CC_1与平面AQC_1所成角的正弦值．



（第 22 题）

23．(本小题满分10分)

设 $n\in\mathbf{N}^*$，对1，2，…，n的一个排列 $i_1i_2\cdots i_n$，如果当$s<t$时，有 $i_s>i_t$，则称 (i_s,i_t) 是排列 $i_1i_2\cdots i_n$ 的一个逆序，排列 $i_1i_2\cdots i_n$ 的所有逆序的总个数称为其逆序数．例如：对1，2，3的一个排列231，只有两个逆序(2，1)，(3，1)，则排列231的逆序数为2．记 $f_n(k)$ 为1，2，…，n的所有排列中逆序数为k的全部排列的个数．

（1）求 $f_3(2), f_4(2)$ 的值；

（2）求 $f_n(2)(n \geq 5)$ 的表达式(用n表示)．