2018年全国统一高考数学试卷（理科）（新课标Ⅱ）

参考答案与试题解析

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．（5分）$\frac{1+2i}{1-2i}$=（　　）

A．$-\frac{4}{5}-\frac{3}{5}i$　　B．$-\frac{4}{5}+\frac{3}{5}i$　　C．$-\frac{3}{5}-\frac{4}{5}i$　　D．$-\frac{3}{5}+\frac{4}{5}i$

【考点】A5：复数的运算．

【专题】11：计算题；35：转化思想；49：综合法；5N：数系的扩充和复数．

【分析】利用复数的除法的运算法则化简求解即可．

【解答】解：$\frac{1+2i}{1-2i}=\frac{(1+2i)(1+2i)}{(1-2i)(1+2i)}=-\frac{3}{5}+\frac{4}{5}i$．

故选：D．

【点评】本题考查复数的代数形式的乘除运算，是基本知识的考查．

2．（5分）已知集合A={（x，y）|$x^2+y^2\le3$，x∈Z，y∈Z}，则A中元素的个数为（　　）

A．9　　B．8　　C．5　　D．4

【考点】1A：集合中元素个数的最值．

【专题】32：分类讨论；4O：定义法；5J：集合．

【分析】分别令x=﹣1，0，1，进行求解即可．

【解答】解：当x=﹣1时，$y^2\le2$，得y=﹣1，0，1，

当x=0时，$y^2\le3$，得y=﹣1，0，1，

当x=1时，$y^2\le2$，得y=﹣1，0，1，

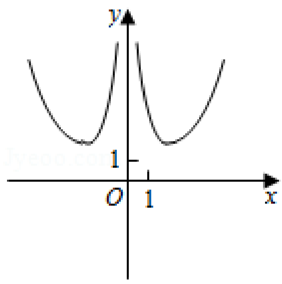
即集合A中元素有9个，

故选：A．

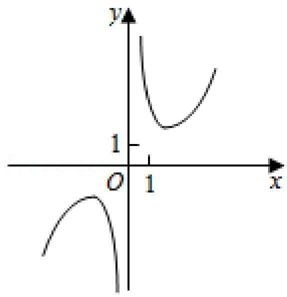
【点评】本题主要考查集合元素个数的判断，利用分类讨论的思想是解决本题

的关键.

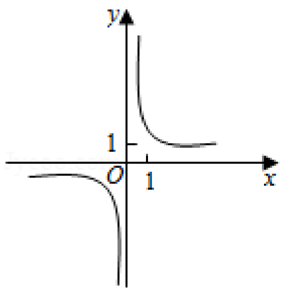
3．（5分）函数$f(x)=\frac{e^{x}-e^{-x}}{x^{2}}$的图象大致为（　　）



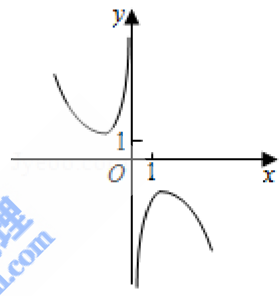
A．



B．



C．



D．

【考点】3A：函数的图象与图象的变换；6B：利用导数研究函数的单调性．

【专题】33：函数思想；4R：转化法；51：函数的性质及应用．

【分析】判断函数的奇偶性，利用函数的定点的符号的特点分别进行判断即可．

【解答】解：函数$f(-x)=\frac{e^{-x}-e^{x}}{(-x)^{2}}=-\frac{e^{x}-e^{-x}}{x^{2}}=-f(x)$，

则函数f（x）为奇函数，图象关于原点对称，排除A，

当x=1时，$f(1)=e-\frac{1}{e}>0$，排除D．

当$x\to+\infty$时，$f(x)\to+\infty$，排除C，

故选：B．

【点评】本题主要考查函数的图象的识别和判断，利用函数图象的特点分别进行排除是解决本题的关键．

4．（5分）已知向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$|\vec{a}|=1$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=-1$，则$\vec{a}\cdot(2\vec{a}-\vec{b})=$（　　）

A．4　　B．3　　C．2　　D．0

【考点】91：向量的概念与向量的模；9O：平面向量数量积的性质及其运算．

【专题】11：计算题；38：对应思想；4O：定义法；5A：平面向量及应用．

【分析】根据向量的数量积公式计算即可．

【解答】解：向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$|\vec{a}|=1$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=-1$，则$\vec{a}\cdot(2\vec{a}-\vec{b})=2\vec{a}^2-\vec{a}\cdot\vec{b}=2+1=3$，

故选：B．

【点评】本题考查了向量的数量积公式，属于基础题

5．（5分）双曲线$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞0，b＞0）的离心率为$\sqrt{3}$，则其渐近线方程为（　　）

A．$y=\pm\sqrt{2}x$　　B．$y=\pm\sqrt{3}x$　　C．$y=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}x$　　D．$y=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}x$

【考点】KC：双曲线的性质．

【专题】35：转化思想；4O：定义法；5D：圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】根据双曲线离心率的定义求出a，c的关系，结合双曲线a，b，c的关系进行求解即可．

【解答】解：∵双曲线的离心率为$e=\frac{c}{a}=\sqrt{3}$，

则$\frac{b}{a}=\sqrt{\frac{b^2}{a^2}}=\sqrt{\frac{c^2-a^2}{a^2}}=\sqrt{(\frac{c}{a})^2-1}=\sqrt{3-1}=\sqrt{2}$，

即双曲线的渐近线方程为$y=\pm\frac{b}{a}x=\pm\sqrt{2}x$，

故选：A．

【点评】本题主要考查双曲线渐近线的求解，结合双曲线离心率的定义以及渐近线的方程是解决本题的关键．

6．（5分）在△ABC中，$\cos\frac{C}{2}=\frac{\sqrt{5}}{5}$，BC=1，AC=5，则AB=（　　）

A．$4\sqrt{2}$　　　　B．$\sqrt{30}$　　　　C．$\sqrt{29}$　　　　D．$2\sqrt{5}$

【考点】HR：余弦定理．

【专题】11：计算题；35：转化思想；49：综合法；58：解三角形．

【分析】利用二倍角公式求出C的余弦函数值，利用余弦定理转化求解即可．

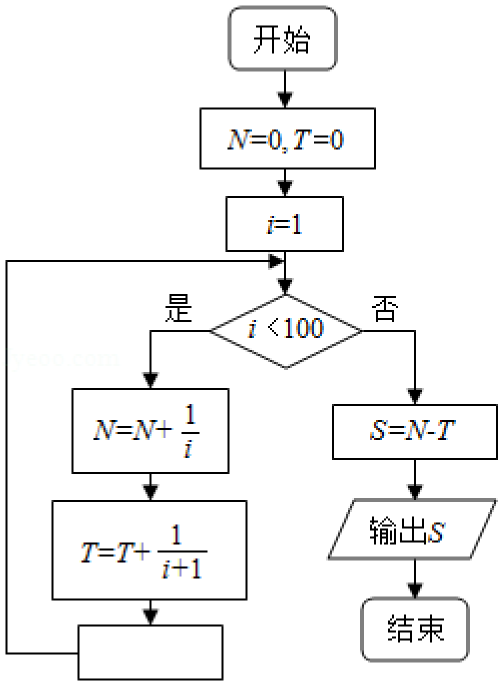
【解答】解：在△ABC中，$\cos\frac{C}{2}=\frac{\sqrt{5}}{5}$，$\cos C=2\times(\frac{\sqrt{5}}{5})^2-1=-\frac{3}{5}$，

BC=1，AC=5，则AB=$\sqrt{BC^2+AC^2-2BC\cdot AC\cos C}=\sqrt{1+25+2\times1\times5\times\frac{3}{5}}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$．

故选：A．

【点评】本题考查余弦定理的应用，考查三角形的解法以及计算能力．

7．（5分）为计算$S=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\ldots+\frac{1}{99}-\frac{1}{100}$，设计了如图的程序框图，则在空白框中应填入（　　）



A．i=i+1　　　　B．i=i+2　　　　C．i=i+3　　　　D．i=i+4

【考点】E7：循环结构；EH：绘制程序框图解决问题．

【专题】38：对应思想；4B：试验法；5K：算法和程序框图．

【分析】模拟程序框图的运行过程知该程序运行后输出的S=N﹣T，

由此知空白处应填入的条件．

【解答】解：模拟程序框图的运行过程知，

该程序运行后输出的是

$S=N-T=(1-\frac{1}{2})+(\frac{1}{3}-\frac{1}{4})+\ldots+(\frac{1}{99}-\frac{1}{100})$；

累加步长是2，则在空白处应填入i=i+2．

故选：B．

【点评】本题考查了循环程序的应用问题，是基础题．

8．（5分）我国数学家陈景润在哥德巴赫猜想的研究中取得了世界领先的成果．哥德巴赫猜想是“每个大于2的偶数可以表示为两个素数的和”，如30=7+23．在不超过30的素数中，随机选取两个不同的数，其和等于30的概率是（　　）

A．$\frac{1}{12}$　　B．$\frac{1}{14}$　　C．$\frac{1}{15}$　　D．$\frac{1}{18}$

【考点】CB：古典概型及其概率计算公式．

【专题】36：整体思想；4O：定义法；5I：概率与统计．

【分析】利用列举法先求出不超过30的所有素数，利用古典概型的概率公式进行计算即可．

【解答】解：在不超过30的素数中有，2，3，5，7，11，13，17，19，23，29共10个，

从中选2个不同的数有C_{10}^{2}=45种，

和等于30的有（7，23），（11，19），（13，17），共3种，

则对应的概率$P=\frac{3}{45}=\frac{1}{15}$，

故选：C．

【点评】本题主要考查古典概型的概率的计算，求出不超过30的素数是解决本题的关键．

9．（5分）在长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AB=BC=1$，$AA_1=\sqrt{3}$，则异面直线AD_1与DB_1所成角的余弦值为（　　）

A．$\frac{1}{5}$　　B．$\frac{\sqrt{5}}{6}$　　C．$\frac{\sqrt{5}}{5}$　　D．$\frac{\sqrt{2}}{2}$

【考点】LM：异面直线及其所成的角．

【专题】11：计算题；31：数形结合；41：向量法；5G：空间角．

【分析】以D为原点，DA为x轴，DC为y轴，DD_1为z轴，建立空间直角坐标系，利用向量法能求出异面直线AD_1与DB_1所成角的余弦值．

【解答】解：以D为原点，DA为x轴，DC为y轴，DD_1为z轴，建立空间直角坐标系，

∵在长方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，$AB=BC=1$，

$AA_1=\sqrt{3}$，

∴$A(1,0,0)$，$D_1(0,0,\sqrt{3})$，$D(0,0,0)$，

$B_1(1,1,\sqrt{3})$，

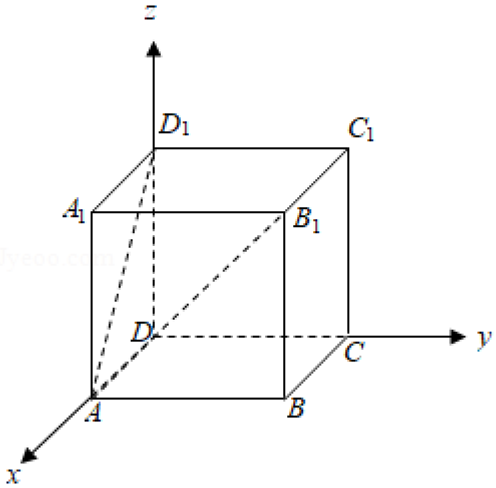
$\overrightarrow{AD_1}=(-1,0,\sqrt{3})$，$\overrightarrow{DB_1}=(1,1,\sqrt{3})$，

设异面直线AD_1与DB_1所成角为θ，

则$\cos\theta=\frac{|\overrightarrow{AD_1}\cdot\overrightarrow{DB_1}|}{|\overrightarrow{AD_1}|\cdot|\overrightarrow{DB_1}|}=\frac{2}{2\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$，

∴异面直线AD_1与DB_1所成角的余弦值为$\frac{\sqrt{5}}{5}$．

故选：C．



【点评】本题考查异面直线所成角的余弦值的求法，考查空间中线线、线面、面面间的位置关系等基础知识，考查运算求解能力，考查函数与方程思想，是基础题．

10．（5分）若f（x）=cosx﹣sinx在[﹣a，a]是减函数，则a的最大值是（　　）

A．$\frac{\pi}{4}$　　B．$\frac{\pi}{2}$　　C．$\frac{3\pi}{4}$　　D．π

【考点】GP：两角和与差的三角函数；H5：正弦函数的单调性．

【专题】33：函数思想；4R：转化法；56：三角函数的求值．

【分析】利用两角和差的正弦公式化简f（x），由$-\frac{\pi}{2}+2k\pi\leqslant x-\frac{\pi}{4}\leqslant\frac{\pi}{2}+2k\pi$，k∈Z，得$-\frac{\pi}{4}+2k\pi\leqslant x\leqslant\frac{3}{4}\pi+2k\pi$，k∈Z，取k=0，得f（x）的一个减区间为[$-\frac{\pi}{4}$，$\frac{3}{4}\pi$]，结合已知条件即可求出a的最大值．

【解答】解：f（x）=cosx﹣sinx=﹣（sinx﹣cosx）=$-\sqrt{2}\sin(x-\frac{\pi}{4})$，

由$-\frac{\pi}{2}+2k\pi\leqslant x-\frac{\pi}{4}\leqslant\frac{\pi}{2}+2k\pi$，k∈Z，

得$-\frac{\pi}{4}+2k\pi\leqslant x\leqslant\frac{3}{4}\pi+2k\pi$，k∈Z，

取k=0，得f（x）的一个减区间为[$-\frac{\pi}{4}$，$\frac{3}{4}\pi$]，

由f（x）在[﹣a，a]是减函数，

得$\begin{cases}-a\geqslant-\frac{\pi}{4}\\ a\leqslant\frac{3\pi}{4}\end{cases}$，∴$a\leqslant\frac{\pi}{4}$.

则a的最大值是$\frac{\pi}{4}$.

故选：A.

【点评】本题考查了两角和与差的正弦函数公式的应用，三角函数的求值，属于基本知识的考查，是基础题.

11. （5分）已知f（x）是定义域为（﹣∞，+∞）的奇函数，满足f（1﹣x）=f（1+x），若f（1）=2，则f（1）+f（2）+f（3）+…+f（50）=（　　）

A. ﹣50　　B. 0　　C. 2　　D. 50

【考点】3K：函数奇偶性的性质与判断.

【专题】36：整体思想；4O：定义法；51：函数的性质及应用.

【分析】根据函数奇偶性和对称性的关系求出函数的周期是4，结合函数的周期性和奇偶性进行转化求解即可.

【解答】解：∵f（x）是奇函数，且f（1﹣x）=f（1+x），

∴f（1﹣x）=f（1+x）=﹣f（x﹣1），f（0）=0，

则f（x+2）=﹣f（x），则f（x+4）=﹣f（x+2）=f（x），

即函数f（x）是周期为4的周期函数，

∵f（1）=2，

∴f（2）=f（0）=0，f（3）=f（1﹣2）=f（﹣1）=﹣f（1）=﹣2，

f（4）=f（0）=0，

则f（1）+f（2）+f（3）+f（4）=2+0﹣2+0=0，

则f（1）+f（2）+f（3）+…+f（50）=12[f（1）+f（2）+f（3）+f（4）]+f（49）+f（50）

=f（1）+f（2）=2+0=2，

故选：C.

【点评】本题主要考查函数值的计算，根据函数奇偶性和对称性的关系求出函

数的周期性是解决本题的关键.

12．（5分）已知F_1，F_2是椭圆C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（a＞b＞0）的左、右焦点，A是C的左顶点，点P在过A且斜率为$\frac{\sqrt{3}}{6}$的直线上，△PF_1F_2为等腰三角形，∠F_1F_2P=120°，则C的离心率为（　　）

A．$\frac{2}{3}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$\frac{1}{4}$

【考点】K4：椭圆的性质.

【专题】31：数形结合；44：数形结合法；5D：圆锥曲线的定义、性质与方程.

【分析】求得直线AP的方程：根据题意求得P点坐标，代入直线方程，即可求得椭圆的离心率.

【解答】解：由题意可知：A（－a，0），F_1（－c，0），F_2（c，0），

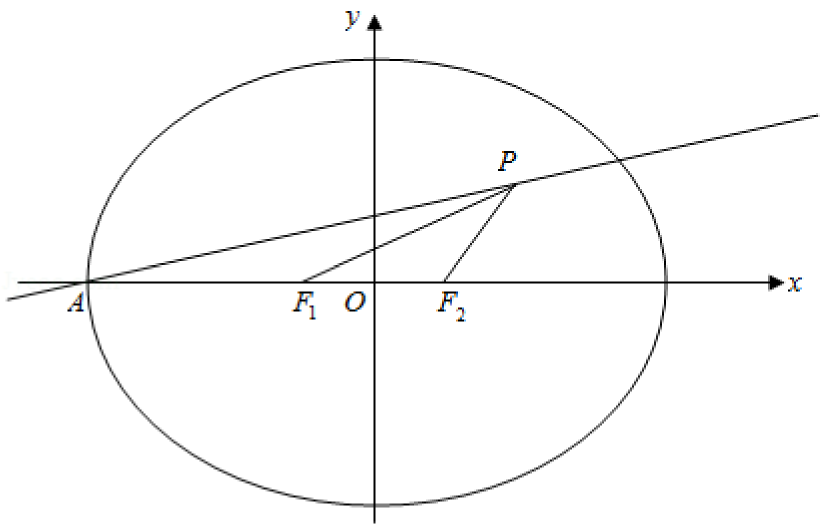
直线AP的方程为：$y=\frac{\sqrt{3}}{6}(x+a)$，

由∠F_1F_2P=120°，$|PF_2|=|F_1F_2|=2c$，则P（2c，$\sqrt{3}$c），

代入直线AP：$\sqrt{3}c=\frac{\sqrt{3}}{6}(2c+a)$，整理得：a=4c，

∴题意的离心率$e=\frac{c}{a}=\frac{1}{4}$.

故选：D.



【点评】本题考查椭圆的性质，直线方程的应用，考查转化思想，属于中档题.

二、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。

13．（5分）曲线y=2ln（x+1）在点（0，0）处的切线方程为__y=2x__．

【考点】6H：利用导数研究曲线上某点切线方程．

【专题】11：计算题；34：方程思想；49：综合法；53：导数的综合应用．

【分析】欲求出切线方程，只须求出其斜率即可，故先利用导数求出在x=0处的导函数值，再结合导数的几何意义即可求出切线的斜率．从而问题解决．

【解答】解：∵y=2ln（x+1），

∴$y'=\frac{2}{x+1}$，

当x=0时，y′=2，

∴曲线y=2ln（x+1）在点（0，0）处的切线方程为y=2x．

故答案为：y=2x．

【点评】本小题主要考查直线的斜率、导数的几何意义、利用导数研究曲线上某点切线方程等基础知识，考查运算求解能力．属于基础题．

14．（5分）若x，y满足约束条件$\begin{cases}x+2y-5\geqslant 0\\x-2y+3\geqslant 0\\x-5\leqslant 0\end{cases}$，则z=x+y的最大值为__9__．

【考点】7C：简单线性规划．

【专题】11：计算题；31：数形结合；35：转化思想；49：综合法；5T：不等式．

【分析】由约束条件作出可行域，数形结合得到最优解，求出最优解的坐标，代入目标函数得答案．

【解答】解：由x，y满足约束条件$\begin{cases}x+2y-5\geqslant 0\\x-2y+3\geqslant 0\\x-5\leqslant 0\end{cases}$作出可行域如图，

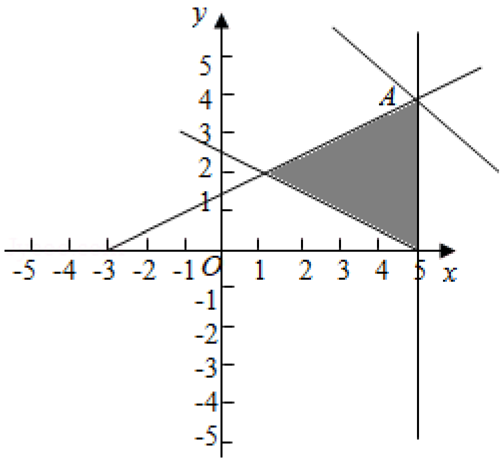
化目标函数z=x+y为y=﹣x+z，

由图可知，当直线$y=-x+z$过A时，z取得最大值，

由$\begin{cases}x=5\\x-2y+3=0\end{cases}$，解得A（5，4），

目标函数有最大值，为z=9．

故答案为：9．



【点评】本题考查了简单的线性规划，考查了数形结合的解题思想方法，是中档题．

15．（5分）已知sinα+cosβ=1，cosα+sinβ=0，则sin（α+β）=__$-\frac{1}{2}$__．

【考点】GP：两角和与差的三角函数．

【专题】33：函数思想；48：分析法；56：三角函数的求值．

【分析】把已知等式两边平方化简可得2+2（sinαcosβ+cosαsinβ）=1，再利用两角和差的正弦公式化简为2sin（α+β）=－1，可得结果．

【解答】解：sinα+cosβ=1，

两边平方可得：$\sin^2\alpha+2\sin\alpha\cos\beta+\cos^2\beta=1$，①，

cosα+sinβ=0，

两边平方可得：$\cos^2\alpha+2\cos\alpha\sin\beta+\sin^2\beta=0$，②，

由①+②得：2+2（sinαcosβ+cosαsinβ）=1，即2+2sin（α+β）=1，

∴2sin（α+β）=－1．

∴sin（α+β）=$-\frac{1}{2}$．

故答案为：$-\frac{1}{2}$.

【点评】本题考查了两角和与差的正弦函数公式的应用，三角函数的求值，属于基本知识的考查，是基础题．

16．（5分）已知圆锥的顶点为S，母线SA，SB所成角的余弦值为$\frac{7}{8}$，SA与圆锥底面所成角为45°，若△SAB的面积为$5\sqrt{15}$，则该圆锥的侧面积为__$40\sqrt{2}\pi$__．

【考点】MI：直线与平面所成的角．

【专题】11：计算题；35：转化思想；49：综合法；5F：空间位置关系与距离．

【分析】利用已知条件求出圆锥的母线长，利用直线与平面所成角求解底面半径，然后求解圆锥的侧面积．

【解答】解：圆锥的顶点为S，母线SA，SB所成角的余弦值为$\frac{7}{8}$，可得$\sin\angle ASB=\sqrt{1-(\frac{7}{8})^2}=\frac{\sqrt{15}}{8}$.

△SAB的面积为$5\sqrt{15}$，

可得$\frac{1}{2}SA^2\sin\angle ASB=5\sqrt{15}$，即$\frac{1}{2}SA^2\times\frac{\sqrt{15}}{8}=5\sqrt{15}$，即$SA=4\sqrt{5}$.

SA与圆锥底面所成角为45°，可得圆锥的底面半径为：$\frac{\sqrt{2}}{2}\times4\sqrt{5}=2\sqrt{10}$.

则该圆锥的侧面积：$\frac{1}{2}\times4\sqrt{10}\times4\sqrt{5}\pi=40\sqrt{2}\pi$.

故答案为：$40\sqrt{2}\pi$.

【点评】本题考查圆锥的结构特征，母线与底面所成角，圆锥的截面面积的求法，考查空间想象能力以及计算能力．

三、解答题：共70分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22、23题为选考题，考生根要求作答。（一）必考题：共60分。

17．（12分）记S_n为等差数列$\{a_n\}$的前n项和，已知$a_1=-7$，$S_3=-15$．

（1）求$\{a_n\}$的通项公式；

（2）求S_n，并求S_n的最小值.

【考点】84：等差数列的通项公式；85：等差数列的前n项和.

【专题】34：方程思想；49：综合法；54：等差数列与等比数列.

【分析】（1）根据$a_1=-7$，$S_3=-15$，可得$a_1=-7$，$3a_1+3d=-15$，求出等差数列$\{a_n\}$的公差，然后求出a_n即可；

（2）由$a_1=-7$，$d=2$，$a_n=2n-9$，得$S_n=\frac{n}{2}(a_1+a_n)=\frac{1}{2}(2n^2-16n)=n^2-8n=(n-4)^2-16$，由此可求出$S_n$以及$S_n$的最小值.

【解答】解：（1）∵等差数列$\{a_n\}$中，$a_1=-7$，$S_3=-15$，

∴$a_1=-7$，$3a_1+3d=-15$，解得$a_1=-7$，$d=2$，

∴$a_n=-7+2(n-1)=2n-9$；

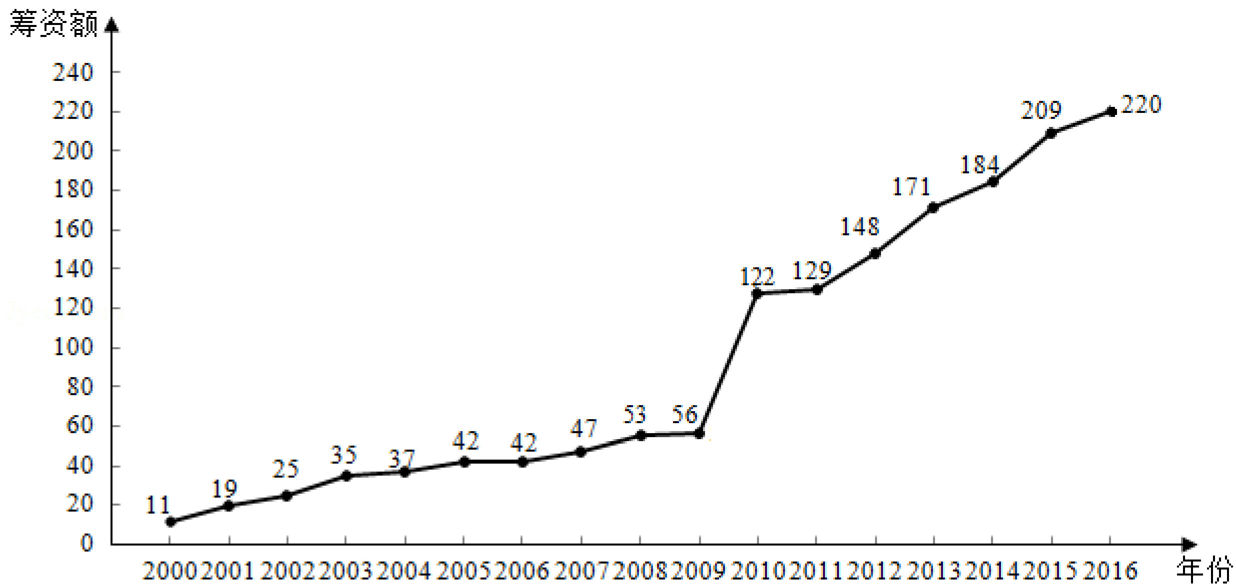
（2）∵$a_1=-7$，$d=2$，$a_n=2n-9$，

∴$S_n=\frac{n}{2}(a_1+a_n)=\frac{1}{2}(2n^2-16n)=n^2-8n=(n-4)^2-16$，

∴当n=4时，前n项的和S_n取得最小值为-16.

【点评】本题主要考查了等差数列的通项公式，考查了等差数列的前n项的和公式，属于中档题.

18．（12分）如图是某地区2000年至2016年环境基础设施投资额y（单位：亿元）的折线图.



为了预测该地区2018年的环境基础设施投资额，建立了y与时间变量t的两个线性回归模型．根据2000年至2016年的数据（时间变量t的值依次为1，2，…，17）建立模型①：$\hat{y}$=﹣30.4+13.5t；根据2010年至2016年的数据（时间变量t的值依次为1，2，…，7）建立模型②：$\hat{y}$=99+17.5t．

（1）分别利用这两个模型，求该地区2018年的环境基础设施投资额的预测值；

（2）你认为用哪个模型得到的预测值更可靠？并说明理由．

【考点】BK：线性回归方程．

【专题】31：数形结合；4O：定义法；5I：概率与统计．

【分析】（1）根据模型①计算t=19时$\hat{y}$的值，根据模型②计算t=9时$\hat{y}$的值即可；

（2）从总体数据和2000年到2009年间递增幅度以及2010年到2016年间递增的幅度比较，

即可得出模型②的预测值更可靠些．

【解答】解：（1）根据模型①：$\hat{y}$=﹣30.4+13.5t，

计算t=19时，$\hat{y}$=﹣30.4+13.5×19=226.1；

利用这个模型，求出该地区2018年的环境基础设施投资额的预测值是226.1亿元

；

根据模型②：$\hat{y}$=99+17.5t，

计算t=9时，$\hat{y}$=99+17.5×9=256.5；.

利用这个模型，求该地区2018年的环境基础设施投资额的预测值是256.5亿元；

（2）模型②得到的预测值更可靠；

因为从总体数据看，该地区从2000年到2016年的环境基础设施投资额是逐年上升的，

而从2000年到2009年间递增的幅度较小些，

从2010年到2016年间递增的幅度较大些，

所以，利用模型②的预测值更可靠些.

【点评】本题考查了线性回归方程的应用问题，是基础题.

19．（12分）设抛物线C：$y^2=4x$的焦点为F，过F且斜率为k（k＞0）的直线l与C交于A，B两点，|AB|=8.

（1）求l的方程；

（2）求过点A，B且与C的准线相切的圆的方程.

【考点】KN：直线与抛物线的综合.

【专题】35：转化思想；4R：转化法；5D：圆锥曲线的定义、性质与方程.

【分析】（1）方法一：设直线AB的方程，代入抛物线方程，根据抛物线的焦点弦公式即可求得k的值，即可求得直线l的方程；

方法二：根据抛物线的焦点弦公式$|AB|=\frac{2p}{\sin^2\theta}$，求得直线AB的倾斜角，即可求得直线l的斜率，求得直线l的方程；

（2）根据过A，B分别向准线l作垂线，根据抛物线的定义即可求得半径，根据中点坐标公式，即可求得圆心，求得圆的方程.

【解答】解：（1）方法一：抛物线C：$y^2=4x$的焦点为F（1，0），

设直线AB的方程为：y=k（x－1），设A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），

则$\begin{cases}y=k(x-1)\\y^2=4x\end{cases}$，整理得：$k^2x^2-2(k^2+2)x+k^2=0$，则$x_1+x_2=\frac{2(k^2+2)}{k^2}$，$x_1x_2=1$，

由$|AB|=x_1+x_2+p=\frac{2(k^2+2)}{k^2}+2=8$，解得：$k^2=1$，则$k=1$，

∴直线l的方程$y=x-1$；

方法二：抛物线C：$y^2=4x$的焦点为F（1，0），设直线AB的倾斜角为θ，由抛物线的弦长公式$|AB|=\frac{2p}{\sin^2\theta}=\frac{4}{\sin^2\theta}=8$，解得：$\sin^2\theta=\frac{1}{2}$，

∴$\theta=\frac{\pi}{4}$，则直线的斜率$k=1$，

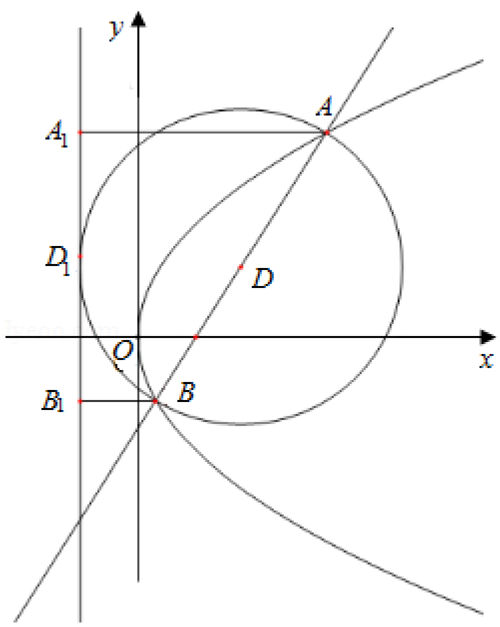
∴直线l的方程$y=x-1$；

（2）由（1）可得AB的中点坐标为D（3，2），则直线AB的垂直平分线方程为$y-2=-(x-3)$，即$y=-x+5$，

设所求圆的圆心坐标为(x_0, y_0)，则$\begin{cases}y_0=-x_0+5\\(x_0+1)^2=\frac{(y_0-x_0+1)^2}{2}+16\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}x_0=3\\y_0=2\end{cases}$或$\begin{cases}x_0=11\\y_0=-6\end{cases}$，

因此，所求圆的方程为$(x-3)^2+(y-2)^2=16$或$(x-11)^2+(y+6)^2=144$.



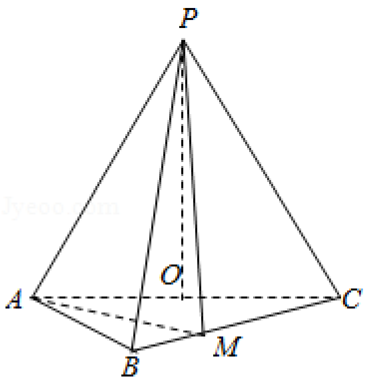
【点评】本题考查抛物线的性质，直线与抛物线的位置关系，抛物线的焦点弦

公式，考查圆的标准方程，考查转换思想思想，属于中档题．

20．（12分）如图，在三棱锥P﹣ABC中，$AB=BC=2\sqrt{2}$，PA=PB=PC=AC=4，O为AC的中点．

（1）证明：PO⊥平面ABC；

（2）若点M在棱BC上，且二面角M﹣PA﹣C为30°，求PC与平面PAM所成角的正弦值．



【考点】LW：直线与平面垂直；MI：直线与平面所成的角；MJ：二面角的平面角及求法．

【专题】35：转化思想；41：向量法；4R：转化法；5F：空间位置关系与距离；5H：空间向量及应用．

【分析】（1）利用线面垂直的判定定理证明PO⊥AC，PO⊥OB即可；

（2）根据二面角的大小求出平面PAM的法向量，利用向量法即可得到结论．

【解答】（1）证明：连接BO，

∵$AB=BC=2\sqrt{2}$，O是AC的中点，

∴BO⊥AC，且BO=2，

又PA=PC=PB=AC=4，

∴PO⊥AC，$PO=2\sqrt{3}$，

则$PB^2=PO^2+BO^2$，

则PO⊥OB，

∵OB∩AC=O，

∴PO⊥平面ABC；

（2）建立以O坐标原点，OB，OC，OP分别为x，y，z轴的空间直角坐标系如图：

A（0，﹣2，0），P（0，0，$2\sqrt{3}$），C（0，2，0），B（2，0，0），

$\overrightarrow{BC}$=（﹣2，2，0），

设$\overrightarrow{BM}$=λ$\overrightarrow{BC}$=（﹣2λ，2λ，0），0<λ<1

则$\overrightarrow{AM}$=$\overrightarrow{BM}$﹣$\overrightarrow{BA}$=（﹣2λ，2λ，0）﹣（﹣2，﹣2，0）=（2﹣2λ，2λ+2，0），

则平面PAC的法向量为$\overrightarrow{m}$=（1，0，0），

设平面MPA的法向量为$\overrightarrow{n}$=（x，y，z），

则$\overrightarrow{PA}$=（0，﹣2，﹣$2\sqrt{3}$），

则$\overrightarrow{n}$•$\overrightarrow{PA}$=﹣2y﹣$2\sqrt{3}$z=0，$\overrightarrow{n}$•$\overrightarrow{AM}$=（2﹣2λ）x+（2λ+2）y=0

令z=1，则y=﹣$\sqrt{3}$，x=$\frac{(\lambda+1)\sqrt{3}}{1-\lambda}$，

即$\overrightarrow{n}$=（$\frac{(\lambda+1)\sqrt{3}}{1-\lambda}$，﹣$\sqrt{3}$，1），

∵二面角M﹣PA﹣C为30°，

∴cos30°=|$\frac{\overrightarrow{m}\cdot\overrightarrow{n}}{|\overrightarrow{m}||\overrightarrow{n}|}$|=$\frac{\sqrt{3}}{2}$，

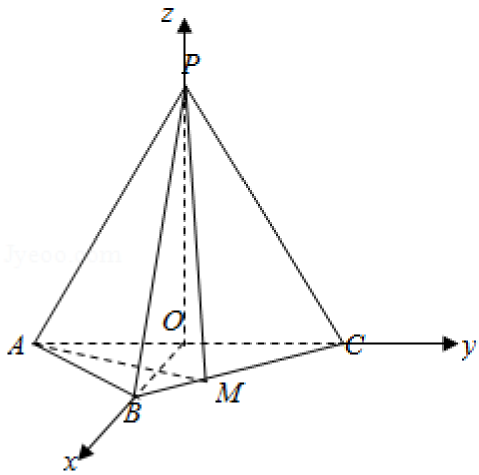
即$\frac{\frac{(\lambda+1)\sqrt{3}}{\lambda-1}}{\sqrt{(\frac{\lambda+1}{1-\lambda}\cdot\sqrt{3})^2+1+3}\cdot 1}$=$\frac{\sqrt{3}}{2}$，

解得λ=$\frac{1}{3}$或λ=3（舍），

则平面MPA的法向量$\overrightarrow{n}$=（$2\sqrt{3}$，﹣$\sqrt{3}$，1），

$\overrightarrow{PC}$=（0，2，﹣$2\sqrt{3}$），

PC与平面PAM所成角的正弦值sinθ=|cos<$\overrightarrow{PC}$，$\overrightarrow{n}$>|=|$\frac{-2\sqrt{3}-2\sqrt{3}}{\sqrt{16}\cdot\sqrt{16}}$|=$\frac{4\sqrt{3}}{16}$=$\frac{\sqrt{3}}{4}$.



【点评】本题主要考查空间直线和平面的位置关系的应用以及二面角，线面角的求解，建立坐标系求出点的坐标，利用向量法是解决本题的关键．

21．（12分）已知函数f（x）=e^x﹣ax^2．

（1）若a=1，证明：当x≥0时，f（x）≥1；

（2）若f（x）在（0，+∞）只有一个零点，求a．

【考点】6D：利用导数研究函数的极值．

【专题】35：转化思想；49：综合法；53：导数的综合应用．

【分析】（1）通过两次求导，利用导数研究函数的单调性极值与最值即可证明，

（2）方法一、分离参数可得a=$\frac{e^x}{x^2}$在（0，+∞）只有一个根，即函数y=a与G（x）=$\frac{e^x}{x^2}$的图象在（0，+∞）只有一个交点．结合图象即可求得a．

方法二、：①当a≤0时，f（x）=e^x﹣ax^2＞0，f（x）在（0，+∞）没有零点．．

②当a≤0时，设函数h（x）=1﹣ax^2e^{-x}．f（x）在（0，+∞）只有一个零点⇔h（x）在（0，+∞）只有一个零点．

利用

h′（x）=x（x﹣2）e^{-x}，可得h（x））在（0，2）递减，在（2，+∞）递增，结合函数h（x）图象即可求得a．

【解答】证明：（1）当a=1时，函数f（x）=e^x-x^2．

则f′（x）=e^x-2x，

令g（x）=e^x-2x，则g′（x）=e^x-2，

令g′（x）=0，得x=ln2．

当x∈（0，ln2）时，g′（x）＜0，当x∈（ln2，+∞）时，g′（x）＞0，

∴g（x）≥g（ln2）=$e^{\ln 2}-2\cdot\ln 2=2-2\ln 2>0$，

∴f（x）在[0，+∞）单调递增，∴f（x）≥f（0）=1，

解：（2）方法一、，f（x）在（0，+∞）只有一个零点⇔方程$e^x-ax^2=0$在（0，+∞）只有一个根，

⇔$a=\frac{e^x}{x^2}$在（0，+∞）只有一个根，

即函数y=a与G（x）=$\frac{e^x}{x^2}$的图象在（0，+∞）只有一个交点．

$G'(x)=\frac{e^x(x-2)}{x^3}$，

当x∈（0，2）时，G′（x）＜0，当∈（2，+∞）时，G′（x）＞0，

∴G（x）在（0，2）递减，在（2，+∞）递增，

当→0时，G（x）→+∞，当→+∞时，G（x）→+∞，

∴f（x）在（0，+∞）只有一个零点时，a=G（2）=$\frac{e^2}{4}$．

方法二：①当a≤0时，f（x）=$e^x-ax^2>0$，f（x）在（0，+∞）没有零点．．

②当a＞0时，设函数h（x）=$1-ax^2e^{-x}$．f（x）在（0，+∞）只有一个零点⇔h（x）在（0，+∞）只有一个零点．

h′（x）=$x(x-2)e^{-x}$，当x∈（0，2）时，h′（x）＜0，当x∈（2，+∞）时，h′（x）＞0，

∴h（x）在（0，2）递减，在（2，+∞）递增，∴$h(x)_{min}=h(2)=1-\frac{4a}{e^2}$，（x≥0）．

当h（2）＜0时，即a＞$\frac{e^2}{4}$，由于h（0）=1，当x＞0时，e^x＞x^2，可得h（4a）=1﹣$\frac{16a^3}{e^{4a}}$=1﹣$\frac{16a^3}{(e^{2a})^2}$＞1﹣$\frac{16a^3}{(2a)^4}$=1﹣$\frac{1}{a}$＞0．h（x）在（0，+∞）有2个零点

当h（2）＞0时，即a＜$\frac{e^2}{4}$，h（x）在（0，+∞）没有零点，

当h（2）=0时，即a=$\frac{e^2}{4}$，h（x）在（0，+∞）只有一个零点，

综上，f（x）在（0，+∞）只有一个零点时，a=$\frac{e^2}{4}$．

【点评】本题考查了利用导数探究函数单调性，以及函数零点问题，考查了转化思想、数形结合思想，属于中档题．

（二）选考题：共10分。请考生在第22、23题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。[选修4-4：坐标系与参数方程]

22．（10分）在直角坐标系xOy中，曲线C的参数方程为$\begin{cases}x=2\cos\theta\\y=4\sin\theta\end{cases}$，（θ为参数），直线l的参数方程为$\begin{cases}x=1+t\cos\alpha\\y=2+t\sin\alpha\end{cases}$，（t为参数）．

（1）求C和l的直角坐标方程；

（2）若曲线C截直线l所得线段的中点坐标为（1，2），求l的斜率．

【考点】QH：参数方程化成普通方程．

【专题】35：转化思想；5S：坐标系和参数方程．

【分析】（1）直接利用转换关系，把参数方程和极坐标方程与直角坐标方程进行转化．

（2）利用直线和曲线的位置关系，在利用中点坐标求出结果．

【解答】解：（1）曲线C的参数方程为$\begin{cases}x=2\cos\theta\\y=4\sin\theta\end{cases}$（θ为参数），

转换为直角坐标方程为：$\frac{y^2}{16}+\frac{x^2}{4}=1$．

直线l的参数方程为$\begin{cases}x=1+t\cos\alpha\\y=2+t\sin\alpha\end{cases}$（t为参数）．

转换为直角坐标方程为：xsinα﹣ycosα+2cosα﹣sinα=0．

（2）把直线的参数方程代入椭圆的方程得到：$\frac{(2+t\sin\alpha)^2}{16}+\frac{(1+t\cos\alpha)^2}{4}=1$

整理得：（$4\cos^2\alpha+\sin^2\alpha$）$t^2$+（$8\cos\alpha+4\sin\alpha$）$t-8=0$，

则：$t_1+t_2=-\frac{8\cos\alpha+4\sin\alpha}{4\cos^2\alpha+\sin^2\alpha}$，

由于（1，2）为中点坐标，

①当直线的斜率不存在时，x=1．

无解故舍去．

②当直线的斜率存在时，（由于t_1和t_2为A、B对应的参数）

所以利用中点坐标公式$\frac{t_1+t_2}{2}=0$，

则：$8\cos\alpha+4\sin\alpha=0$，

解得：$\tan\alpha=-2$，

即：直线l的斜率为﹣2．

【点评】本题考查的知识要点：参数方程和极坐标方程与直角坐标方程的转化，直线和曲线的位置关系的应用，中点坐标的应用．

[选修4-5：不等式选讲]

23．设函数$f(x)=5-|x+a|-|x-2|$．

（1）当a=1时，求不等式$f(x)\geq 0$的解集；

（2）若$f(x)\leq 1$，求a的取值范围．

【考点】R5：绝对值不等式的解法．

【专题】11：计算题；38：对应思想；4R：转化法；5T：不等式．

【分析】（1）去绝对值，化为分段函数，求出不等式的解集即可，

（2）由题意可得$|x+a|+|x-2|\geq 4$，根据据绝对值的几何意义即可求出

【解答】解：（1）当a=1时，$f(x)=5-|x+1|-|x-2|=\begin{cases}2x+4, & x\leqslant -1\\ 2, & -1<x<2\\ -2x+6, & x\geqslant 2\end{cases}$．

当$x\leq -1$时，$f(x)=2x+4\geq 0$，解得$-2\leq x\leq -1$，

当$-1<x<2$时，$f(x)=2\geq 0$恒成立，即$-1<x<2$，

当$x\geq 2$时，$f(x)=-2x+6\geq 0$，解得$2\leq x\leq 3$，

综上所述不等式f（x）≥ 0的解集为$[-2，3]$，

（2）$\because$f（x）≤ 1，

$\therefore 5-|x+a|-|x-2|\leq 1$，

$\therefore |x+a|+|x-2|\geq 4$，

$\therefore |x+a|+|x-2|=|x+a|+|2-x|\geq |x+a+2-x|=|a+2|$，

$\therefore |a+2|\geq 4$，

解得$a\leq -6$或$a\geq 2$，

故a的取值范围$(-\infty，-6]\cup[2，+\infty)$．

【点评】本题考查了绝对值的不等式和绝对值的几何意义，属于中档题