

绝密★启用前

2005年普通高等学校招生全国统一考试（上海卷）

数学试卷(文史类)

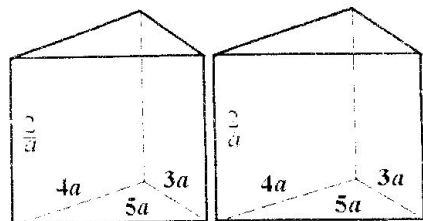
(满分150分, 考试时间120分钟)

考生注意

1. 本场考试时间120分钟, 试卷共4页, 满分150分, 答题纸共2页.
2. 作答前, 在答题纸正面填写姓名、准考证号, 反面填写姓名, 将核对后的条形码贴在答题纸指定位置.
3. 所有作答务必填涂或书写在答题纸上与试卷题号对应的区域, 不得错位. 在试卷上作答一律不得分.
4. 用2B铅笔作答选择题, 用黑色字迹钢笔、水笔或圆珠笔作答非选择题.

一、填空题(本大题满分48分) 本大题共有12题, 只要求直接填写结果, 每个空格填对得4分, 否则一律得零分.

1. 函数 $f(x) = \log_4(x+1)$ 的反函数 $f^{-1}(x) =$ _____.
2. 方程 $4^x + 2^x - 2 = 0$ 的解是 _____.
3. 若 x, y 满足条件 $\begin{cases} x+y \leq 3 \\ y \leq 2x \end{cases}$, 则 $z = 3x + 4y$ 的最大值是 _____.
4. 直角坐标平面 xoy 中, 若定点 $A(1,2)$ 与动点 $P(x,y)$ 满足 $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OA} = 4$, 则点 P 的轨迹方程是 _____.
5. 函数 $y = \cos 2x + \sin x \cos x$ 的最小正周期 $T =$ _____.
6. 若 $\cos \alpha = \frac{1}{7}$, $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, 则 $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) =$ _____.
7. 若椭圆长轴长与短轴长之比为2, 它的一个焦点是 $(2\sqrt{15}, 0)$, 则椭圆的标准方程是 _____.
8. 某班有50名学生, 其中15人选修A课程, 另外35人选修B课程. 从班级中任选两名学生, 他们是选修不同课程的学生的概率是 _____.(结果用分数表示)
9. 直线 $y = \frac{1}{2}x$ 关于直线 $x = 1$ 对称的直线方程是 _____.
10. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $A = 120^\circ$, $AB = 5$, $BC = 7$, 则 $AC =$ _____.
11. 函数 $f(x) = \sin x + 2|\sin x|, x \in [0, 2\pi]$ 的图象与直线 $y = k$ 有且仅有两个不同的交点, 则 k 的取值范围是 _____.
12. 有两个相同的直三棱柱, 高为 $\frac{2}{a}$, 底面三角形的



三边长分别为 $3a, 4a, 5a (a > 0)$.用它们拼成一个三棱柱或四棱柱,在所有可能的情形中,全面积最小的是一个四棱柱,则 a 的取值范围是_____.

二、选择题(本大题满分16分)本大题共有4题,每题都给出代号为A、B、C、D的四个结论,其中有且只有一个结论是正确的,必须把正确结论的代号写在题后的圆括号内,选对得4分,不选、选错或者选出的代号超过一个(不论是否都写在圆括号内),一律得零分.

13. 若函数 $f(x) = \frac{1}{2^x + 1}$, 则该函数在 $(-\infty, +\infty)$ 上是 ()

- A. 单调递减无最小值
- B. 单调递减有最小值
- C. 单调递增无最大值
- D. 单调递增有最大值

14. 已知集合 $M = \{x \mid |x-1| \leq 2, x \in R\}$, $P = \left\{x \mid \frac{5}{x+1} \geq 1, x \in Z\right\}$, 则 $M \cap P$ 等于 ()

- A. $\{x \mid 0 < x \leq 3, x \in Z\}$
- B. $\{x \mid 0 \leq x \leq 3, x \in Z\}$
- C. $\{x \mid -1 \leq x \leq 0, x \in Z\}$
- D. $\{x \mid -1 \leq x < 0, x \in Z\}$

15. 条件甲：“ $a > 1$ ”是条件乙：“ $a > \sqrt{a}$ ”的 ()

- A. 既不充分也不必要条件
- B. 充要条件
- C. 充分不必要条件
- D. 必要不充分条件

16. 用 n 个不同的实数 a_1, a_2, \dots, a_n 可得到 $n!$ 个不同的排列, 每个排列为一行写成一个 $n!$

行的数阵. 对第 i 行 $a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{in}$, 记 $b_i = -a_{i1} + 2a_{i2} - 3a_{i3} + \dots + (-1)^n na_{in}$,

$i = 1, 2, 3, \dots, n!$. 例如: 用 1, 2, 3 可得数阵如图,

1	2	3
---	---	---

由于此数阵中每一列各数之和都是12, 所以,

1	3	2
---	---	---

$b_1 + b_2 + \dots + b_6 = -12 + 2 \times 12 - 3 \times 12 = -24$,

2	1	3
---	---	---

2	3	1
---	---	---

那么, 在用 1, 2, 3, 4, 5 形成的数阵中,

3	1	2
---	---	---

3	2	1
---	---	---

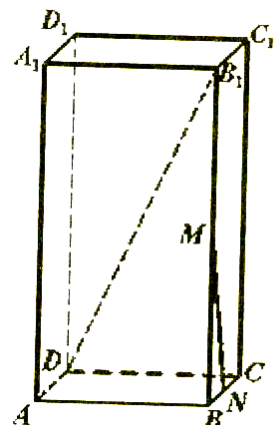
$b_1 + b_2 + \dots + b_{120}$ 等于 ()

- A. -3600
- B. 1800
- C. -1080
- D. -720

三、解答题(本大题满分86分)本大题共有6题, 解答下列各题必须写出必要的步骤.

17. (本题满分12分) 已知长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, M、N

分别是 BB_1 和 BC 的中点, $AB=4$, $AD=2$, B_1D 与平面 ABCD



所成角的大小为 60° ，求异面直线 B_1D 与 MN 所成角的大小。（结果用反三角函数值表示）

18. （本题满分12分）在复数范围内解方程 $|z|^2 + (z + \bar{z})i = \frac{3-i}{2+i}$ （ i 为虚数单位）。

19. (本题满分14分) 本题共有2个小题, 第1小题满分6分, 第2小题满分8分.

已知函数 $f(x) = kx + b$ 的图象与 x, y 轴分别相交于点 A, B , $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i} + 2\vec{j}$ (\vec{i}, \vec{j} 分别是与 x, y 轴正半轴同方向的单位向量), 函数 $g(x) = x^2 - x - 6$.

(1) 求 k, b 的值;

(2) 当 x 满足 $f(x) > g(x)$ 时, 求函数 $\frac{g(x)+1}{f(x)}$ 的最小值.

20. (本题满分14分) 本题共有2个小题, 第1小题满分6分, 第2小题满分8分.

假设某市2004年新建住房面积400万平方米, 其中有250万平方米是中低价房. 预计在今后的若干年内, 该市每年新建住房面积平均比上一年增长8%. 另外, 每年新建住房中, 中低价房的面积均比上一年增加50万平方米. 那么, 到哪一年底,

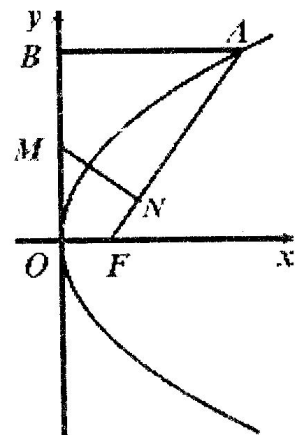
(1) 该市历年所建中低价层的累计面积 (以2004年为累计的第一年) 将首次不少于4750万平方米?

(2) 当年建造的中低价房的面积占该年建造住房面积的比例首次大于85%?

21. (本题满分16分) 本题共有3个小题, 第1小题满分4分, 第2小题满分6分, 第3小题满分6分.

已知抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F , A 是抛物线上横坐标为4、且位于 x 轴上方的点, A 到抛物线准线的距离等于5. 过 A 作 AB 垂直于 y 轴, 垂足为 B , OB 的中点为 M .

- (1) 求抛物线方程;
- (2) 过 M 作 $MN \perp FA$, 垂足为 N , 求点 N 的坐标;
- (3) 以 M 为圆心, MB 为半径作圆 M , 当 $K(m, 0)$ 是 x 轴上一动点时, 讨论直线 AK 与圆 M 的位置关系.



22. (本题满分18分) 本题共有3个小题, 第1小题满分4分, 第2小题满分8分, 第3小题满分6分.

对定义域是 D_f 、 D_g 的函数 $y = f(x)$ 、 $y = g(x)$, 规定: 函数

$$h(x) = \begin{cases} f(x)g(x), & \text{当 } x \in D_f \text{ 且 } x \in D_g \\ f(x), & \text{当 } x \in D_f \text{ 且 } x \notin D_g \\ g(x), & \text{当 } x \notin D_f \text{ 且 } x \in D_g \end{cases}.$$

(1) 若函数 $f(x) = -2x + 3$, $g(x) = x - 2$, 写出函数 $h(x)$ 的解析式;

(2) 求问题 (1) 中函数 $h(x)$ 的最大值;

(3) 若 $g(x) = f(x + \alpha)$, 其中 α 是常数, 且 $\alpha \in [0, \pi]$, 请设计一个定义域为 \mathbb{R} 的

函数 $y = f(x)$, 及一个 α 的值, 使得 $h(x) = \cos 2x$, 并予以证明.

