

# 文科数学

## 第I卷(共60分)

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

(1)若复数 $z$ 满足 $z(2-i)=11+7i$ ( $i$ 为虚数单位), 则 $z$ 为

- (A) $3+5i$  (B) $3-5i$  (C) $-3+5i$  (D) $-3-5i$

(2)已知全集 $U = \{0,1,2,3,4\}$ , 集合 $A = \{1,2,3\}$ ,  $B = \{2,4\}$ , 则 $(\complement_U A) \cup B$ 为

- (A) $\{1,2,4\}$  (B) $\{2,3,4\}$  (C) $\{0,2,4\}$  (D) $\{0,2,3,4\}$

(3)函数 $f(x) = \frac{1}{\ln(x+1)} + \sqrt{4-x^2}$ 的定义域为

- (A) $[-2,0) \cup (0,2]$  (B) $(-1,0) \cup (0,2]$  (C) $[-2,2]$  (D) $(-1,2]$

(4)在某次测量中得到的 $A$ 样本数据如下: 82, 84, 84, 86, 86, 86, 88, 88, 88, 88.若 $B$ 样本数据恰好是 $A$ 样本数据都加2后所得数据, 则 $A, B$ 两样本的下列数字特征对应相同的是

- (A)众数 (B)平均数 (C)中位数 (D)标准差

(5)设命题 $p$ : 函数 $y = \sin 2x$ 的最小正周期为 $\frac{\pi}{2}$ ; 命题 $q$ : 函数 $y = \cos x$ 的图象关于直线

$x = \frac{\pi}{2}$ 对称.则下列判断正确的是

- (A) $p$ 为真 (B) $\neg q$ 为假 (C) $p \wedge q$ 为假 (D) $p \vee q$ 为真

(6)设变量 $x, y$ 满足约束条件 $\begin{cases} x+2y \geq 2, \\ 2x+y \leq 4, \\ 4x-y \geq -1, \end{cases}$  则目标函数 $z = 3x - y$ 的取值范围是

- (A) $[-\frac{3}{2}, 6]$  (B) $[-\frac{3}{2}, -1]$  (C) $[-1, 6]$  (D) $[-6, \frac{3}{2}]$

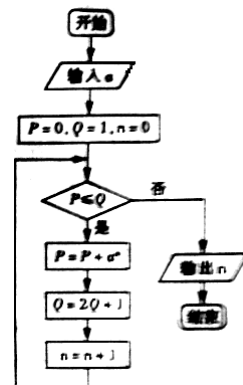
(7)执行右面的程序框图, 如果输入 $a = 4$ , 那么输出的 $n$ 的值为

- (A)2 (B)3 (C)4 (D)5

(8)函数 $y = 2\sin\left(\frac{\pi x}{6} - \frac{\pi}{3}\right)$  ( $0 \leq x \leq 9$ )的最大值与最小值之和为

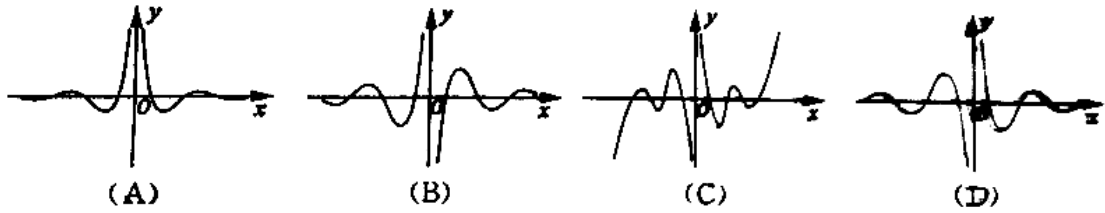
- (A) $2 - \sqrt{3}$  (B)0 (C)-1 (D) $-1 - \sqrt{3}$

(9)圆 $(x+2)^2 + y^2 = 4$ 与圆 $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 9$ 的位置关系为



- (A)内切 (B)相交 (C)外切 (D)相离

(10)函数  $y = \frac{\cos 6x}{2^x - 2^{-x}}$  的图象大致为



(11)已知双曲线  $C_1: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$  的离心率为2.若抛物线  $C_2: x^2 = 2py (p > 0)$  的焦点到双曲线  $C_1$  的渐近线的距离为2, 则抛物线  $C_2$  的方程为

- (A)  $x^2 = \frac{8\sqrt{3}}{3}y$  (B)  $x^2 = \frac{16\sqrt{3}}{3}y$  (C)  $x^2 = 8y$  (D)  $x^2 = 16y$

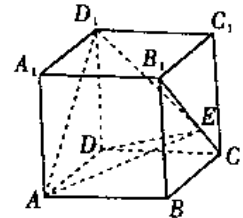
(12)设函数  $f(x) = \frac{1}{x}$ ,  $g(x) = -x^2 + bx$ .若  $y = f(x)$  的图象与  $y = g(x)$  的图象有且仅有两个不同的公共点  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ , 则下列判断正确的是

- (A)  $x_1 + x_2 > 0, y_1 + y_2 > 0$  (B)  $x_1 + x_2 > 0, y_1 + y_2 < 0$   
 (C)  $x_1 + x_2 < 0, y_1 + y_2 > 0$  (D)  $x_1 + x_2 < 0, y_1 + y_2 < 0$

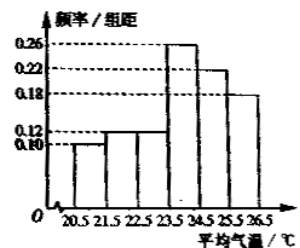
## 第II卷(共90分)

二、填空题: 本大题共4小题, 每小题4分, 共16分.

(13)如图, 正方体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  的棱长为1, E为线段  $B_1C$  上的一点, 则三棱锥  $A - DED_1$  的体积为\_\_\_\_\_.

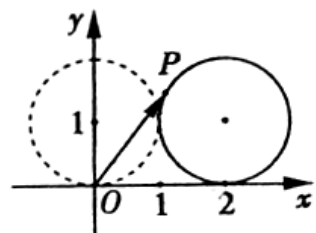


(14)右图是根据部分城市某年6月份的平均气温(单位:  $^{\circ}\text{C}$ )数据得到的样本频率分布直方图, 其中平均气温的范围是  $[20.5, 26.5]$ , 样本数据的分组为  $[20.5, 21.5)$ ,  $[21.5, 22.5)$ ,  $[22.5, 23.5)$ ,  $[23.5, 24.5)$ ,  $[24.5, 25.5)$ ,  $[25.5, 26.5]$ .已知样本中平均气温低于  $22.5^{\circ}\text{C}$  的城市个数为11, 则样本中平均气温不低于  $25.5^{\circ}\text{C}$  的城市个数为\_\_\_\_\_.



(15)若函数  $f(x) = a^x (a > 0, a \neq 1)$  在  $[-1, 2]$  上的最大值为4, 最小值为  $m$ , 且函数  $g(x) = (1 - 4m)\sqrt{x}$  在  $[0, +\infty)$  上是增函数, 则  $a =$ \_\_\_\_\_.

(16)如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 一单位圆的圆心的初始位置在  $(0, 1)$ , 此时圆上一点  $P$  的位置在  $(0, 0)$ , 圆在  $x$  轴上沿正向滚动.当圆滚动到圆心位于  $(2, 1)$  时,  $\overline{OP}$  的坐标为\_\_\_\_\_.



三、解答题：本大题共6小题，共74分.

(17) (本小题满分12分)

在 $\triangle ABC$ 中，内角 $A, B, C$ 所对的边分别为 $a, b, c$ ，已知 $\sin B(\tan A + \tan C) = \tan A \tan C$ .

(I) 求证： $a, b, c$ 成等比数列；

(II) 若 $a=1, c=2$ ，求 $\triangle ABC$ 的面积 $S$ .

(18) (本小题满分12分)

袋中有五张卡片，其中红色卡片三张，标号分别为1, 2, 3；蓝色卡片两张，标号分别为1, 2.

(I) 从以上五张卡片中任取两张，求这两张卡片颜色不同且标号之和小于4的概率；

(II) 现袋中再放入一张标号为0的绿色卡片，从这六张卡片中任取两张，求这两张卡片颜色不同且标号之和小于4的概率.

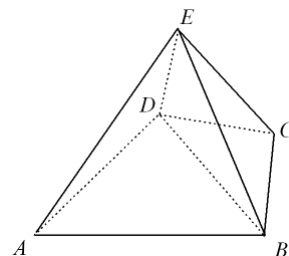
(19) (本小题满分12分)

如图，几何体 $E-ABCD$ 是四棱锥， $\triangle ABD$ 为正三角形，  
 $CB=CD, EC \perp BD$ .

(I) 求证： $BE=DE$ ；

(II) 若 $\angle BCD=120^\circ$ ， $M$ 为线段 $AE$ 的中点，

求证： $DM \parallel$ 平面 $BEC$ .



(20) (本小题满分12分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前5项和为105，且 $a_{20} = 2a_5$ .

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(II) 对任意 $m \in \mathbf{N}^*$ ，将数列 $\{a_n\}$ 中不大于 $7^{2m}$ 的项的个数记为 $b_m$ . 求数列 $\{b_m\}$ 的前 $m$ 项和

$S_m$ .

(21) (本小题满分13分)

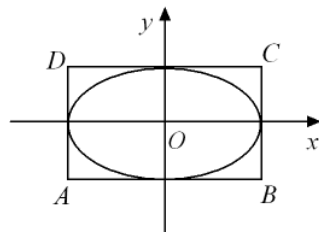
如图, 椭圆  $M: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的离心率为  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ , 直线  $x = \pm a$  和  $y = \pm b$  所围成的矩形  $ABCD$  的面积为8.

(I) 求椭圆  $M$  的标准方程;

(II) 设直线  $l: y = x + m (m \in \mathbf{R})$  与椭圆  $M$  有两个不同的交点

$P, Q$ ,  $l$  与矩形  $ABCD$  有两个不同的交点  $S, T$ . 求  $\frac{|PQ|}{|ST|}$  的

最大值及取得最大值时  $m$  的值.



(22) (本小题满分13分)

已知函数  $f(x) = \frac{\ln x + k}{e^x}$  ( $k$  为常数,  $e = 2.71828 \dots$  是自然对数的底数), 曲线  $y = f(x)$  在点  $(1, f(1))$  处的切线与  $x$  轴平行.

(I) 求  $k$  的值;

(II) 求  $f(x)$  的单调区间;

(III) 设  $g(x) = xf'(x)$ , 其中  $f'(x)$  为  $f(x)$  的导函数. 证明: 对任意  $x > 0$ ,  $g(x) < 1 + e^{-2}$ .