2012年天津市高考数学试卷（文科）

一、选择题（共8小题，每小题5分，共40分）

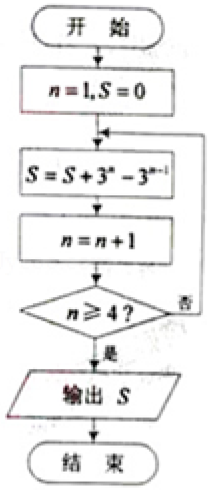
1．（2012•天津）i是虚数单位，复数$\frac{5+3i}{4-i}$=（　　）

A．1﹣i　　B．﹣1+i　　C．1+i　　D．﹣1﹣i

2．（2012•天津）设变量x，y满足约束条件$\begin{cases}2x+y-2\geqslant 0\\x-2y+4\geqslant 0\\x-1\leqslant 0\end{cases}$则目标函数z=3x﹣2y的最小值为（　　）

A．﹣5　　B．﹣4　　C．﹣2　　D．3

3．（2012•天津）阅读右边的程序框图，运行相应的程序，则输出s的值为（　　）



A．8　　B．18　　C．26　　D．80

4．（2012•天津）已知a=$2^{1.2}$，b=$\left(\frac{1}{2}\right)^{-0.8}$，c=2$\log_5 2$，则a，b，c的大小关系为（　　）

A．c＜b＜a　　B．c＜a＜b　　C．b＜a＜c　　D．b＜c＜a

5．（2012•天津）设x∈R，则"x＞$\frac{1}{2}$"是"$2x^2+x-1>0$"的（　　）

A．充分而不必要条件　　B．必要而不充分条件　　C．充分必要条件　　D．既不充分也不必要条件

6．（2012•天津）下列函数中，既是偶函数，又在区间（1，2）内是增函数的为（　　）

A．y=cos2x，x∈R　　B．y=$\log_2|x|$，x∈R且x≠0　　C．y=$\frac{e^x-e^{-x}}{2}$，x∈R　　D．y=x^3+1，x∈R

7．（2012•天津）将函数y=sinωx（其中ω＞0）的图象向右平移$\frac{\pi}{4}$个单位长度，所得图象经过点（$\frac{3\pi}{4}$，0），则ω的最小值是（　　）

A．$\frac{1}{3}$　　B．1　　C．$\frac{5}{3}$　　D．2

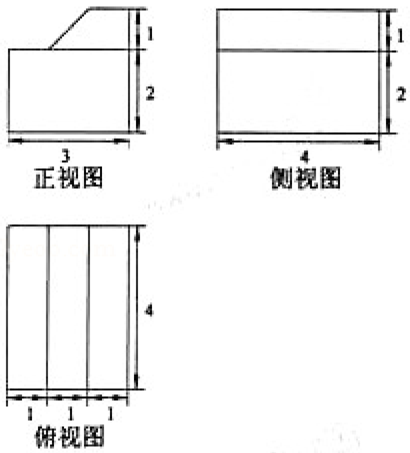
8. （2012•天津）在△ABC中，∠A=90°，AB=1，AC=2．设点P，Q满足$\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AQ}=(1-\lambda)\overrightarrow{AC}$，λ∈R．若$\overrightarrow{BQ}\cdot\overrightarrow{CP}=2$，则λ=（　　）

A．$\frac{1}{3}$　　B．$\frac{2}{3}$　　C．$\frac{4}{3}$　　D．2

二、填空题（共6小题，每小题5分，共30分）

9. （2012•天津）集合A={x∈R||x﹣2|≤5}中的最小整数为_____________．

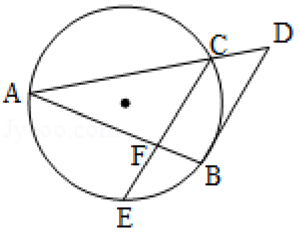
10. （2012•天津）一个几何体的三视图如图所示（单位：m），则该几何体的体积为_____________m^3．



11. （2012•天津）已知双曲线C_1：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（a>0，b>0）与双曲线C：$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{16}=1$（a>0，b>0）有相同的渐近线，且$C_1$的右焦点为F（$\sqrt{5}$，0）．则a=_____________，b=_____________．

12. （2012•天津）设m，n∈R，若直线l：mx+ny﹣1=0与x轴相交于点A，与y轴相交于点B，且l与圆$x^2+y^2=4$相交所得弦的长为2，O为坐标原点，则△AOB面积的最小值为_____________．

13. （2012•天津）如图，已知AB和AC是圆的两条弦，过点B作圆的切线与AC的延长线相交于点D，过点C作BD的平行线与圆相交于点E，与AB相交于点F，AF=3，FB=1，EF=$\frac{3}{2}$，则线段CD的长为_____________．



14. （2012•天津）已知函数y=$\frac{|x^2-1|}{x-1}$的图象与函数y=kx的图象恰有两个交点，则实数k的取值范围是_____________．

三、解答题（本大题共6小题，共80分）

15．（2012•天津）某地区有小学21所，中学14所，大学7所，现采用分层抽样的方法从这些学校中抽取6所学校对学生进行视力调查．

（1）求应从小学、中学、大学中分别抽取的学校数目；

（2）若从抽取的6所学校中随机抽取2所学校做进一步数据分析．

（ⅰ）列出所有可能的抽取结果；

（ⅱ）求抽取的2所学校均为小学的概率．

16．（2012•天津）在△ABC中，内角A，B，C所对的边分别是a，b，c，已知a=2，$c=\sqrt{2}$，$\cos A=-\frac{\sqrt{2}}{4}$．

（1）求sinC和b的值；

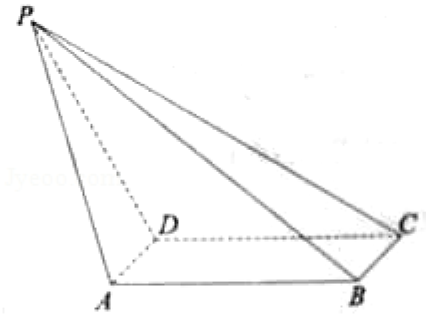
（2）求$\cos\left(2A+\frac{\pi}{3}\right)$的值．

17．（2012•天津）如图，在四棱锥P﹣ABCD中，底面ABCD是矩形，AD⊥PD，BC=1，$PC=2\sqrt{3}$，PD=CD=2．

（1）求异面直线PA与BC所成角的正切值；

（2）证明：平面PDC⊥平面ABCD；

（3）求直线PB与平面ABCD所成角的正弦值．



18．（2012•天津）已知$\{a_n\}$是等差数列，其前n项和为S_n，$\{b_n\}$是等比数列，且$a_1=b_1=2$，$a_4+b_4=27$，$S_4-b_4=10$．

（1）求数列$\{a_n\}$与$\{b_n\}$的通项公式；

（2）记$T_n=a_nb_1+a_{n-1}b_2+\ldots+a_1b_n$，$n\in N^*$，证明：$T_n-8=a_{n-1}b_{n+1}$（$n\in N^*$，$n\geq 2$）．

19．（2012•天津）已知椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$），点P（$\frac{\sqrt{5}}{5}a$，$\frac{\sqrt{2}}{2}a$）在椭圆上．

（1）求椭圆的离心率；

（2）设A为椭圆的左顶点，O为坐标原点．若点Q在椭圆上且满足|AQ|=|AO|，求直线OQ的斜率的值．

20．（2012•天津）已知函数$f(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{1-a}{2}x^2-ax-a$，$x\in R$，其中$a>0$．

（1）求函数f（x）的单调区间；

（2）若函数f（x）在区间（﹣2，0）内恰有两个零点，求a的取值范围；

（3）当a=1时，设函数f（x）在区间[t，t+3]上的最大值为M（t），最小值为m（t）．记g（t）=M（t）﹣m（t），求函数g（t）在区间[﹣3，﹣1]上的最小值．

2012年天津市高考数学试卷（文科）

参考答案与试题解析

一、选择题（共8小题，每小题5分，共40分）

1．（2012•天津）i是虚数单位，复数$\frac{5+3i}{4-i}$=（　　）

A．1﹣i　　B．﹣1+i　　C．1+i　　D．﹣1﹣i

考点：复数代数形式的乘除运算。

专题：计算题。

分析：进行复数的除法运算，分子很分母同乘以分母的共轭复数，约分化简，得到结果．

解答：解：$\frac{5+3i}{4-i}=\frac{(5+3i)(4+i)}{(4-i)(4+i)}=\frac{17+17i}{17}$=1+i

故选C．

点评：本题考查复数的代数形式的乘除运算，本题解题的关键是掌握除法的运算法则，本题是一个基础题．

2．（2012•天津）设变量x，y满足约束条件$\begin{cases}2x+y-2\geqslant 0\\ x-2y+4\geqslant 0\\ x-1\leqslant 0\end{cases}$则目标函数z=3x﹣2y的最小值为（　　）

A．﹣5　　B．﹣4　　C．﹣2　　D．3

考点：简单线性规划。

专题：计算题。

分析：先画出线性约束条件对应的可行域，再将目标函数赋予几何意义，数形结合即可得目标函数的最小值

解答：解：画出可行域如图阴影区域：

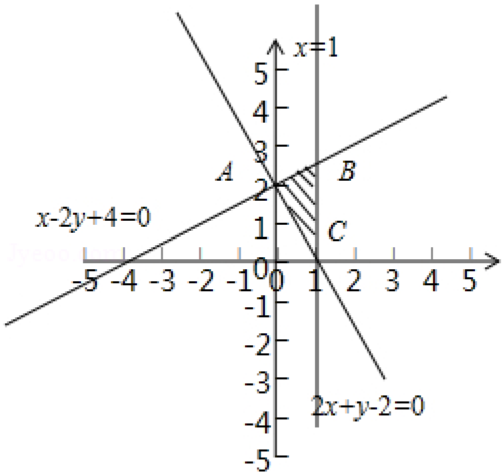
目标函数z=3x﹣2y可看做y=$\frac{3}{2}$x﹣$\frac{1}{2}$z，即斜率为$\frac{3}{2}$，截距为﹣$\frac{1}{2}$z的动直线，

数形结合可知，当动直线过点A时，z最小

由$\begin{cases}2x+y-2=0\\ x-2y+4=0\end{cases}$得A（0，2）

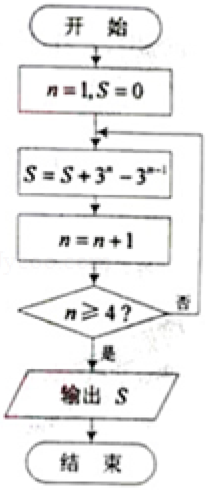
∴目标函数z=3x﹣2y的最小值为z=3×0﹣2×2=﹣4

故选 B



点评：本题主要考查了线性规划的思想方法和解题技巧，二元一次不等式组表示平面区域，数形结合的思想方法，属基础题

3．（2012•天津）阅读右边的程序框图，运行相应的程序，则输出s的值为（　　）



A．8　　B．18　　C．26　　D．80

考点：数列的求和；循环结构。

专题：计算题。

分析：根据框图可求得$S_1=2$，$S_2=8$，$S_3=26$，执行完后n已为4，故可得答案．

解答：解：由程序框图可知，当n=1，S=0时，$S_1=0+3^1-3^0=2$；

同理可求n=2，$S_1=2$时，$S_2=8$；

n=3，$S_2=8$时，$S_3=26$；执行完后n已为4，

故输出的结果为26．

故选C．

点评：本题考查数列的求和，看懂框图循环结构的含义是关键，考查学生推理、运算的能力，属于基础题．

4．（2012•天津）已知$a=2^{1.2}$，$b=\left(\frac{1}{2}\right)^{-0.8}$，$c=2\log_5 2$，则a，b，c的大小关系为（　　）

A．c＜b＜a　　B．c＜a＜b　　C．b＜a＜c　　D．b＜c＜a

考点：不等式比较大小。

专题：计算题。

分析：由函数$y=2^x$在R上是增函数可得$a>b>2^0=1$，再由$c=2\log_5 2=\log_5 4<\log_5 5=1$，从而得到a，b，c的大小关系

解答：解：由于函数$y=2^x$在R上是增函数，$a=2^{1.2}$，$b=(\frac{1}{2})^{-0.8}=2^{0.8}$，$1.2>0.8>0$，

$\therefore a>b>2^0=1$.

再由$c=2\log_5 2=\log_5 4<\log_5 5=1$，

可得 $a>b>c$，

故选A．

点评：本题主要考查指数函数、对数函数的单调性和特殊点，属于基础题．

5．（2012•天津）设x∈R，则“$x>\frac{1}{2}$”是“$2x^2+x-1>0$”的（　　）

A．充分而不必要条件　B．必要而不充分条件　C．充分必要条件　D．既不充分也不必要条件

考点：必要条件、充分条件与充要条件的判断。

专题：计算题。

分析：求出二次不等式的解，然后利用充要条件的判断方法判断选项即可．

解答：解：由$2x^2+x-1>0$，可知$x<-1$或$x>\frac{1}{2}$;

所以当“$x>\frac{1}{2}$”⇒“$2x^2+x-1>0$”；

但是“$2x^2+x-1>0$”推不出“$x>\frac{1}{2}$”．

所以“$x>\frac{1}{2}$”是“$2x^2+x-1>0$”的充分而不必要条件．

故选A．

点评：本题考查必要条件、充分条件与充要条件的判断，二次不等式的解法，考查计算能力．

6．（2012•天津）下列函数中，既是偶函数，又在区间（1，2）内是增函数的为（　　）

A．$y=\cos 2x$，$x\in R$　B．$y=\log_2|x|$，$x\in R$且$x\neq 0$　C．$y=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$，$x\in R$　D．$y=x^3+1$，$x\in R$

考点：函数奇偶性的判断；函数单调性的判断与证明。

专题：计算题。

分析：利用函数奇偶性的定义可排除C，D，再由“在区间（1，2）内是增函数”可排除A，从而可得答案．

解答：解：对于A，令$y=f(x)=\cos x$，则$f(-x)=\cos(-x)=\cos x=f(x)$，为偶函数，

而$f(x)=\cos x$在$[0,\pi]$上单调递减，$(1,2)\subset[0,\pi]$，

故$f(x)=\cos x$在区间（1，2）内是减函数，故排除A；

对于B，令$y=f(x)=\log_2|x|$，$x\in R$且$x\neq 0$，同理可证$f(x)$为偶函数，当$x\in(1,2)$时，$y=f(x)=\log_2|x|=\log_2 x$，为增函数，故B满足题意；

对于C，令$y=f(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$，$x\in R$，$f(-x)=-f(x)$，为奇函数，故可排除C；

而D，为非奇非偶函数，可排除D；

故选B．

点评：本题考查函数奇偶性的判断与单调性的判断，着重考查函数奇偶性与单调性的定义，考查"排除法"在解题中的作用，属于基础题．

7．（2012•天津）将函数y=sinωx（其中ω＞0）的图象向右平移$\frac{\pi}{4}$个单位长度，所得图象经过点（$\frac{3\pi}{4}$，0），则ω的最小值是（　　）

A．$\frac{1}{3}$　B．1　C．$\frac{5}{3}$　D．2

考点：由y=Asin（ωx+φ）的部分图象确定其解析式；函数y=Asin（ωx+φ）的图象变换。

专题：计算题。

分析：图象变换后所得图象对应的函数为y=sinω（x﹣$\frac{\pi}{4}$），再由所得图象经过点（$\frac{3\pi}{4}$，0）可得sinω（$\frac{3\pi}{4}$﹣$\frac{\pi}{4}$）=sin（ω$\frac{\pi}{2}$）=0，故ω•$\frac{\pi}{2}$=kπ，由此求得ω的最小值．

解答：解：将函数y=sinωx（其中ω＞0）的图象向右平移$\frac{\pi}{4}$个单位长度，所得图象对应的函数为y=sinω（x﹣$\frac{\pi}{4}$）．

再由所得图象经过点（$\frac{3\pi}{4}$，0）可得sinω（$\frac{3\pi}{4}$﹣$\frac{\pi}{4}$）=sin（ω$\frac{\pi}{2}$）=0，∴ω•$\frac{\pi}{2}$=kπ，k∈z．

故ω的最小值是2，

故选D．

点评：本题主要考查y=Asin（ωx+∅）的图象变换，以及由y=Asin（ωx+∅）的部分图象求函数解析式，属于中档题．

8．（2012•天津）在△ABC中，∠A=90°，AB=1，AC=2．设点P，Q满足$\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}$，$\overrightarrow{AQ}=(1-\lambda)\overrightarrow{AC}$，λ∈R．若$\overrightarrow{BQ}\cdot\overrightarrow{CP}$=2，则λ=（　　）

A．$\frac{1}{3}$　B．$\frac{2}{3}$　C．$\frac{4}{3}$　D．2

考点：平面向量数量积的运算。

专题：计算题。

分析：由题意可得$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$=0，根据$\overrightarrow{BQ}\cdot\overrightarrow{CP}$=﹣（1﹣λ）$\overrightarrow{AC}^2$﹣λ$\overrightarrow{AB}^2$=（λ﹣1）4﹣λ×1=2，求得λ的值．

解答：解：由题意可得$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$=0，

由于$\overrightarrow{BQ}\cdot\overrightarrow{CP}$=（$\overrightarrow{AQ}-\overrightarrow{AB}$）•（$\overrightarrow{AP}-\overrightarrow{AC}$）=[（1﹣λ）$\overrightarrow{AC}$﹣$\overrightarrow{AB}$]•[λ$\overrightarrow{AB}$﹣$\overrightarrow{AC}$]

$=-(1-\lambda)\overrightarrow{AC}^2-\lambda\overrightarrow{AB}^2=(\lambda-1)4-\lambda\times1=2$，

解得 $\lambda=2$，

故选D．

点评：本题主要考查两个向量垂直的性质，两个向量的加减法的法则，以及其几何意义，两个向量的数量积的运算，属于中档题．

二、填空题（共6小题，每小题5分，共30分）

9．（2012•天津）集合$A=\{x\in R||x-2|\le5\}$中的最小整数为<u> -3 </u>．

考点：绝对值不等式的解法。

专题：计算题。

分析：由$|x-2|\le5$可解得$-3\le x\le7$，从而可得答案．

解答：解：$\because A=\{x\in R||x-2|\le5\}$，

$\therefore$由$|x-2|\le5$得，

$-5\le x-2\le5$，

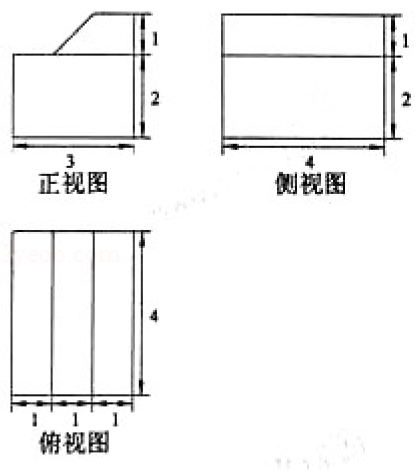
$\therefore -3\le x\le7$，

$\therefore$集合$A=\{x\in R||x-2|\le5\}$中的最小整数为-3．

故答案为-3．

点评：本题考查绝对值不等式的解法，可根据绝对值不等式$|x|\le a$（$a>0$）的意义直接得到$-a\le x\le a$，也可以两端平方，去掉绝对值符号解之，属于基础题．

10．（2012•天津）一个几何体的三视图如图所示（单位：m），则该几何体的体积为<u> 30 </u>m^3．



考点：由三视图求面积、体积。

专题：计算题。

分析：通过三视图判断几何体的特征，利用三视图的数据，求出几何体的体积即可．

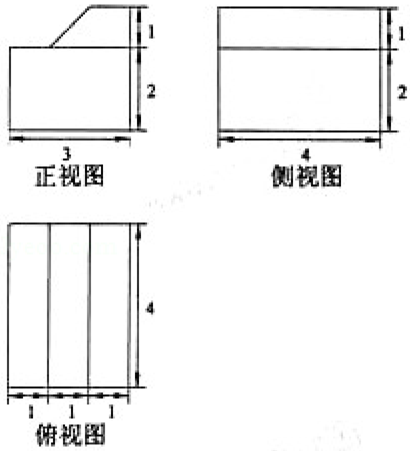
解答：解：由三视图可知几何体是组合体，下部是长方体，底面边长为3和4，高为2，

上部是放倒的四棱柱，底面为直角梯形，底面直角边长为2和1，高为1，棱柱的高为4，

所以几何体看作是放倒的棱柱，底面是5边形，

几何体的体积为：（$2\times3+\frac{1+2}{2}\times1$）$\times4=30$（$m^3$）．

故答案为：30．



点评：本题考查三视图与几何体的关系，判断三视图复原的几何体的形状是解题的关键，考查空间想象能力与计算能力．

11．（2012•天津）已知双曲线C_1：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）与双曲线C：$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{16}=1$（$a>0$，$b>0$）有相同的渐近线，且$C_1$的右焦点为F（$\sqrt{5}$，0）．则a=__1__，b=__2__．

考点：双曲线的简单性质。

专题：计算题。

分析：双曲线C_1：$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的渐近线方程为$y=\pm\frac{b}{a}x$，右焦点为（c，0），结合已知即可得$\frac{b}{a}=2$，$c=\sqrt{5}$，列方程即可解得a、b的值

解答：解：∵双曲线C：$\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{16}=1$（$a>0$，$b>0$）的渐近线方程为$y=\pm2x$，

∴$\frac{b}{a}=2$

∵且C_1的右焦点为F（$\sqrt{5}$，0）．

∴$c=\sqrt{5}$，由$a^2+b^2=c^2$

解得a=1，b=2

故答案为1，2

点评：本题主要考查了双曲线的标准方程，双曲线的几何性质，属基础题

12．（2012•天津）设m，n∈R，若直线l：$mx+ny-1=0$与x轴相交于点A，与y轴相交于点B，且l与圆$x^2+y^2=4$相交所得弦的长为2，O为坐标原点，则△AOB面积的最小值为__3__．

考点：直线与圆相交的性质；直线的一般式方程。

专题：计算题。

分析：由圆的方程找出圆心坐标和半径r，由直线l被圆截得的弦长与半径，根据垂径定理及勾股定理求出圆心到直线l的距离，然后再利用点到直线的距离公式表示出圆心到直线l的距离，两者相等列出关系式，整理后求出m^2+n^2的值，再由直线l与x轴交于A点，与y轴交于B点，由直线l的解析式分别令x=0及y=0，得出A的横坐标及B的纵坐标，确定出A和B的坐标，得出OA及OB的长，根据三角形AOB为直角三角形，表示出三角形AOB的面积，利用基本不等式变形后，将m^2+n^2的值代入，即可求出三角形AOB面积的最小值.

解答：解：由圆$x^2+y^2=4$的方程，得到圆心坐标为（0，0），半径r=2，

∵直线l与圆$x^2+y^2=4$相交所得弦CD=2，

∴圆心到直线l的距离$d=\sqrt{r^2-(\frac{CD}{2})^2}=\sqrt{3}$，

∴圆心到直线l：mx+ny﹣1=0的距离$d=\frac{1}{\sqrt{m^2+n^2}}=\sqrt{3}$，

整理得：$m^2+n^2=\frac{1}{3}$，

令直线l解析式中y=0，解得：$x=\frac{1}{m}$，

∴A（$\frac{1}{m}$，0），即$OA=\frac{1}{|m|}$，

令x=0，解得：$y=\frac{1}{n}$，

∴B（0，$\frac{1}{n}$），即$OB=\frac{1}{|n|}$，

∵$m^2+n^2\geq 2|mn|$，当且仅当|m|=|n|时取等号，

∴$|mn|\leq\frac{m^2+n^2}{2}$，

又△AOB为直角三角形，

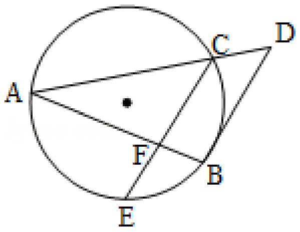
∴$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}OA\bullet OB=\frac{1}{2|mn|}\geq\frac{1}{m^2+n^2}=3$，

则△AOB面积的最小值为3.

故答案为：3

点评：此题考查了直线与圆相交的性质，涉及的知识有：点到直线的距离公式，垂径定理，勾股定理，直线的一般式方程，以及基本不等式的运用，当直线与圆相交时，常常根据垂径定理由垂直得中点，进而由弦长的一半，圆的半径及弦心距构造直角三角形，利用勾股定理俩来解决问题.

13．（2012•天津）如图，已知AB和AC是圆的两条弦，过点B作圆的切线与AC的延长线相交于点D，过点C作BD的平行线与圆相交于点E，与AB相交于点F，AF=3，FB=1，$EF=\frac{3}{2}$，则线段CD的长为__$\frac{4}{3}$__.



考点：与圆有关的比例线段。

专题：计算题。

分析：由相交弦定理求出FC，由相似比求出BD，设DC=x，则AD=4x，再由切割线定理，BD^2=CD•AD求解．

解答：解：由相交弦定理得到AF•FB=EF•FC，即$3\times1=\frac{3}{2}\times FC$，FC=2，在△ABD中AF：AB=FC：BD，即3：4=2：BD，$BD=\frac{8}{3}$，

设DC=x，则AD=4x，再由切割线定理，BD^2=CD•AD，即$x\bullet4x=\left(\frac{8}{3}\right)^2$，$x=\frac{4}{3}$

故答案为：$\frac{4}{3}$

点评：本题主要考查了平面几何中直线与圆的位置关系，相交弦定理，切割线定理，相似三角形的概念、判定与性质．

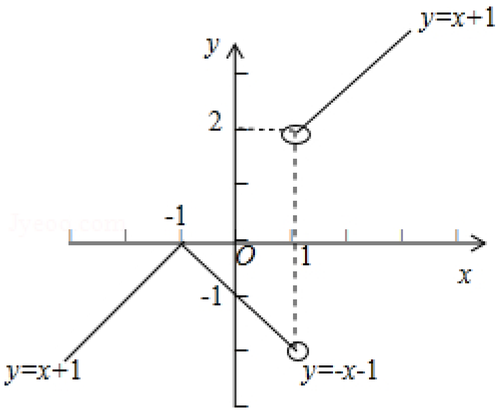
14．（2012•天津）已知函数$y=\frac{|x^2-1|}{x-1}$的图象与函数y=kx的图象恰有两个交点，则实数k的取值范围是__（0，1）∪（1，2）__．

考点：函数的零点与方程根的关系。

专题：计算题。

分析：函数$y=\frac{|x^2-1|}{x-1}=\frac{|x+1|\bullet|x-1|}{x-1}=\begin{cases}x+1, & x>1\\ -(x+1), & -1\leqslant x<1\\ x+1, & x<-1\end{cases}$，如图所示，可得直线y=kx与函数$y=\frac{|x^2-1|}{x-1}$的图象相交于两点时，直线的斜率k的取值范围．

解答：解：函数$y=\frac{|x^2-1|}{x-1}=\frac{|x+1|\bullet|x-1|}{x-1}=\begin{cases}x+1, & x>1\\ -(x+1), & -1\leqslant x<1\\ x+1, & x<-1\end{cases}$，如图所示：



故当一次函数y=kx的斜率k满足0＜k＜1 或1＜k＜2时，直线y=kx与函数$y=\frac{|x^2-1|}{x-1}$的图象相交于两点，

故答案为（0，1）∪（1，2）．

点评：本题主要考查函数的零点的定义，函数的零点与方程的根的关系，体现了转化、数形结合的数学思想，属于基础题．

三、解答题（本大题共6小题，共80分）

15．（2012•天津）某地区有小学21所，中学14所，大学7所，现采用分层抽样的方法从这些学校中抽取6所学校对学生进行视力调查．

（1）求应从小学、中学、大学中分别抽取的学校数目；

（2）若从抽取的6所学校中随机抽取2所学校做进一步数据分析．

（ⅰ）列出所有可能的抽取结果；

（ⅱ）求抽取的2所学校均为小学的概率．

考点：列举法计算基本事件数及事件发生的概率；分层抽样方法。

专题：计算题。

分析：（1）利用分层抽样的意义，先确定抽样比，在确定每层中抽取的学校数目；

（2）（i）从抽取的6所学校中随机抽取2所学校，所有结果共有C_6^2=15种，按规律列举即可；

（ii）先列举抽取结果两所学校均为小学的基本事件数，再利用古典概型概率的计算公式即可得结果

解答：解：（I）抽样比为$\frac{6}{21+14+7}=\frac{1}{7}$，

故应从小学、中学、大学中分别抽取的学校数目分别为$21\times\frac{1}{7}=3$，$14\times\frac{1}{7}=2$，$7\times\frac{1}{7}=1$

（II）（i）在抽取到的6所学校中，3所小学分别记为1、2、3，两所中学分别记为a、b，大学记为A

则抽取2所学校的所有可能结果为{1，2}，{1，3}，{1，a}，{1，b}，{1，A}，{2，3}，{2，a}，{2，b}，{2，A}，{3，a}，{3，b}，{3，A}，{a，b}，{a，A}，{b，A}，共15种

（ii）设B={抽取的2所学校均为小学}，事件B的所有可能结果为{1，2}，{1，3}，{2，3}共3种，

∴$P(B)=\frac{3}{15}=\frac{1}{3}$

点评：本题主要考查了统计中分层抽样的意义，古典概型概率的计算方法，列举法计数的方法，属基础题

：

16．（2012•天津）在△ABC中，内角A，B，C所对的边分别是a，b，c，已知a=2，c=$\sqrt{2}$，cosA=－$\frac{\sqrt{2}}{4}$.

（1）求sinC和b的值；

（2）求cos（2A+$\frac{\pi}{3}$）的值.

考点：解三角形；三角函数中的恒等变换应用。

专题：计算题。

分析：（1）△ABC中，利用同角三角函数的基本关系求出sinA，再由正弦定理求出sinC，再由余弦定理求得b=1.

（2）利用二倍角公式求得cos2A的值，由此求得sin2A，再由两角和的余弦公式求出cos（2A+$\frac{\pi}{3}$）=cos2Acos$\frac{\pi}{3}$﹣sin2Asin$\frac{\pi}{3}$ 的值.

解答：解：（1）△ABC中，由cosA=﹣$\frac{\sqrt{2}}{4}$可得sinA=$\frac{\sqrt{14}}{4}$.

再由 $\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}$ 以及a=2、c=$\sqrt{2}$，可得sinC=$\frac{\sqrt{7}}{4}$.

由$a^2=b^2+c^2-2bc\bullet\cos A$ 可得$b^2+b-2=0$，解得b=1.

（2）由cosA=﹣$\frac{\sqrt{2}}{4}$、sinA=$\frac{\sqrt{14}}{4}$ 可得 $\cos2A=2\cos^2A-1=-\frac{3}{4}$，$\sin2A=2\sin A\cos A=-\frac{\sqrt{7}}{4}$.

故cos（2A+$\frac{\pi}{3}$）=cos2Acos$\frac{\pi}{3}$﹣sin2Asin$\frac{\pi}{3}$=$\frac{-3+\sqrt{21}}{8}$.

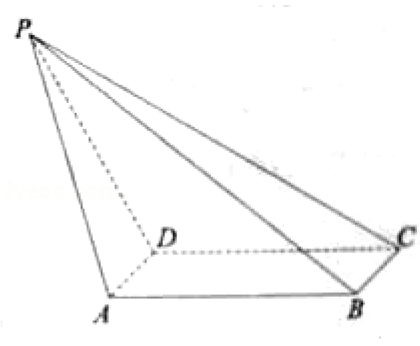
点评：本题主要考查正弦定理和余弦定理的应用，二倍角公式以及两角和的余弦公式，同角三角函数的基本关系的应用，属于中档题.

17．（2012•天津）如图，在四棱锥P﹣ABCD中，底面ABCD是矩形，AD⊥PD，BC=1，PC=2$\sqrt{3}$，PD=CD=2.

（1）求异面直线PA与BC所成角的正切值；

（2）证明：平面PDC⊥平面ABCD；

（3）求直线PB与平面ABCD所成角的正弦值.



考点：直线与平面所成的角；异面直线及其所成的角；平面与平面垂直的判定。

专题：计算题；证明题；综合题。

题：

分析：（1）判断∠PAD为异面直线PA与BC所成角，在Rt△PDA中，求异面直线PA与BC所成角的正切值；

（2）说明AD⊥BC，通过AD⊥PD，CD∩PD=D，证明AD⊥平面PDC，然后证明平面PDC⊥平面ABCD．

（3）在平面PDC中，过点P作PE⊥CD于E，连接EB．说明∠PBE为直线PB与平面ABCD所成角，求出PE，PB，在Rt△PEB中，通过$\sin\angle PBE=\frac{PE}{PB}$，求直线PB与平面ABCD所成角的正弦值．

解答：（1）解：如图，在四棱锥P﹣ABCD中，

因为底面ABCD是矩形，所以AD=BC，且AD∥BC，

又因为AD⊥PD，

故∠PAD为异面直线PA与BC所成角，

在Rt△PDA中，$\tan\angle PAD=\frac{PD}{AD}=2$，

所以异面直线PA与BC所成角的正切值为：2．

（2）证明：由于底面ABCD是矩形，故AD⊥BC，

由于AD⊥PD，CD∩PD=D，

因此AD⊥平面PDC，而AD⊂平面ABCD，所以平面PDC⊥平面ABCD．

（3）解：在平面PDC中，过点P作PE⊥CD于E，连接EB．

由于平面PDC⊥平面ABCD，

而直线CD是平面PDC与平面ABCD的交线，

故PE⊥平面ABCD．

由此得∠PBE为直线PB与平面ABCD所成角，

在△PDC中，

由于PD=CD=2，$PC=2\sqrt{3}$，可得∠PCD=30°，

在Rt△PEC中，$PE=PC\sin 30°=\sqrt{3}$．

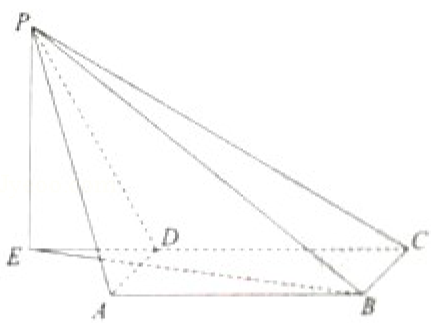
由AD∥BC，AD⊥平面PDC，得BC⊥平面PDC，

因此BC⊥PC．

在Rt△PCB中，$PB=\sqrt{PC^2+BC^2}=\sqrt{13}$．

在Rt△PEB中，$\sin\angle PBE=\frac{PE}{PB}=\frac{\sqrt{39}}{13}$．

所以直线PB与平面ABCD所成角的正弦值为$\frac{\sqrt{39}}{13}$．



点评：本题考查直线与平面所成的角，异面直线及其所成的角，平面与平面垂直的判定，考查空间想象能力，计算能力．

18．（2012•天津）已知$\{a_n\}$是等差数列，其前n项和为S_n，$\{b_n\}$是等比数列，且$a_1=b_1=2$，$a_4+b_4=27$，$S_4﹣b_4=10$．

（1）求数列$\{a_n\}$与$\{b_n\}$的通项公式；

（2）记$T_n=a_nb_1+a_{n-1}b_2+\ldots+a_1b_n$，$n\in N^*$，证明：$T_n-8=a_{n-1}b_{n+1}$（$n\in N^*$，$n\geq 2$）．

考点：等差数列与等比数列的综合；数列的求和。

专题：计算题；证明题。

分析：（1）直接设出首项和公差，根据条件求出首项和公差，即可求出通项．
（2）先借助于错位相减法求出T_n的表达式；再代入所要证明的结论的两边，即可得到结论成立．

解答：解：（1）设等差数列的公差为d，等比数列的首项为q，
由$a_1=b_1=2$，得$a_4=2+3d$，$b_4=2q^3$，$s_4=8+6d$，
由$a_4+b_4=27$，$S_4-b_4=10$，得方程组$\begin{cases}2+3d+2q^3=27\\8+6d-2q^3=10\end{cases}$，
解得$\begin{cases}d=3\\q=2\end{cases}$，
所以：$a_n=3n-1$，$b_n=2^n$．
（2）证明：由第一问得：$T_n=a_nb_1+a_{n-1}b_2+\ldots+a_1b_n=2\times2+5\times2^2+8\times2^3+\ldots+(3n-1)\times2^n$；①；
$2T_n=2\times2^2+5\times2^3+\ldots+(3n-4)\times2^n+(3n-1)\times2^{n+1}$，②．
由①－②得，$-T_n=2\times2+3\times2^2+3\times2^3+\ldots+3\times2^n-(3n-1)\times2^{n+1}$
$=\frac{6\times(1-2^n)}{1-2}-(3n-1)\times2^{n+1}-2$
$=-(3n-4)\times2^{n+1}-8$．
即$T_n-8=(3n-4)\times2^{n+1}$．
而当$n\geq2$时，$a_{n-1}b_{n+1}=(3n-4)\times2^{n+1}$．
$\therefore T_n-8=a_{n-1}b_{n+1}$（$n\in N^*$，$n\geq2$）．

点评：本题主要考察等差数列和等比数列的综合问题．解决这类问题的关键在于熟练掌握基础知识，基本方法．并考察计算能力．

19．（2012•天津）已知椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$），点P（$\frac{\sqrt{5}}{5}a$，$\frac{\sqrt{2}}{2}a$）在椭圆上．
（1）求椭圆的离心率；
（2）设A为椭圆的左顶点，O为坐标原点．若点Q在椭圆上且满足|AQ|=|AO|，求直线OQ的斜率的值．

考点：直线与圆锥曲线的综合问题；椭圆的简单性质。

专题：综合题。

分析：（1）根据点P（$\frac{\sqrt{5}}{5}a$，$\frac{\sqrt{2}}{2}a$）在椭圆上，可得$\frac{a^2}{5a^2}+\frac{a^2}{2b^2}=1$，由此可求椭圆的离心率；
（2）设直线OQ的斜率为k，则其方程为y=kx，设点Q的坐标为（x_0，y_0），与椭圆方程联立，
$x_0^2=\frac{a^2b^2}{k^2a^2+b^2}$，根据|AQ|=|AO|，A（－a，0），$y_0=kx_0$，可求$x_0=\frac{-2a}{1+k^2}$，由此可求直线OQ的斜率的值．

解答：解：（1）因为点P（$\frac{\sqrt{5}}{5}a$，$\frac{\sqrt{2}}{2}a$）在椭圆上，所以$\frac{a^2}{5a^2}+\frac{a^2}{2b^2}=1$

$\therefore\frac{b^2}{a^2}=\frac{5}{8}$

$\therefore e^2=1-\frac{b^2}{a^2}=1-\frac{5}{8}=\frac{3}{8}$

$\therefore e=\frac{\sqrt{6}}{4}$

（2）设直线OQ的斜率为，则其方程为y=kx

设点Q的坐标为（x_0，y_0），由条件得$\begin{cases}y_0=kx_0\\ \frac{x_0^2}{a^2}+\frac{y_0^2}{b^2}=1\end{cases}$，消元并整理可得$x_0^2=\frac{a^2b^2}{k^2a^2+b^2}$①

∵|AQ|=|AO|，A（﹣a，0），$y_0=kx_0$，

$\therefore(x_0+a)^2+k^2x_0^2=a^2$

$\therefore(1+k^2)x_0^2=2ax_0$

$\because x_0\neq0$，$\therefore x_0=\frac{-2a}{1+k^2}$

代入①，整理得$(1+k^2)^2=4k^2\times\frac{a^2}{b^2}+4$

$\because\frac{b^2}{a^2}=\frac{5}{8}$

$\therefore(1+k^2)^2=\frac{32}{5}k^2$

$\therefore 5k^4-22k^2-15=0$

$\therefore k^2=5$

$\therefore k=\pm\sqrt{5}$

点评：本题考查椭圆的离心率，考查直线与椭圆的位置关系，联立方程组是关键．

20．（2012•天津）已知函数f（x）$=\frac{1}{3}x^3+\frac{1-a}{2}x^2-ax-a$，x∈R，其中a＞0．

（1）求函数f（x）的单调区间；

（2）若函数f（x）在区间（﹣2，0）内恰有两个零点，求a的取值范围；

（3）当a=1时，设函数f（x）在区间[t，t+3]上的最大值为M（t），最小值为m（t）．记g（t）=M（t）﹣m（t），求函数g（t）在区间[﹣3，﹣1]上的最小值．

考点：利用导数求闭区间上函数的最值；利用导数研究函数的单调性；利用导数研究函数的极值。

：
专综合题。
题
：
分（1）求导函数，令f′（x）＞0，可得函数的递增区间；令f′（x）＜0，可得单调递减区间；
析（2）由（1）知函数在区间（﹣2，﹣1）内单调递增，在（﹣1，0）内单调递减，从而函数在（﹣2，0）内恰
：有两个零点，由此可求a的取值范围；

（3）a=1时，f（x）$=\frac{1}{3}x^3-x-1$，由（1）知，函数在（﹣3，﹣1）上单调递增，在（﹣1，1）上单调递减，在（1，2）上单调递增，再进行分类讨论：①当t∈[﹣3，﹣2]时，t+3∈[0，1]，﹣1∈[t，t+3]，f（x）在[t，﹣1]上单调递增，在[﹣1，t+3]上单调递减，因此函数在[t，t+3]上的最大值为M（t）=f（﹣1）$=-\frac{1}{3}$，而最小值m（t）为f（t）与f（t+3）中的较小者，从而可得g（t）在[﹣3，﹣2]上的最小值；②当t∈[﹣2，﹣1]时，t+3∈[1，2]，﹣1，1∈[t，t+3]，比较f（﹣1），f（1），f（t），f（t+3）的大小，从而可确定函数g（t）在区间[﹣3，﹣1]上的最小值．

解解：（1）求导函数可得f′（x）=（x+1）（x﹣a），令f′（x）=0，可得$x_1=-1$，$x_2=a>0$
答令f′（x）＞0，可得x＜﹣1或x＞a；令f′（x）＜0，可得﹣1＜x＜a
：故函数的递增区间为（﹣∞，﹣1），（a，+∞），单调递减区间为（﹣1，a，）

（2）由（1）知函数在区间（﹣2，﹣1）内单调递增，在（﹣1，0）内单调递减，从而函数在（﹣2，0）内恰有两个零点，

$$\therefore\begin{cases}f(-2)<0\\f(-1)>0\\f(0)<0\end{cases}，\therefore\begin{cases}-\frac{2}{3}-a<0\\\frac{1}{6}-\frac{a}{2}>0\\-a<0\end{cases}，\therefore 0<a<\frac{1}{3}$$

∴a的取值范围为$(0，\frac{1}{3})$；

（3）a=1时，f（x）$=\frac{1}{3}x^3-x-1$，由（1）知，函数在（﹣3，﹣1）上单调递增，在（﹣1，1）上单调递减，在（1，2）上单调递增

①当t∈[﹣3，﹣2]时，t+3∈[0，1]，﹣1∈[t，t+3]，f（x）在[t，﹣1]上单调递增，在[﹣1，t+3]上单调递减

因此函数在[t，t+3]上的最大值为M（t）=f（﹣1）$=-\frac{1}{3}$，而最小值m（t）为f（t）与f（t+3）中的较小者

由f（t+3）﹣f（t）=3（t+1）（t+2）知，当t∈[﹣3，﹣2]时，f（t）≤f（t+3），故m（t）=f（t），所以g（t）=f（﹣1）﹣f（t）

而f（t）在[﹣3，﹣2]上单调递增，因此f（t）≤f（﹣2）$=-\frac{5}{3}$，所以g（t）在[﹣3，﹣2]上的最小值为

$$g(-2)=-\frac{1}{3}-\left(-\frac{5}{3}\right)=\frac{4}{3}$$

②当t∈[﹣2，﹣1]时，t+3∈[1，2]，﹣1，1∈[t，t+3]，下面比较f（﹣1），f（1），f（t），f（t+3）的大小．
由f（x）在[﹣2，﹣1]，[1，2]上单调递增，有
f（﹣2）≤f（t）≤f（﹣1），f（1）≤f（t+3）≤f（2）

∵f（1）=f（﹣2）$=-\frac{5}{3}$，f（﹣1）=f（2）$=-\frac{1}{3}$

∴M（t）=f（﹣1）$=-\frac{1}{3}$，m（t）=f（1）$=-\frac{5}{3}$

∴g（t）=M（t）﹣m（t）$=\frac{4}{3}$

综上，函数g（t）在区间[﹣3，﹣1]上的最小值为$\frac{4}{3}$.

点评：本题考查导数知识的运用，考查函数的单调性，考查函数的最值，考查分类讨论的数学思想，正确求导与分类讨论是解题的关键．