

2009年全国统一高考数学试卷（理科）（全国卷 I）

一、选择题（共12小题，每小题5分，满分60分）

1. （5分）设集合 $A = \{4, 5, 7, 9\}$, $B = \{3, 4, 7, 8, 9\}$, 全集 $U = A \cup B$, 则集合 $C_U(A \cap B)$ 中的元素共有 ()

- A. 3个 B. 4个 C. 5个 D. 6个

2. （5分）已知 $\frac{\bar{z}}{1+i} = 2+i$, 则复数 $z =$ ()

- A. $-1+3i$ B. $1-3i$ C. $3+i$ D. $3-i$

3. （5分）不等式 $|\frac{x+1}{x-1}| < 1$ 的解集为 ()

- A. $\{x | 0 < x < 1\} \cup \{x | x > 1\}$ B. $\{x | 0 < x < 1\}$
 C. $\{x | -1 < x < 0\}$ D. $\{x | x < 0\}$

4. （5分）已知双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的渐近线与抛物线 $y = x^2 + 1$ 相切

, 则该双曲线的离心率为 ()

- A. $\sqrt{3}$ B. 2 C. $\sqrt{5}$ D. $\sqrt{6}$

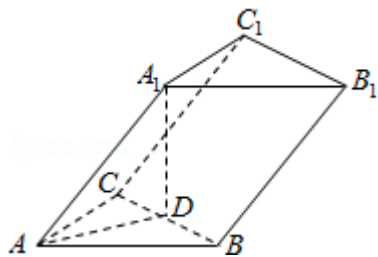
5. （5分）甲组有5名男同学，3名女同学；乙组有6名男同学、2名女同学。若从甲、乙两组中各选出2名同学，则选出的4人中恰有1名女同学的不同选法共有 ()

- A. 150种 B. 180种 C. 300种 D. 345种

6. （5分）设 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 是单位向量，且 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$, 则 $(\vec{a} - \vec{c}) \cdot (\vec{b} - \vec{c})$ 的最小值为 ()

- A. -2 B. $\sqrt{2} - 2$ C. -1 D. $1 - \sqrt{2}$

7. （5分）已知三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的侧棱与底面边长都相等， A_1 在底面 ABC 上的射影 D 为 BC 的中点，则异面直线 AB 与 CC_1 所成的角的余弦值为 ()



- A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{4}$ C. $\frac{\sqrt{7}}{4}$ D. $\frac{3}{4}$

8. (5分) 如果函数 $y=3\cos(2x+\phi)$ 的图象关于点 $(\frac{4\pi}{3}, 0)$ 中心对称, 那么

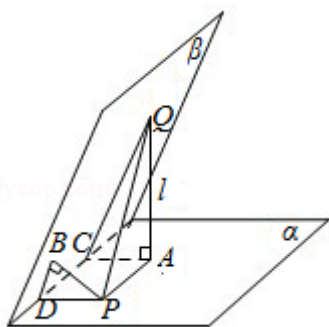
$|\phi|$ 的最小值为 ()

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{2}$

9. (5分) 已知直线 $y=x+1$ 与曲线 $y=\ln(x+a)$ 相切, 则 a 的值为 ()

- A. 1 B. 2 C. -1 D. -2

10. (5分) 已知二面角 $\alpha-l-\beta$ 为 60° , 动点 P 、 Q 分别在面 α 、 β 内, P 到 β 的距离为 $\sqrt{3}$, Q 到 α 的距离为 $2\sqrt{3}$, 则 P 、 Q 两点之间距离的最小值为 ()



- A. 1 B. 2 C. $2\sqrt{3}$ D. 4

11. (5分) 函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbb{R} , 若 $f(x+1)$ 与 $f(x-1)$ 都是奇函数, 则 ()

- A. $f(x)$ 是偶函数 B. $f(x)$ 是奇函数
C. $f(x) = f(x+2)$ D. $f(x+3)$ 是奇函数

12. (5分) 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ 的右焦点为 F , 右准线为 l , 点 $A \in l$, 线段 AF 交 C 于点 B , 若 $\overrightarrow{FA} = 3\overrightarrow{FB}$, 则 $|\overrightarrow{AF}| =$ ()

- A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. 3

二、填空题 (共4小题, 每小题5分, 满分20分)

13. (5分) $(x-y)^{10}$ 的展开式中, x^7y^3 的系数与 x^3y^7 的系数之和等于_____.

14. (5分) 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $S_9 = 81$, 则 $a_2 + a_5 + a_8 =$ _____.

15. (5分) 直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 的各顶点都在同一球面上, 若 $AB = AC = AA_1 = 2$, $\angle BAC = 120^\circ$, 则此球的表面积等于_____.

16. (5分) 若 $\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2}$, 则函数 $y = \tan 2x \tan^3 x$ 的最大值为_____.

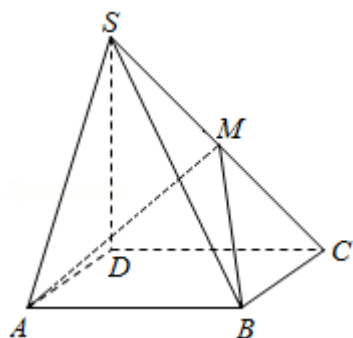
三、解答题（共6小题，满分70分）

17. （10分）在 $\triangle ABC$ 中，内角A、B、C的对边长分别为a、b、c，已知 $a^2 - c^2 = 2b$ ，且 $\sin A \cos C = 3 \cos A \sin C$ ，求b.

18. （12分）如图，四棱锥S - ABCD中，底面ABCD为矩形， $SD \perp$ 底面ABCD， $AD = \sqrt{2}$ ， $DC = SD = 2$ ，点M在侧棱SC上， $\angle ABM = 60^\circ$

(I) 证明：M是侧棱SC的中点；

(II) 求二面角S - AM - B的大小.



19. （12分）甲、乙二人进行一次围棋比赛，约定先胜3局者获得这次比赛的胜利，比赛结束，假设在一局中，甲获胜的概率为0.6，乙获胜的概率为0.4，各局比赛结果相互独立，已知前2局中，甲、乙各胜1局.

(I) 求甲获得这次比赛胜利的概率；

(II) 设 ξ 表示从第3局开始到比赛结束所进行的局数，求 ξ 的分布列及数学期望.

20. (12分) 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=1$, $a_{n+1} = \left(1 + \frac{1}{n}\right) a_n + \frac{n+1}{2^n}$.

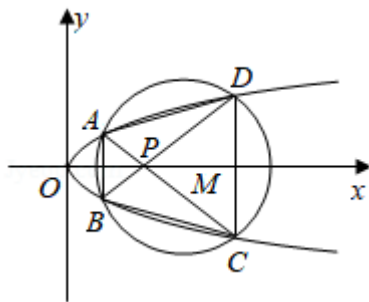
(1) 设 $b_n = \frac{a_n}{n}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

21. (12分) 如图, 已知抛物线 $E: y^2=x$ 与圆 $M: (x-4)^2+y^2=r^2$ ($r>0$) 相交于 A 、 B 、 C 、 D 四个点.

(I) 求 r 的取值范围;

(II) 当四边形 $ABCD$ 的面积最大时, 求对角线 AC 、 BD 的交点 P 的坐标.



22. (12分) 设函数 $f(x) = x^3 + 3bx^2 + 3cx$ 有两个极值点 x_1 、 x_2 , 且 $x_1 \in [-1, 0]$, $x_2 \in [1, 2]$.

(1) 求 b 、 c 满足的约束条件, 并在下面的坐标平面内, 画出满足这些条件的点 (b, c) 的区域;

(2) 证明: $-10 \leq f(x_2) \leq \frac{1}{2}$.