

绝密★启用前

## 2006年普通高等学校招生全国统一考试（上海卷）

### 数学试卷(文史类)

(满分150分, 考试时间120分钟)

考生注意

1. 本场考试时间120分钟, 试卷共4页, 满分150分, 答题纸共2页.
2. 作答前, 在答题纸正面填写姓名、准考证号, 反面填写姓名, 将核对后的条形码贴在答题纸指定位置.
3. 所有作答务必填涂或书写在答题纸上与试卷题号对应的区域, 不得错位. 在试卷上作答一律不得分.
4. 用2B铅笔作答选择题, 用黑色字迹钢笔、水笔或圆珠笔作答非选择题.

一、填空题(本大题满分48分) 本大题共有12题, 只要求直接填写结果, 每个空填对得4分, 否则一律得零分。

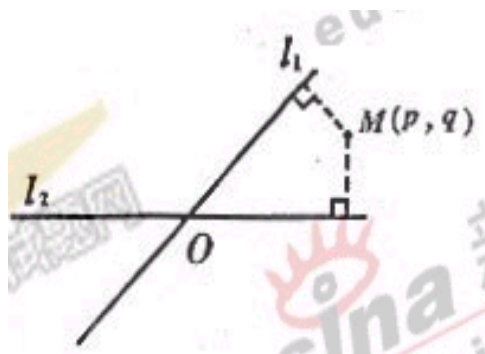
1. 已知  $A = \{-1, 3, m\}$ , 集合  $B = \{3, 4\}$ , 若  $B \subseteq A$ , 则实数  $m =$  \_\_\_\_\_。
2. 已知两条直线  $l_1: ax + 3y - 3 = 0, l_2: 4x + 6y - 1 = 0$ . 若  $l_1 \parallel l_2$ , 则  $a =$  \_\_\_\_\_。
3. 若函数  $f(x) = a^x (a > 0, \text{且} a \neq 1)$  的反函数的图像过点  $(2, -1)$ , 则  $a =$  \_\_\_\_\_。
4. 计算:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(n^2 + 1)}{6n^3 + 1} =$  \_\_\_\_\_。
5. 若复数  $z$  满足  $z = (m - 2) + (m + 1)i$  ( $i$  为虚数单位), 其中  $m \in R$  则  $|z| =$  \_\_\_\_\_。
6. 函数  $y = \sin x \cos x$  的最小正周期是 \_\_\_\_\_。
7. 已知双曲线中心在原点, 一个顶点的坐标为  $(3, 0)$ , 且焦距与虚轴长之比为  $5:4$ , 则双曲线的标准方程是 \_\_\_\_\_。
8. 方程  $\log_3(x^2 - 10) = 1 + \log_3 x$  的解是 \_\_\_\_\_。
9. 已知实数  $x, y$  满足  $\begin{cases} x + y - 3 \geq 0 \\ x + 2y - 5 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ , 则  $y - 2x$  的最大值是 \_\_\_\_\_。

10、在一个小组中有8名女同学和4名男同学，从中任意地挑选2名同学担任交通安全宣传志愿者，那么选到的两名都是女同学的概率是\_\_\_\_\_（结果用分数表示）。

11、若曲线 $|y|=2^x+1$ 与直线 $y=b$ 没有公共点，则 $b$ 的取值范围是\_\_\_\_\_。

12、如图，平面中两条直线 $l_1$ 和 $l_2$ 相交于点 $O$ ，

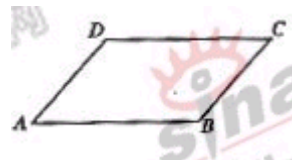
对于平面上任意一点 $M$ ，若 $p, q$ 分别是 $M$ 到直线 $l_1$ 和 $l_2$ 的距离，则称有序非负实数对 $(p, q)$ 是点 $M$ 的“距离坐标”，根据上述定义，“距离坐标”是 $(1, 2)$ 的点的个数是\_\_\_\_\_。



二、选择题（本大题满分16分）本大题共有4题，每题都给出代号为A、B、C、D的四个结论，其中有且只有一个结论是正确的，必须把正确结论的代号写在题后的圆括号内，选对得4分，不选、选错或者选出的代号超过一个（不论是否都写在圆括号内），一律得零分。

13、如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，下列结论中错误的是（ ）

- (A)  $\overline{AB} = \overline{DC}$                       (B)  $\overline{AD} + \overline{AB} = \overline{AC}$   
 (C)  $\overline{AB} - \overline{AD} = \overline{BD}$               (D)  $\overline{AD} + \overline{CB} = \vec{0}$



14、如果 $a < 0, b > 0$ ，那么，下列不等式中正确的是（ ）

- (A)  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$                               (B)  $\sqrt{-a} < \sqrt{b}$   
 (C)  $a^2 < b^2$                               (D)  $|a| > |b|$

15、若空间中有两条直线，则“这两条直线为异面直线”是“这两条直线没有公共点”的（ ）

- (A) 充分非必要条件                      (B) 必要非充分条件  
 (C) 充分必要条件                        (D) 既非充分又非必要条件

16、如果一条直线与一个平面垂直，那么，称此直线与平面构成一个“正交线面对”。在一个正方体中，由两个顶点确定的直线与含有四个顶点的平面构成

的“正交线面对”的个数是

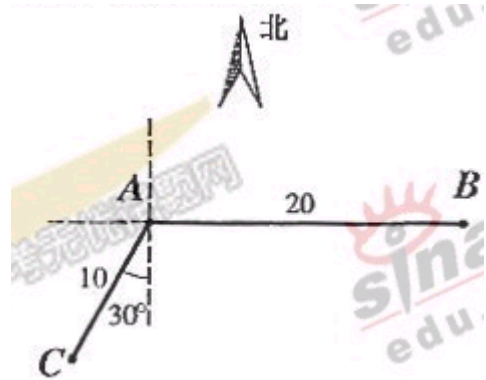
- (A) 48                      (B) 18                      (C) 24                      (D) 36

三、解答题（本大题满分86分）本大题共有6题，解答下列各题必须写出必要的步骤。

17、（本题满分12分）

已知 $\alpha$ 是第一象限的角，且 $\cos\alpha = \frac{5}{13}$ ，求 $\frac{\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)}{\cos(2\alpha + 4\pi)}$ 的值。

18、（本题满分12分）如图，当甲船位于A处时获悉，在其正东方方向相距20海里的B处有一艘渔船遇险等待营救。甲船立即前往救援，同时把消息告知在甲船的南偏西 $30^\circ$ ，相距10海里C处的乙船，试问乙船应朝北偏东多少度的方向沿直线前往B处救援（角度精确到 $1^\circ$ ）？



19、（本题满分14）本题共有2个小题，第1小题满分6分，第2小题满分8分。

在直三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中， $\angle ABC = 90^\circ$ ,  $AB = BC = 1$ .

(1) 求异面直线  $B_1C_1$  与  $AC$  所成的角的大小；

(2) 若  $A_1C$  与平面  $ABC$  所成角为  $45^\circ$ ，求三棱锥  $A_1-ABC$  的体积。

20、(本题满分14) 本题共有2个小题，第1小题满分6分，第2小题满分8分。设数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ ，且对任意正整数  $n$ ， $a_n + S_n = 4096$ 。

(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式

(2) 设数列  $\{\log_2 a_n\}$  的前  $n$  项和为  $T_n$ ，对数列  $\{T_n\}$ ，从第几项起  $T_n < -509$ ？

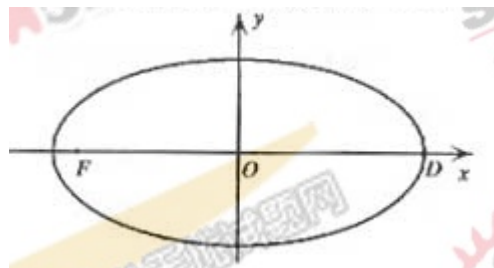
21、本题共有3个小题，第1小题满分4分，第2小题满分6分，第3小题满分6分。

已知在平面直角坐标系  $xOy$  中的一个椭圆，它的中心在原点，左焦点为

$F(-\sqrt{3}, 0)$ ，右顶点为  $D(2, 0)$ ，设点  $A\left(1, \frac{1}{2}\right)$ 。

(1) 求该椭圆的标准方程；

(2) 若  $P$  是椭圆上的动点，求线段  $PA$  中点  $M$  的



轨迹方程；

(3) 过原点  $O$  的直线交椭圆于点  $B, C$ ，求  $\triangle ABC$  面积的最大值。

22 (本题满分18分) 本题共有3个小题，第1小题满分4分，第2小题满分8分，第3小题满分6分。

已知函数  $y = x + \frac{a}{x}$  有如下性质：如果常数  $a > 0$ ，那么该函数在  $(0, \sqrt{a}]$  上是减函数，在  $[\sqrt{a}, +\infty)$  上是增函数。

(1) 如果函数  $y = x + \frac{2^b}{x} (x > 0)$  在  $(0, 4]$  上是减函数，在  $[4, +\infty)$  上是增函数，求  $b$  的值。

(2) 设常数  $c \in [1, 4]$ ，求函数  $f(x) = x + \frac{c}{x} (1 \leq x \leq 2)$  的最大值和最小值；

(3) 当  $n$  是正整数时，研究函数  $g(x) = x^n + \frac{c}{x^n} (c > 0)$  的单调性，并说明理由。

