2003年天津高考文科数学真题及答案

第Ⅰ卷（选择题 共 60 分）

参考公式：

如果事件 A、B 互斥，那么

P（A+B）=P（A）+P（B）

如果事件 A、B 相互独立，那么

P（A•B）=P（A）•P（B）

如果事件 A 在一次试验中发生的概率是 P．

那么 n 次独立重复试验中恰好发生 k 次的概率

$P_n(k)\quad C_n^k P^k (1 \quad P)^{n \quad k}$

球的表面积公式

S=4πR^2

其中 R 表示球的半径

球的体积公式

$V \quad \frac{4}{3} \quad R^3$

其中 R 表示球的半径

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．不等式 $\sqrt{\ }\ 4x \quad x^2 \quad x$ 的解集是（　　）

A.（0，2）　　B.（2，+∞）

C.（2，4）　　D.（－∞，0）∪（2，+∞）

2．抛物线 y=ax^2 的准线方程是 y=2，则 a 的值为（　　）

A. $\frac{1}{8}$　　B. $-\frac{1}{8}$　　C. 8　　D. －8

3. $\frac{1-\sqrt{3}i}{(\sqrt{3}+i)^2}$（　　）

A. $\frac{1}{4}\quad\frac{\sqrt{3}}{4}i$　　B. $\frac{1}{4}\quad\frac{3}{4}$ $i\quad\sqrt{\ }$　　C. $\frac{1}{2}\quad\frac{3}{2}$ $i\quad\sqrt{\ }$　　D. $\frac{1}{2}\quad\frac{\sqrt{3}}{2}i$

4. 已知 x ($\frac{\ }{2}$,0)，cos x $\frac{4}{5}$，则 $\tan 2x$（　　）

A. $\frac{7}{24}$　　B. $-\frac{7}{24}$　　C. $\frac{24}{7}$　　D. $-\frac{24}{7}$

5．等差数列$\{a_n\}$中，已知$a_1=\frac{1}{3}$，$a_2+a_5=4$，$a_n=33$，则n为（　　）

A．48　　B．49　　C．50　　D．51

6　双曲线虚轴的一个端点为M，两个焦点为F_1，F_2，$\angle F_1MF_2=120°$，则双曲线的离心率为（　　）

A．$\sqrt{3}$　　B．$\frac{\sqrt{6}}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{6}}{3}$　　D．$\frac{\sqrt{3}}{3}$

7　设函数 $f(x)=\begin{cases}2^{-x}-1, & x\le 0,\\ x^{\frac{1}{2}}, & x>0\end{cases}$ 若 $f(x_0)>1$，则 x_0 的取值范围是（　　）

A．（－1，1）　　B．（－1，+∞）

C．（－∞，－2）∪（0，+∞）　　D．（－∞，－1）∪（1，+∞）

8．O 是平面上一定点，A、B、C 是平面上不共线的三个点，动点 P 满足

$\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OA}+\lambda\left(\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}+\frac{\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AC}|}\right)$，$\lambda\in[0,+\infty)$．则P 的轨迹一定通过△ABC 的（　　）

A．外心　　B．内心　　C．重心　　D．垂心

9．函数 $y=\ln\frac{x+1}{x-1}$，$x\in(1,+\infty)$ 的反函数为（　　）

A．$y=\frac{e^x+1}{e^x-1}$，$x\in(0,+\infty)$　　B．$y=\frac{e^x-1}{e^x+1}$，$x\in(0,+\infty)$

C．$y=\frac{e^x+1}{e^x-1}$，$x\in(-\infty,0)$　　D．$y=\frac{e^x-1}{e^x+1}$，$x\in(-\infty,0)$

10．棱长为 a 的正方体中，连结相邻面的中心，以这些线段为棱的八面体的体积为（　　）

A．$\frac{a^3}{3}$　　B．$\frac{a^3}{4}$　　C．$\frac{a^3}{6}$　　D．$\frac{a^3}{12}$

11．已知长方形的四个顶点 A（0，0），B（2，0），C（2，1）和 D（0，1）．一质点从 AB 的中点 P_0 沿与 AB 夹角为θ的方向射到 BC 上的点 P_1 后，依次反射到 CD、DA 和 AB 上的点 P_2，P_3 和 P_4（入射角等于反射角）。若 P_4 与 P_0 重合，则 $\tan\theta=$ （ ）

A．$\frac{1}{3}$　　B．$\frac{2}{5}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D.1

12．一个四面体的所有棱长都为 $\sqrt{2}$，四个顶点在同一球面上，则此球的表面积为（ ）

A．3π　　B．4π　　C．$3\sqrt{3}$　　D．6π

第Ⅱ卷（非选择题　　共 90 分）

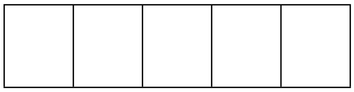
二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分.答案填在题中横线上.

13．$(x^2 \quad \frac{1}{2x})^9$ 展开式中 x^9 的系数是＿＿＿＿＿＿.

14. 某公司生产三种型号的轿车，产量分别为 1200 辆，6000 辆和 2000 辆，为检验该公司的产品质量。现用分层抽样的方法抽取 46 辆进行检验，这三种型号的轿车依次应抽取＿＿＿＿＿＿，＿＿＿＿＿＿，＿＿＿＿＿＿辆。

15. 在平面几何里，有勾股定理：“设△ABC 的两边 AB，AC 互相垂直，则 $AB^2+AC^2=BC^2$.”拓展到空间，类比平面几何的勾股定理，研究三棱锥的面面积与底面面积间的关系。可以得出的正确结论是：“设三棱锥 A—BCD 的三个侧面 ABC、ACD、ADB 两两相互垂直，则＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿”。

16. 将 3 种作物种植在如图 5 块试验田里，每块种植一种作物且相邻的试验田不能种植同一作物，不同的种植方法共有＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿种.（以数字答）



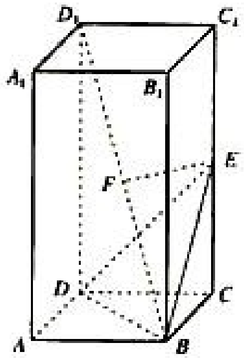
三、解答题：本大题共 6 小题，共 74 分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17.（本小题满分 12 分）

已知正四棱柱 $ABCD—A_1B_1C_1D_1$.AB=1，$AA_1=2$，点 E 为 CC_1 中点，点 P 为 BD_1 中点.

（1） 证明 EF 为 BD_1 与 CC_1 的公垂线；

（2） 求点 D_1 到面 BDE 的距离.



18.（本小题满分 12 分）

已知抛物线 C_1：$y=x^2+2x$ 和 C：$y=-x^2+a$，如果直线 l 同时是 C_1 和 C_2 的切线，称 l 是 C_1 和 C_2 的公切线，公切线上两个切点之间的线段，称为公切线段.

（Ⅰ）a 取什么值时，C_1 和 C_2 有且仅有一条公切线？写出此公切线的方程；

（Ⅱ）若 C_1 和 C_2 有两条公切线，证明相应的两条公切线段互相平分.

19.（本题满分 12 分）　　已知　数列 $\{a_n\}$ 满足 a_1

1， a_n $(n$ 2).

3^n 1 n 1

a

（Ⅰ）求 a_2，a_3；　　（Ⅱ）证明 $a_n \quad \frac{3^n \quad 1}{2}$.

20.（本小题满分 12 分）

在三种产品，合格率分别是 0.90,0.95 和 0.95，各抽取一件进行检验.

（Ⅰ）求恰有一件不合格的概率；

（Ⅱ）求至少有两件不合格的概率. （精确到 0.001）

21.（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x) \quad \sin(\quad x \quad)(\quad 0, 0 \quad)$ 是 R 上的偶函数，其图象关于点 $M(\frac{3}{4}, 0)$ 对称，且在区间 $[0, \frac{}{2}]$ 上是单调函数.求 和 的值.

22.（本小题满分 14 分）

已知常数 $a>0$，向量 **c**=（0，a），**i**=（1，0），经过原点 O 以 **c**+λ**i** 为方向向量的直线与经过定点 A（0，a）以 **i**－2λ**c** 为方向向量的直线相交于点 P，其中λ∈R.试问：是否存在两个定点 E、F，使得|PE|+|PF|为定值.若存在，求出 E、F 的坐标；若不存在，说明理由.

一、选择题：本题考查基本知识和基本运算。每小题 5 分，满分 60 分。

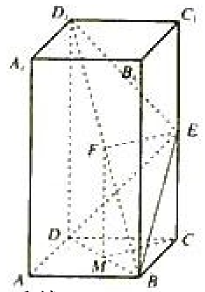
1．C　2．B　3．B　4．D　5．C　6．B　7．D　8．B　9．B　10．C　11．C　12．A

二、填空题：本题考查基本知识和基本运算，每小题 4 分，满分 16 分。

13．$-\frac{21}{2}$　　14．6，30，10　15．$S^2_{\triangle ABC}+S^2_{\triangle ACD}+S^2_{\triangle ADB}=S^2_{\triangle BCD}$　16．42

三、解答题

17. 本小题主要考查线面关系和四棱柱等基础知识，考查空间想象能力和推理能力，满分 12 分。



（1）证法一：取 BD 中点 M.连结 MC，FM .

∵F 为 BD_1 中点 ，　　∴$FM\parallel D_1D$ 且 $FM=\frac{1}{2}D_1D$.

又 $EC\ \frac{1}{2}CC_1$ 且 $EC\perp MC$ ，∴四边形 EFMC 是矩形

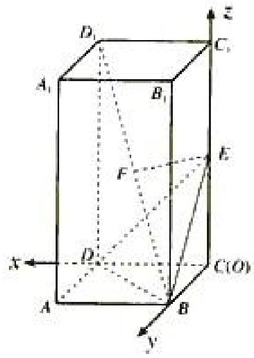
∴$EF\perp CC_1$. 又 $CM\perp$面 DBD_1 .∴$EF\perp$面 DBD_1 .

∵BD_1　面 DBD_1 .　∴$EF\perp BD_1$.　故 EF 为 BD_1 与 CC_1 的公垂线.

证法二：建立如图的坐标系，得

B（0，1，0），D_1（1，0，2），F（$\frac{1}{2}$，$\frac{1}{2}$，1），C_1（0，0，2），E（0，0，1）.

$\overrightarrow{EF}$　$(\frac{1}{2},\frac{1}{2},0)$，$\overrightarrow{CC_1}$　$(0,0,2)$．$\overrightarrow{BD_1}$　$(1,\ 1,2)$.



$\overrightarrow{EF}$　$\overrightarrow{CC_1}$　0，$\overrightarrow{BD_1}$　$\overrightarrow{EF}$　0，

即 $EF\perp CC_1$，$EF\perp BD_1$.　　故 EF 是为 BD_1 与 CC_1 的公垂线.

（Ⅱ）解：连结 ED_1，有 $V_E-DBD_1=V_D1-DBE$.

由（Ⅰ）知 $EF\perp$面 DBD_1 ，设点 D_1 到面 BDE 的距离为 d.

则 S_{DBE}　d　$_1$　$EF.$　AA_1　2，AB　1.

S_{DBD}

BD　BE　ED　$\sqrt{2}$，EF　$\frac{2}{2}$，　S_{DBD_1}　$\frac{1}{2}\sqrt{2}$　$\sqrt{\ }$　2　2.

S_{DBE}　$\frac{1}{2}\sqrt{3}$　$\sqrt{2}$　$(\sqrt{2})^2$　$\frac{\sqrt{3}}{2}$　$\frac{\sqrt{2}}{2}$　d　$\sqrt{\ }$

2

2 3

.

3 3

$\sqrt{\ }$

2