# 2010年普通高等学校招生全国统一考试（海南卷）

## 文科数学

参考公式：

样本数据$x_1,x_2\cdots x_n$的标准差　　　　　锥体体积公式

$$s=\sqrt{\frac{1}{n}\left[(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+\cdots+(x_n-\overline{x})^2\right]}\qquad V=\frac{1}{3}sh$$

其中$\overline{x}$为样本平均数　　　　　　　　其中S为底面面积，h为高

柱体体积公式　　　　　　　　　　球的表面积，体积公式

$V=Sh$　　　　　　　　　　$S=4\pi R^2,V=\frac{4}{3}\pi R^3$

其中S为底面面积，h为高　　　　　　其中R为球的半径

**第I卷**

**一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。**

（1）已知集合$A=|x||x|\le 2,x\in R,B=x|\sqrt{x}\le 4,x\in Z|$，则$A\bigcap B=$

（A）（0，2）　　（B）[0，2]　　（C）|0，2|　　（D）|0，1，2|

（2）a，b为平面向量，已知a=（4，3），2a+b=（3，18），则a，b夹角的余弦值等于

（A）$\frac{8}{65}$　　（B）$-\frac{8}{65}$　　（C）$\frac{16}{65}$　　（D）$-\frac{16}{65}$

（3）已知复数$z=\frac{\sqrt{3}+i}{(1-\sqrt{3}i)^2}$，则｜z｜=

(A)$\frac{1}{4}$　　（B）$\frac{1}{2}$　　（C）1　　（D）2

（4）曲线$y=x^2-2x+1$在点（1,0）处的切线方程为

（A）$y=x-1$　　　　（B）$y=-x+1$

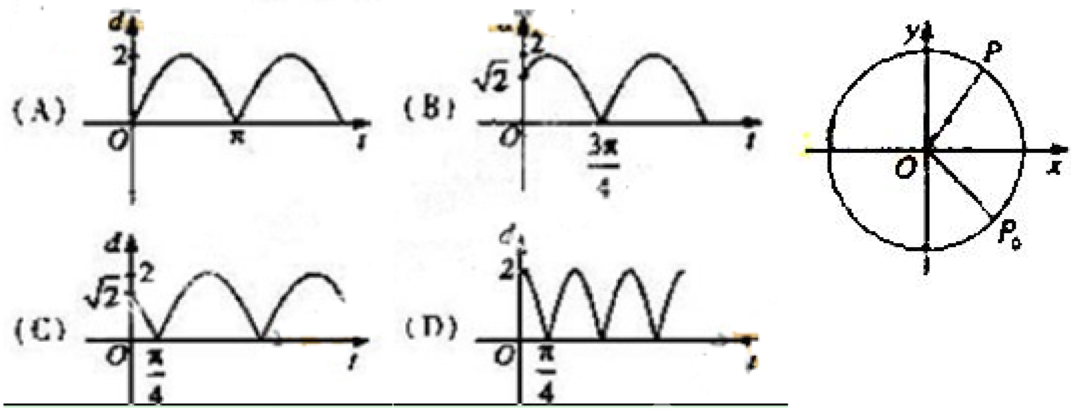
（C）$y=2x-2$　　　　（D）$y=-2x+2$

（5）中心在原点，焦点在$x$轴上的双曲线的一条渐近线经过点（4,-2），则它的离心率为

（A）$\sqrt{6}$　　　　（B）$\sqrt{5}$

（C）$\dfrac{\sqrt{6}}{2}$　　　　　　（D）$\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

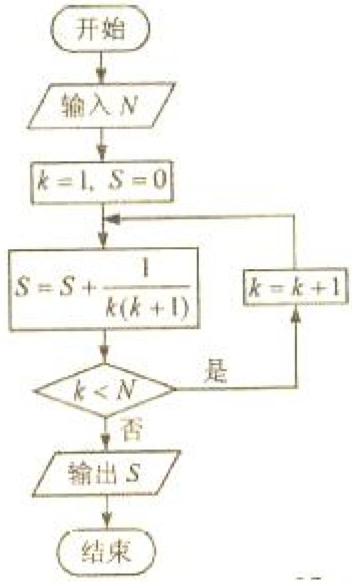
（6）如图，质点 $p$ 在半径为2的圆周上逆时针运动，其初始位置为 $p_0$（$\sqrt{2}$，$-\sqrt{2}$），角速度为1，那么点 $p$ 到 $x$ 轴距离 $d$ 关于时间 $t$ 的函数图像大致为




(7)
设长方体的长、宽、高分别为2a、a、a,其顶点都在一个球面上，则该球的表面积为

（A）$3\pi a^2$　　（B）$6\pi a^2$　　（C）$12\pi a^2$　（D）$24\pi a^2$

（8）如果执行右面的框图，输入N=5，则输出的数等于




（A）$\dfrac{5}{4}$

（B）$\dfrac{4}{5}$

（C）$\dfrac{6}{5}$

（D）$\dfrac{5}{6}$

(9)设偶函数f(x)满足f(x)=$2^x$-4　　（x≥0），则 $\{x|f(x-2)>0\}=$

（A）$\{x|x<-2或x>4\}$　　　（B）$\{x|x<0或x>4\}$

（C）$\{x|x<0或x>6\}$　　　（D）$\{x|x<-2或x>2\}$

（10）若 $\sin a=-\dfrac{4}{5}$，a是第一象限的角，则　$\sin(a+\dfrac{\pi}{4})=$

（A）$-\frac{7\sqrt{2}}{10}$　（B）$\frac{7\sqrt{2}}{10}$　（C）$-\frac{\sqrt{2}}{10}$　（D）$\frac{\sqrt{2}}{10}$

（11）已知▱ABCD的三个顶点为A（-1，2），B（3，4），C（4，-2），点（x，y）在▱ABCD的内部，则z=2x-5y的取值范围是

（A）（-14，16）　（B）（-14，20）　（C）（-12，18）　（D）（-12，20）

（12）已知函数f(x)= $\begin{cases} |\lg x|, 0 \le x \le 10 \\ -\frac{1}{2}x+6, x>0 \end{cases}$ 若a，b，c互不相等，且f(a)= f(b)= f(c)，则abc的取值范围是

（A）（1，10）　（B）(5，6)　（C）(10，12)　（D）(20，24)

**第II卷**

**本卷包括必考题和选考题两部分。第（13）题～第（21）题为必考题，每个试题考生都必须做答。第（22）题～第（24）题为选考题，考生根据要求做答。**

**二、填空题：本大题共4小题，每小题5分。**

（13）圆心在原点上与直线 $x+y-2=0$ 相切的圆的方程为________。

（14）设函数 $y=f(x)$ 为区间 $[0,1]$ 上的图像是连续不断的一条曲线，且恒有 $0 \le f(x) \le 1$，可以用随机模拟方法近似计算由曲线 $y=f(x)$ 及直线 $x=0$，$x=1$，$y=0$ 所围成部分的面积S，先产生两组（每组 $N$ 个）区间 $[0,1]$ 上的均匀随机数 $x_{1,}x_{2.....}x_n$ 和 $y_{1,}y_{2.....}y_n$，由此得到N个点（$x_i$，$y_i$）（$i$=1，2，…，N）.再数出其中满足$y_i \le f(x_i)(i=1,2.....N)$ 的点数 $N_1$，那么由随机模拟方法可得S的近似值为____________

(15) 一个几何体的正视图为一个三角形，则这个几何体可能是下列几何体中的_______(填入所有可能的几何体前的编号)

①三棱锥　②四棱锥　③三棱柱　④四棱柱　⑤圆锥　⑥圆柱

(16)在△ABC中，D为BC边上一点，$BC=3BD$，$AD=\sqrt{2}$，$\angle ADB=135°$.若 $AC=\sqrt{2}AB$，则BD=________.

**三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。**

（17）（本小题满分12分）

设等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_3=5$，$a_{10}=-9$。

（I）求$\{a_n\}$的通项公式；

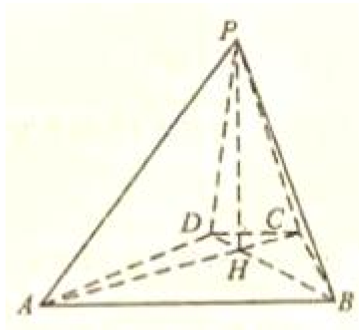
（II）求$\{a_n\}$的前$n$项和$S_n$及使得$S_n$最大的序号$n$的值。

（18）（本小题满分12分）

如图，已知四棱锥$P-ABCD$的底面为等腰梯形，$AB \parallel CD$, $AC \perp BD$,垂足为$H$，$PH$是四棱锥的高。

（I）证明：平面$PAC \perp$平面$PBD$；

（II）若$AB=\sqrt{6}$, $\angle APB=\angle ADB=60°$, 求四棱锥$P-ABCD$的体积。




请考生在第（22）、（23）、（24）三题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分。作答时用2B铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑。

（19）（本小题满分12分）

为调查某地区老年人是否需要志愿者提供帮助，用简单随机抽样方法从该地区调查了500位老人，结果如下：

| 是否需要志愿者 \ 性别 | 男 | 女 |
|---|---|---|
| 需要 | 40 | 30 |
| 不需要 | 160 | 270 |

（I）估计该地区老年人中，需要志愿者提供帮助的老年人的比例；

（II）能否有99%的把握认为该地区的老年人是否需要志愿者提供帮助与性别有关？

（III）根据（II）的结论，能否提出更好的调查方法来估计该地区的老年人中，需要志愿者提供帮助的老年人的比例？说明理由。

附：

| $P(K^2 \geq k)$ | 0.050 | 0.010 | 0.001 |
|---|---|---|---|
| $k$ | 3.841 | 6.635 | 10.828 |

$$K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

（20）（本小题满分12分）

设 $F_1$ , $F_2$ 分别是椭圆E：$x^2+\frac{y^2}{b^2}$=1（0 < b < 1）的左、右焦点，过 $F_1$ 的直线 $l$ 与E相交于A、B两点，且$|AF_2|$，$|AB|$，$|BF_2|$成等差数列。

（I）求$|AB|$

（II）若直线 $l$ 的斜率为1，求b的值。

（21）本小题满分12分）

设函数 $f_{(x)}=x\left(e^x-1\right)-ax^2$

（I）若a=$\frac{1}{2}$，求 $f_{(x)}$ 的单调区间；

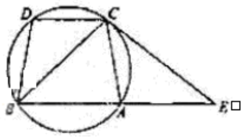
（II）若当 $x$ ≥0时 $f_{(x)}$ ≥0，求a的取值范围

（22）（本小题满分10分）选修4—1：几何证明选讲

如图：已知圆上的弧$\widehat{AC}=\widehat{BD}$，过C点的圆的切线与BA的延长线交于E点，证明：

（I）$\angle ACE=\angle BCD$。

（II）$BC^2$=BE x CD。




（23）（本小题满分10分）选修4-4：坐标系与参数方程

已知直线$C_1$：$\begin{cases} x=1+t\cos\alpha \\ y=t\sin\alpha \end{cases}$（t为参数），$C_2$：$\begin{cases} x=\cos\theta \\ y=\sin\theta \end{cases}$（$\theta$为参数），

（I）当$\alpha=\frac{\pi}{3}$时，求$C_1$与$C_2$的交点坐标；

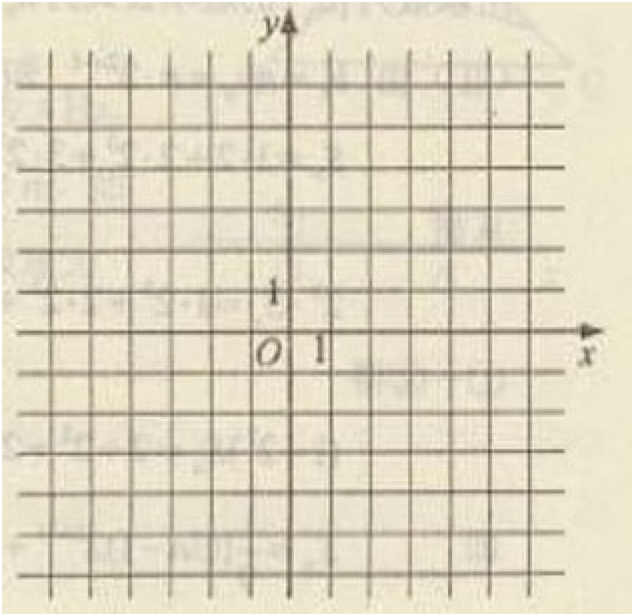
（II）过坐标原点O做$C_1$的垂线，垂足为A，P为OA中点，当$\alpha$变化时，求P点的轨迹的参数方程，并指出它是什么曲线。

（24）（本小题满分10分）选修4—5：不等式选讲

设函数$f(x)=|2x-4|+1$。

（I）画出函数$y=f(x)$的图像：

（II）若不等式$f(x)\leq ax$的解集非空，求n的取值范围



# 2010年普通高等学校招生全国统一考试

# 文科数学参考答案

一：选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是最符合题目要求的。

（1）D　(2) C　(3) B　(4) A　(5) D　(6) C

(7) B　(8) D　(9) B　(10) A　(11)B　(12)C

二：填空题：本大题共4小题，每小题五分，共20分。

（13）$x^2+y^2=2$　(14) $\frac{N_1}{N}$　(15)①②③⑤　(16)$2+\sqrt{5}$

三，解答题：接答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

（17）解：

（I）由$a_n = a_1 +（n-1）d$及$a_3=5$，$a_{10}=-9$得

$$\begin{cases} a_1+2d=5 \\ a_1+9d=-9 \end{cases}$$

解得 $\begin{cases} a_1=9 \\ d=-2 \end{cases}$

数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=11-2n$。　……..6分

（II）由（I）知$S_n=na_1+\frac{n(n-1)}{2}d=10n-n^2$。

因为$S_n=-(n-5)^2+25$.

所以当n=5时，$S_n$取得最大值。　……12分

(18)解：

（I）因为PH是四棱锥P-ABCD的高。

所以$AC\perp PH$,又$AC\perp BD$,PH,BD都在平面PBD内,且$PH\cap BD=H$.

所以$AC\perp$平面PBD.

故平面PAC$\perp$平面PBD.　……..6分

（II）因为ABCD为等腰梯形，AB∥CD,$AC\perp BD$,$AB=\sqrt{6}$.

所以$HA=HB=\sqrt{3}$.

因为$\angle APB=\angle ADB=60^0$

所以$PA=PB=\sqrt{6}$,HD=HC=1.

可得$PH=\sqrt{3}$.

等腰梯形ABCD的面积为S=$\frac{1}{2}$AC x BD = 2+$\sqrt{3}$.　　……..9分

所以四棱锥的体积为V=$\frac{1}{3}$x（2+$\sqrt{3}$）x$\sqrt{3}=\frac{3+2\sqrt{3}}{3}$　　……..12分

（19）解：

（I）调查的500位老年人中有70位需要志愿者提供帮助,因此该地区老年人中需要帮助的老年人的比例的估计值为$\frac{70}{500}=14\%$．　……4分

（II）$k^2=\frac{500\times(40\times270-30\times160)^2}{200\times300\times70\times430}\approx9.967$

由于$9.967>6.635$，所以有99%的把握认为该地区的老年人是否需要帮助与性别有关.　　　　　…………………8分

（III）由（II）的结论知，该地区老年人是否需要帮助与性别有关，并且从样本数据能看出该地区男性老年人与女性老年人中需要帮助的比例有明显差异，因此在调查时，先确定该地区老年人中男、女的比例，再把老年人分成男、女两层并采用分层抽样方法比采用简单随机抽样方法更好.　……12分

（20）解：

（I）由椭圆定义知$|AF_2|+|AB|+|BF_2|=4$

又$2|AB|=|AF_2|+|BF_2|$,得$|AB|=\frac{4}{3}$

（II）L的方程式为y=x+c，其中$c=\sqrt{1-b^2}$

设A（$x_1$，$y_1$），B（$x_2$，$y_2$），则A，B 两点坐标满足方程组

$$\begin{cases} y=x+c \\ x^2+\frac{y^2}{b^2}=1 \end{cases}$$

化简得$(1+b^2)x^2+2cx+1-2b^2=0.$

则$x_1+x_2=\frac{-2c}{1+b^2},x_1x_2=\frac{1-2b^2}{1+b^2}.$

因为直线AB的斜率为1，所以$|AB|=\sqrt{2}|x_2-x_1|$

即　$\frac{4}{3}=\sqrt{2}|x_2-x_1|$．

则$\frac{8}{9}=(x_1+x_2)^2-4x_1x_2=\frac{4(1-b^2)}{(1+b^2)^2}-\frac{4(1-2b^2)}{1+b^2}=\frac{8b^4}{1+b^2}$

解得　$b=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

（21）解：

（I）$a=\frac{1}{2}$时，$f(x)=x(e^x-1)-\frac{1}{2}x^2$，$f'(x)=e^x-1+xe^x-x=(e^x-1)(x+1)$。

当$x\in(-\infty,-1)$时$f'(x)>0$；当$x\in(-1,0)$时，$f'(x)<0$；当$x\in(0,+\infty)$时，

$f'(x)>0$。故$f(x)$在$(-\infty,-1)$，$(0,+\infty)$单调增加，在（-1，0）单调减少。

（II）$f(x)=x(e^x-1-ax)$。令$g(x)=x(e^x-1-ax)$，则$g'(x)=e^x-a$。

若$a\le 1$，则当$x\in(0,+\infty)$时，$g'(x)>0$，$g(x)$为增函数，而$g(0)=0$，从而当$x\geq 0$时$g(x)\geq 0$，即$f(x)\geq 0$.

若$a>1$，则当$x\in(0,\ln a)$时，$g'(x)<0$，$g(x)$为减函数，而$g(0)=0$，从而当$x\in(0,\ln a)$时$g(x)<0$，即$f(x)<0$.

综合得$a$的取值范围为$(-\infty,1]$

（22）解:（I）因为$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BD}$,

所以$\angle BCD=\angle ABC$.

又因为$EC$与圆相切于点$C$，故$\angle ACE=\angle ABC$

所以$\angle ACE=\angle BCD$. ……5分

（II）因为$\angle ECB=\angle CDB$，$\angle EBC=\angle BCD$，

所以$\Delta BDC\backsim\Delta ECB$，故$\frac{BC}{BE}=\frac{CD}{BC}$.

即 $BC^2=BE\times CD$. ……10分

（23）解：

（I）当$\alpha=\frac{\pi}{3}$时，$C_1$的普通方程为$y=\sqrt{3}(x-1)$，$C_2$的普通方程为$x^2+y^2=1$.

联立方程组$\begin{cases} y=\sqrt{3}(x-1), \\ x=x^2+y^2=1, \end{cases}$ 解得$C_1$与$C_2$的交点为（1,0），$(\frac{1}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2})$

（II）$C_1$的普通方程为$x\sin\alpha-y\cos\alpha-\sin\alpha=0$.

A点坐标为$(\sin^2 a,-\cos a\sin a)$，故当$a$变化时，P点轨迹的参数方程为

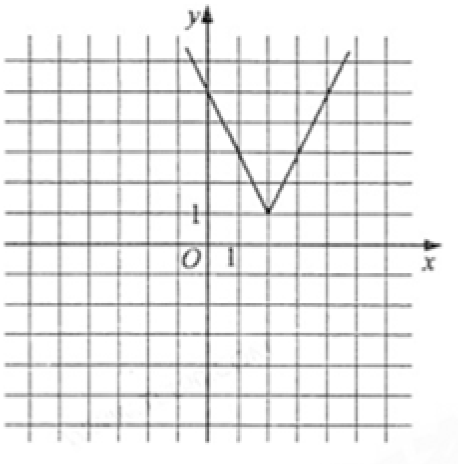
$$\begin{cases} x=\frac{1}{2}\sin^2 a \\ y=-\frac{1}{2}\sin a\cos a \end{cases}$$（$a$ 为参数）

P点轨迹的普通方程为$(x-\frac{1}{4})^2+y^2=\frac{1}{16}$

故P点轨迹是圆心为$(\frac{1}{4},0)$，半径为$\frac{1}{4}$的圆

（24）解：

（I）由于$f_{(x)}=\begin{cases} -2x+5, x<2. \\ 2x-3, x\geq 2. \end{cases}$ 则函数$y=f_{(x)}$的图像如图所示。




……5分

（II）由函数$y=f_{(x)}$与函数$y=ax$的图像可知，当且仅当$a\geq\frac{1}{2}$或$a<-2$时，函数$y=f_{(x)}$与函数$y=ax$的图像有交点。故不等式$f_{(x)}\leq ax$的解集非空时，$a$的取值范围为$(-\infty,-2)\cup\left(\frac{1}{2},+\infty\right)$。

……10分