

2021年普通高等学校招生全国统一考试（甲卷）

文科数学

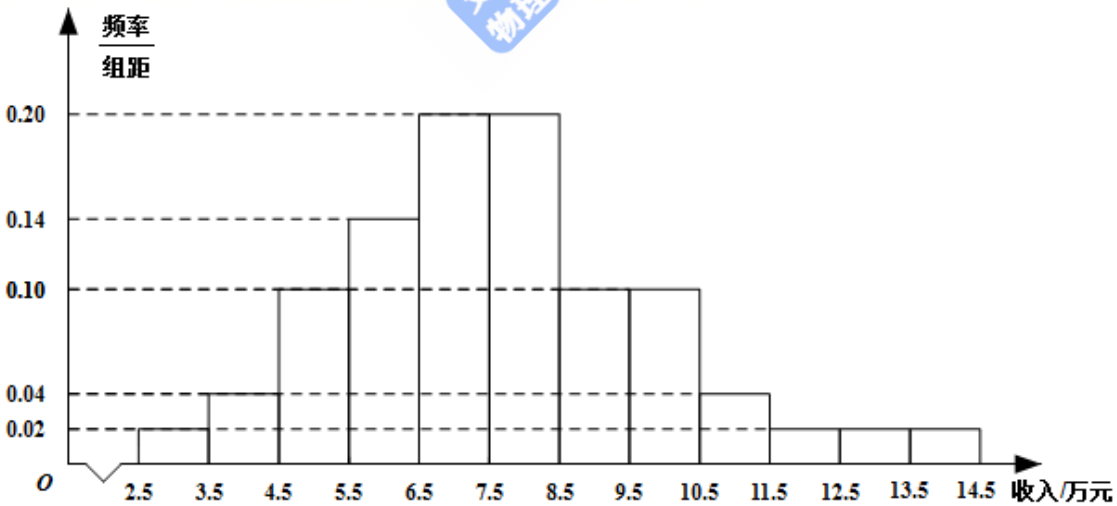
注意事项：

- 1.答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
- 2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动，用皮擦干净后，再选涂其他答案标号，回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效.
- 3.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合 $M = \{1,3,5,7,9\}$, $N = \{x|2x > 7\}$, 则 $M \cap N = ()$
- A. $\{7,9\}$ B. $\{5,7,9\}$ C. $\{3,5,7,9\}$ D. $\{1,3,5,7,9\}$
- 2.

为了解某地农村经济情况，对该地农户家庭年收入进行抽样调查，将农户家庭年收入的调查数据整理得到如下频率分布直方图：



根据此频率分布直方图，下面结论中不正确的是 ()

- A. 该地农户家庭年收入低于4.5万元的农户比率估计为6%

- B. 该地农户家庭年收入不低于10.5万元的农户比率估计为10%
- C. 估计该地农户家庭年收入的平均值不超过6.5万元
- D. 估计该地有一半以上的农户，其家庭年收入介于4.5万元至8.5万元之间

3. 已知 $(1-i)^2 z = 3+2i$ ，则 $z =$ ()

- A. $-1-\frac{3}{2}i$ B. $-1+\frac{3}{2}i$ C. $-\frac{3}{2}+i$ D. $-\frac{3}{2}-i$

4. 下列函数中是增函数的为 ()

- A. $f(x) = -x$ B. $f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ C. $f(x) = x^2$ D. $f(x) = \sqrt[3]{x}$

5. 点 $(3,0)$ 到双曲线 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 的一条渐近线的距离为 ()

- A. $\frac{9}{5}$ B. $\frac{8}{5}$ C. $\frac{6}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

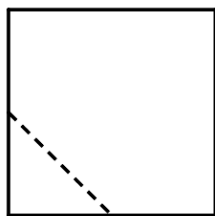
6.

青少年视力是社会普遍关注的问题，视力情况可借助视力表测量。通常用五分记录法和小数记录法记录视力数据，五分记录法的数据 L 和小数记录法的数据 V 满足 $L = 5 + \lg V$ 。已知某同学视力的五分记录法的数据为4.9，则其视力的小数记录法的数据为 () ($\sqrt[10]{10} \approx 1.259$)

- A. 1.5 B. 1.2 C. 0.8 D. 0.6

7.

在一个正方体中，过顶点 A 的三条棱的中点分别为 E, F, G 。该正方体截去三棱锥 $A-EFG$ 后，所得多面体的三视图中，正视图如图所示，则相应的侧视图是 ()



正视图

- A. B. C. D.

8. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $B = 120^\circ$, $AC = \sqrt{19}$, $AB = 2$, 则 $BC = ()$

- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{5}$ D. 3

9. 记 S_n 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 若 $S_2 = 4$, $S_4 = 6$, 则 $S_6 = ()$

- A. 7 B. 8 C. 9 D. 10

10. 将3个1和2个0随机排成一行, 则2个0不相邻的概率为 $()$

- A. 0.3 B. 0.5 C. 0.6 D. 0.8

11. 若 $\alpha \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, $\tan 2\alpha = \frac{\cos \alpha}{2 - \sin \alpha}$, 则 $\tan \alpha = ()$

- A. $\frac{\sqrt{15}}{15}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{15}}{3}$

12. 设 $f(x)$ 是定义域为 \mathbf{R} 的奇函数, 且 $f(1+x) = f(-x)$. 若 $f\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}$, 则 $f\left(\frac{5}{3}\right) = ()$

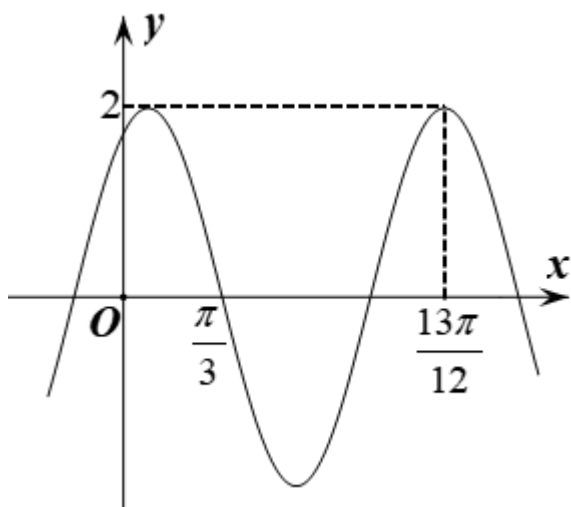
- A. $-\frac{5}{3}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{5}{3}$

二、填空题: 本题共4小题, 每小题5分, 共20分.

13. 若向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $|\vec{a}| = 3, |\vec{a} - \vec{b}| = 5, \vec{a} \cdot \vec{b} = 1$, 则 $|\vec{b}| = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 已知一个圆锥的底面半径为6, 其体积为 30π 则该圆锥的侧面积为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 已知函数 $f(x) = 2\cos(\omega x + \varphi)$ 的部分图像如图所示, 则 $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \underline{\hspace{2cm}}$.



16. 已知 F_1, F_2 为椭圆 $C: \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的两个焦点, P, Q 为 C 上关于坐标原点对称的两点, 且

$|PQ| = |F_1F_2|$ ，则四边形 PF_1QF_2 的面积为_____.

三、解答题：共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤，第17~21题为必考题，每个试题考生都必须作答.第22、23题为选考题，考生根据要求作答.

(一)必考题：共60分.

17.

甲、乙两台机床生产同种产品，产品按质量分为一级品和二级品，为了比较两台机床产品的质量，分别用两台机床各生产了200件产品，产品的质量情况统计如下表：

	一级品	二级品	合计
甲机床	150	50	200
乙机床	120	80	200
合计	270	130	400

- (1) 甲机床、乙机床生产的产品中一级品的频率分别是多少？
- (2) 能否有99%的把握认为甲机床的产品质量与乙机床的产品质量有差异？

$$\text{附： } K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

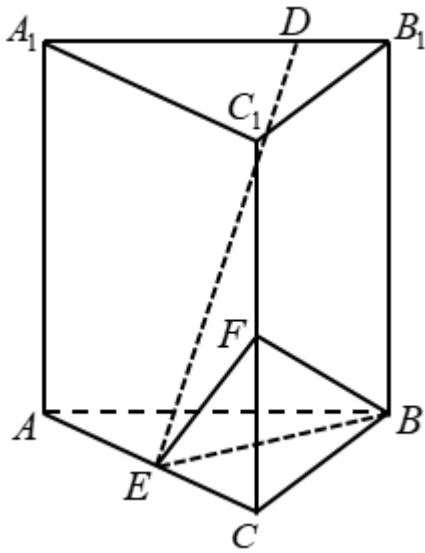
$P(K^2 \geq k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

18.

记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，已知 $a_n > 0, a_2 = 3a_1$ ，且数列 $\{\sqrt{S_n}\}$ 是等差数列，证明： $\{a_n\}$ 是等差数列.

19.

已知直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中，侧面 AA_1B_1B 为正方形， $AB = BC = 2$ ， E, F 分别为 AC 和 CC_1 的中点， $BF \perp A_1B_1$.



- (1) 求三棱锥 $F - EBC$ 的体积；
- (2) 已知 D 为棱 A_1B_1 上的点，证明： $BF \perp DE$ 。

20. 设函数 $f(x) = a^2x^2 + ax - 3\ln x + 1$ ，其中 $a > 0$ 。

- (1) 讨论 $f(x)$ 的单调性；
- (2) 若 $y = f(x)$ 的图象与 x 轴没有公共点，求 a 的取值范围。

21. 抛物线 C 的顶点为坐标原点 O 。焦点在 x 轴上，直线 $l: x = 1$ 交 C 于 P, Q 两点，且 $OP \perp OQ$ 。已知点 $M(2, 0)$ ，且 $\odot M$ 与 l 相切。

- (1) 求 $C, \odot M$ 的方程；
- (2) 设 A_1, A_2, A_3 是 C 上的三个点，直线 A_1A_2, A_1A_3 均与 $\odot M$ 相切。判断直线 A_2A_3 与 $\odot M$ 的位置关系，并说明理由。

(二) 选考题：共10分. 请考生在第22、23题中任选一题作答. 如果多做，则按所做的第一题计分.

[选修4-4：坐标系与参数方程]

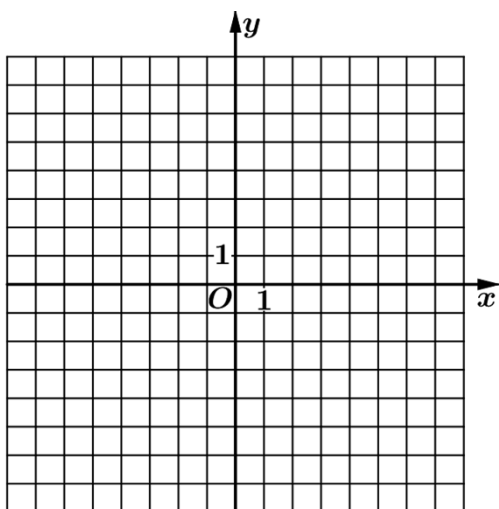
22. 在直角坐标系 xOy 中，以坐标原点为极点， x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为

$$\rho = 2\sqrt{2} \cos \theta.$$

- (1) 将 C 的极坐标方程化为直角坐标方程；
- (2) 设点 A 的直角坐标为 $(1, 0)$ ， M 为 C 上的动点，点 P 满足 $\overline{AP} = \sqrt{2} \overline{AM}$ ，写出 P 的轨迹 C_1 的参数方程，并判断 C 与 C_1 是否有公共点。

[选修4-5: 不等式选讲]

23. 已知函数 $f(x) = |x - 2|$, $g(x) = |2x + 3| - |2x - 1|$.



- (1) 画出 $y = f(x)$ 和 $y = g(x)$ 的图像;
- (2) 若 $f(x+a) \geq g(x)$, 求 a 的取值范围.