2011年普通高等学校招生全国统一考试（北京卷）

数学（文）

本试卷共5页，150分.考试时间长120分钟.考生务必将答案答在答题卡上，在试卷上作答无效.考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回.

第一部分（选择题 共40分）

一、选择题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题列出的四个选项中，选出符合题目要求的一项.

1．已知全集U=R,集合P=｛x｜x^2≤1｝,那么$C_U P=$

A．(-∞, -1]　　B．[1, +∞）

C．[-1，1]　　D．（-∞，-1] ∪[1，+∞）

2．复数$\dfrac{i-2}{1+2i}=$

A．i　　B．-i　　C．$-\dfrac{4}{5}-\dfrac{3}{5}i$　　D．$-\dfrac{4}{5}+\dfrac{3}{5}i$

3．如果$\log_{\frac{1}{2}} x<\log_{\frac{1}{2}} y<0$, 那么

A．y< x<1　　B．x< y<1

C．1< x<y　　D．1<y<x

4．若p是真命题，q是假命题，则

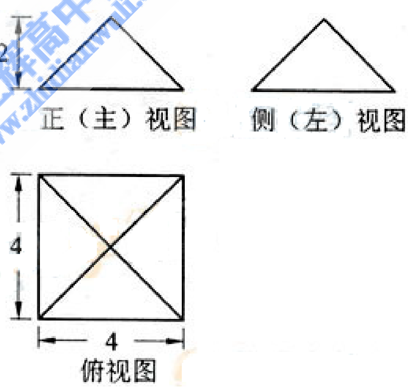
A．p∧q是真命题

B．p∨q是假命题

C．¬p是真命题

D．¬q是真命题

5．某四棱锥的三视图如图所示，该四棱锥的表面积是



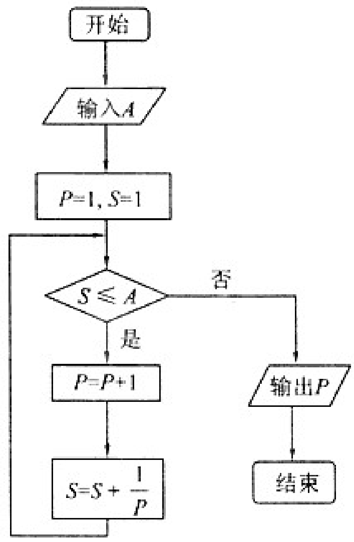
A．32

B．16+16$\sqrt{2}$

C．48

D．16+32$\sqrt{2}$

6．执行如图所示的程序框图，若输入A的值为2，则输入的P值为



A．2　　B．3

C．4　　D．5

7．某车间分批生产某种产品，每批的生产准备费用为800元.若每批生产

x件，则平均仓储时间为$\frac{x}{8}$天，且每件产品每天的仓储费用为1元.为使平均没见产品的生产准备费用与仓储费用之和最小，每批应生产产品

A．60件　　B．80件　　C．100件　　D．120件

8．已知点A（0,2），B（2,0）．若点C在函数y = x的图像上，则使得ΔABC的面积为2的点C的个数为

A．4　　B．3　　C．2　　D．1

第二部分　（非选择题　共110分）

二、填空题共6小题，每小题5分，共30分.

9．在ΔABC中.若b=5，$\angle B=\frac{\pi}{4}$，sinA=$\frac{1}{3}$，则a=____________________.

10．已知双曲线$x^2-\frac{y^2}{b^2}=1$（$b>0$）的一条渐近线的方程为$y=2x$，则b=_______.

11．已知向量a=（$\sqrt{3}$，1），b=（0，-1），c=（k，$\sqrt{3}$）.若a-2b与c共线，则k=_________________.

12．在等比数列{a_n}中，$a_1=\frac{1}{2}$，$a_4=4$，则公比q=______________；$a_1+a_2+\ldots+a_n$=__________________.

13．已知函数$f(x)=\begin{cases}\frac{2}{x}, & x\geq 2\\ (x-1)^3, & x<2\end{cases}$若关于x的方程f（x）=k有两个不同的实根，则实数k的取值范围是_______

14．设A（0,0）,B（4,0）,C（t+4,3），D（t,3）（t∈R）.记N（t）为平行四边形ABCD内部（不含边界）的整点的个数，其中整点是指横、纵坐标都是整数的点，则N（0）=_____ N（t）的所有可能取值为_____

三、解答题6小题，共80分，解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程.

15．（本小题共13分）

已知函数$f(x)=4\cos x\sin(x+\frac{\pi}{6})-1$.

（Ⅰ）求$f(x)$的最小正周期；

（Ⅱ）求$f(x)$在区间$\left[-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{4}\right]$上的最大值和最小值.

16．（本小题共13分）

以下茎叶图记录了甲、乙两组各四名同学的植树棵树.乙组记录中有一个数据模糊，无法确认，在图中以X表示.

甲组			乙组		
9	9	0	X	8	9
1	1	1	0		

（1）如果X=8，求乙组同学植树棵树的平均数和方差；

（2）如果X=9，分别从甲、乙两组中随机选取一名同学，求这两名同学的植树总棵数为19的概率.

（注：方差 $s^2=\frac{1}{n}[(x_1-\vec{x})^2+(x_2-\vec{x})^2+\cdots(x_n-\vec{x})^2]$，其中 $\vec{x}$ 为 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 的平均数）

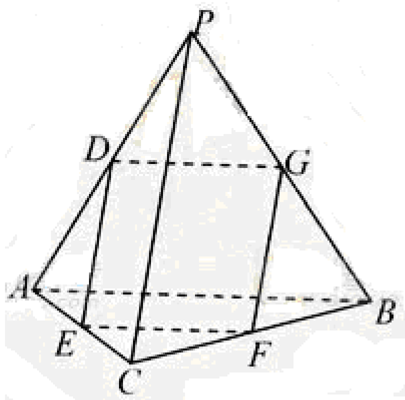
17．（本小题共14分）

如图，在四面体PABC中，PC⊥AB，PA⊥BC,点D,E,F,G分别是棱AP,AC,BC,PB的中点.

（Ⅰ）求证：DE∥平面BCP；

（Ⅱ）求证：四边形DEFG为矩形；

（Ⅲ）是否存在点Q，到四面体PABC六条棱的中点的距离相等？说明理由.



18．（本小题共13分）

已知函数 $f(x)=(x-k)e^x$.

（Ⅰ）求 $f(x)$ 的单调区间；

（Ⅱ）求 $f(x)$ 在区间[0,1]上的最小值.

19．（本小题共14分）

已知椭圆$G:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{\sqrt{6}}{3}$，右焦点为（$2\sqrt{2}$,0），斜率为l的直线$l$与椭圆G交与A、B两点，以AB为底边作等腰三角形，顶点为P（-3,2）.

（I）求椭圆*G*的方程；

（II）求ΔPAB的面积.

20．（本小题共13分）

若数列$A_n:a_1,a_2,\cdots,a_n(n\geq 2)$满足$\left|a_{k+1}-a_k\right|=1(k=1,2,\cdots,n-1)$，则称$A_n$为$E$数列，记$S(A_n)=a_1+a_2+\cdots+a_n$.

（Ⅰ）写出一个E数列A_5满足$a_1=a_3=0$；

（Ⅱ）若$a_1=12$，n=2000，证明：E数列A_n是递增数列的充要条件是a_n=2011；

（Ⅲ）在$a_1=4$的E数列A_n中，求使得$S\left(A_n\right)$=0成立得n的最小值.

参考答案

一、选择题（共8小题，每小题5分，共40分）

（1）D　（2）A　（3）D　（4）D

（5）B　（6）C　（7）B　（8）A

二、填空题（共6小题，每小题5分，共30分）

（9）$\frac{5\sqrt{2}}{3}$　　（10）2

（11）1　　（12）2　$2^{n-1}-\frac{1}{2}$

（13）（0，1）　　（14）6　6，7，8，

三、解答题（共6小题，共80分）

（15）（共13分）

解：（Ⅰ）因为 $f(x)=4\cos x\sin(x+\frac{\pi}{6})-1$

$=4\cos x(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x+\frac{1}{2}\cos x)-1$

$=\sqrt{3}\sin 2x+2\cos^2 x-1$

$=\sqrt{3}\sin 2x+\cos 2x$

$=2\sin(2x+\frac{\pi}{6})$

所以 $f(x)$ 的最小正周期为 π

（Ⅱ）因为 $-\frac{\pi}{6}\le x\le\frac{\pi}{4}$, 所以 $-\frac{\pi}{6}\le 2x+\frac{\pi}{6}\le\frac{2\pi}{3}$.

于是，当 $2x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}$, 即 $x=\frac{\pi}{6}$ 时，$f(x)$ 取得最大值2；

当 $2x+\frac{\pi}{6}=-\frac{\pi}{6}$, 即 $x=-\frac{\pi}{6}$ 时, $f(x)$ 取得最小值—1.

（16）（共13分）

解（1）当X=8时，由茎叶图可知，乙组同学的植树棵数是：8，8，9，10，

所以平均数为

$\vec{x}=\frac{8+8+9+10}{4}=\frac{35}{4}$;

方差为

$s^2=\frac{1}{4}[(8-\frac{35}{4})^2+(9-\frac{35}{4})^2+(10-\frac{35}{4})^2]=\frac{11}{16}$.

（Ⅱ）记甲组四名同学为A_1，A_2，A_3，A_4，他们植树的棵数依次为9，9，11，11；乙组四名同学为B_1，B_2，B_3，B_4，他们植树的棵数依次为9，8，9，10，分别从甲、乙两组中随机选取一名同学，所有可能的结果有16个，它们是：

（A_1，B_1），（A_1，B_2），（A_1，B_3），（A_1，B_4），
（A_2，B_1），（A_2，B_2），（A_2，B_3），（A_2，B_4），
（A_3，B_1），（A_2，B_2），（A_3，B_3），（A_1，B_4），
（A_4，B_1），（A_4，B_2），（A_4，B_3），（A_4，B_4），

用C表示：“选出的两名同学的植树总棵数为19”这一事件，则C中的结果有4个，它们是：（A_1，B_4），（A_2，B_4），（A_3，B_2），（A_4，B_2），故所求概率为$P(C)=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}.$

（17）（共14分）

证明：（Ⅰ）因为D，E分别为AP，AC的中点，

所以DE//PC。

又因为DE$\not\subset$平面BCP，

所以DE//平面BCP。

（Ⅱ）因为D，E，F，G分别为AP，AC，BC，PB的中点，

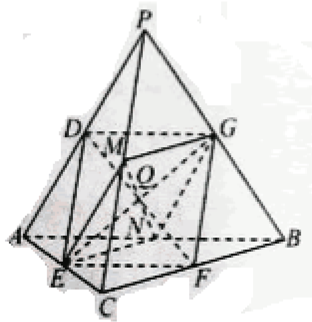
所以DE//PC//FG，DG//AB//EF。

所以四边形DEFG为平行四边形，

又因为PC⊥AB，

所以DE⊥DG，

所以四边形DEFG为矩形。



（Ⅲ）存在点Q满足条件，理由如下：

连接DF，EG，设Q为EG的中点

由（Ⅱ）知，DF∩EG=Q，且QD=QE=QF=QG=$\frac{1}{2}$EG.

分别取PC，AB的中点M，N，连接ME，EN，NG，MG，MN。

与（Ⅱ）同理，可证四边形MENG为矩形，其对角线点为EG的中点Q，

且QM=QN=$\frac{1}{2}$EG，

所以Q为满足条件的点.

（18）（共13分）

解：（Ⅰ）$f'(x)=(x-k+1)e^3.$

令$f'(x)=0$，得$x=k-1$.

$f(x)$与$f'(x)$的情况如下：

x	$(-\infty,k-k)$	$k-1$	$((k-1,+\infty)$
$f'(x)$	——	0	+

$f(x)$	↗	$-e^{k-1}$	↗	

所以，$f(x)$的单调递减区间是（$-\infty,k-1$）；单调递增区间是$(k-1,+\infty)$

（Ⅱ）当$k-1\leq 0$，即$k\leq 1$时，函数$f(x)$在[0，1]上单调递增，

所以f（x）在区间[0，1]上的最小值为$f(0)=-k$;

当$0<k-1<1$,即$1<k<2$时，

由（Ⅰ）知$f(x)$在$[0,k-1]$上单调递减，在$(k-1,1]$上单调递增，所以$f(x)$在区间[0，1]上的最小值为$f(k-1)=-e^{k-1}$；

当$k-1\geq t$,即$k=2$时，函数$f(x)$在[0，1]上单调递减，

所以$f(x)$在区间[0，1]上的最小值为$f(1)=(1-k)e.$

（19）（共14分）

解：（Ⅰ）由已知得$c=2\sqrt{2},\dfrac{c}{a}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}.$

解得$a=2\sqrt{3}.$

又$b^2=a^2-c^2=4.$

所以椭圆G的方程为$\dfrac{x^2}{12}+\dfrac{y^2}{4}=1.$

（Ⅱ）设直线l的方程为$y=x+m.$

由$\begin{cases}y=x+m\\ \dfrac{x^2}{12}+\dfrac{y^2}{4}=1\end{cases}$得

$4x^2+6mx+3m^2-12=0.$

设A、B的坐标分别为$(x_1,y_1),(x_2,y_2)(x_1<x_2)$, AB中点为E$(x_0,y_0)$，

则$x_0=\dfrac{x_1+x_2}{2}=-\dfrac{3m}{4},$

$y_0=x_0+m=\dfrac{m}{4}$

因为AB是等腰△PAB的底边，

所以PE⊥AB.

所以PE的斜率 $k=\dfrac{2-\dfrac{m}{4}}{-3+\dfrac{3m}{4}}=-1.$

解得m=2。

此时方程①为 $4x^2+12x=0.$

解得 $x_1=-3, x_2=0.$

所以 $y_1=-1, y_2=2.$

所以|AB|= $3\sqrt{2}$.

此时，点P（—3，2）到直线AB：$x-y+2=0$ 的距离 $d=\dfrac{|-3-2+2|}{\sqrt{2}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{2},$

所以△PAB的面积S= $\dfrac{1}{2}|AB|\cdot d=\dfrac{9}{2}.$

（20）（共13分）

解：（Ⅰ）0，1，0，1，0是一具满足条件的E数列A_5.

（答案不唯一，0，—1，0，1，0；0，±1，0，1，2；0，±1，0，—1，—2；0，±1，0，—1，

—2，0，±1，0，—1，0都是满足条件的E的数列A_5）

（Ⅱ）必要性：因为E数列A_5是递增数列，

所以 $a_{k+1}-a_k=1(k=1,2,\cdots,1999)$.

所以A_5是首项为12，公差为1的等差数列.

所以a_{2000}=12+（2000—1）×1=2011.

充分性，由于a_{2000}—a_{1000}≤1，

a_{2000}—a_{1000}≤1

……

a_2—a_1≤1

所以a_{2000}—a_t≤19999，即a_{2000}≤a_1+1999.

又因为a_1=12，a_{2000}=2011,

所以a_{2000}=a_1+1999.

故 $a_{n+1}-a_n=1>0(k=1,2,\cdots,1999)$,即$A_n$是递增数列.

综上，结论得证.

（Ⅲ）对首项为4的E数列A_k，由于

$a_2\geq a_1-1=3,$

$a_3\geq a_2-1\geq 2,$

……

$a_5 \geq a_7 - 1 \geq -3.$

……

所以$a_1 + a_2 + \cdots + a_k > 0(k = 2,3,\cdots,8)$

所以对任意的首项为4的E数列A_m，若$S(A_m) = 0,$

则必有$n \geq 9$.

又$a_1 = 4$的E数列$A_1: 4,3,2,1,0,-1,-2,-3,-4$满足$S(A_1) = 0,$

所以n是最小值是9.