2001 年重庆高考文科数学真题及答案

本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，第 I 卷 1 至 2 页，第 II 卷 3 至 8 页。共 150 分，考试时间 120 分钟

第 I 卷(选择题共 60 分)

注意事项:

1．答第 I 卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号、考试科目用铅笔涂写在答题卡上。
2．每小题选出答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再涂其它答案，不能答在试题卷上。
3．考试结束，监考人将本试卷和答题卡一并收回。

参考公式：

三角函数的积化和差公式

$$\sin\alpha\cdot\cos\beta=\frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)]$$

$$\cos\alpha\cdot\sin\beta=\frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)]$$

$$\cos\alpha\cdot\cos\beta=\frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)]$$

$$\sin\alpha\cdot\sin\beta=-\frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta)-\cos(\alpha-\beta)]$$

正棱台、圆台的侧面积公式

$$S_{台侧}=\frac{1}{2}(c'+c)l$$

其中 c′ 、c 分别表示上、下底面周长，l 表示斜高或母线长.

台体的体积公式

$$V_{台体}=\frac{1}{3}(s'+\sqrt{s's}+s)h$$

其中 s′ 、s 分别表示上、下底面的面积，h 表示高.

一、选择题 本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

（1）tg300°+ctg405° 的值为

（A）$1+\sqrt{3}$　　（B）$1-\sqrt{3}$　　（C）$-1-\sqrt{3}$　　（D）$-1+\sqrt{3}$

（2）过点 A（1，－1）、B（－1，1）且圆心在直线 $x+y-2=0$ 上的圆的方程是

（A）$(x-3)^2+(y+1)^2=4$　　（B）$(x+3)^2+(y-1)^2=4$

（C）$(x-1)^2+(y-1)^2=4$　　（D）$(x+1)^2+(y+1)^2=4$

（3）若一个圆锥的轴截面是等边三角形，其面积为 $\sqrt{3}$，则这个圆锥的全面积是

（A）3π　　（B）$3\sqrt{3}$π　　（C）6π　　（D）9π

（4）若定义在区间（－1，0）内的函数 $f(x)=\log_2(x+1)满足f(x)>0,则a$ 的取值范围是

（A）$(0,\frac{1}{2})$　　（B）$(0,\frac{1}{2})$　　（C）$(\frac{1}{2},+\infty)$　　（D）$(0,+\infty)$

（5）已知复数 $z=\sqrt{2}+\sqrt{6}i,则\arg\frac{1}{z}$ 是

$\frac{\pi}{6}$　　（B）$\frac{11\pi}{6}$　　（C）$\frac{\pi}{3}$　　（D）$\frac{5\pi}{3}$

（6）函数 $y=-2^{-1}+1(x>0)$ 的反函数是

（A）$y=\log_2\frac{1}{x-1},x\in(1,2)$　　（B）$y=-\log_2\frac{1}{x-1},x\in(1,2)$

（C）$y=\log_2\frac{1}{x-1},x\in(1,2]$　　（D）$y=-\log_2\frac{1}{x-1},x\in(1,2]$

（7）若椭圆经过原点，且焦点为 F_1（1，0），F_2（3，0），则其离心率为

（A）$\frac{3}{4}$　　（B）$\frac{2}{3}$　　（C）$\frac{1}{2}$　　（D）$\frac{1}{4}$

（8）若 $0<\alpha<\beta<\frac{4}{\ }, \sin\alpha+\cos\alpha=a, \sin\beta+\cos\beta=b,$ 则

（A）$a<b$　　（B）$a>b$　　（C）$ab<1$　　（D）$ab>2$

（9）在正三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，若 $AB=\sqrt{2}BB_1$，则 AB_1 与 C_1B 所成的角的大小为

（A）60°　　（B）90°　　（C）105°　　（D）75°

（10） 设 $f(x), g(x)$ 都是单调函数，有如下四个命题：

① 若 $f(x)$ 单调递增，$g(x)$ 单调递增，则 $f(x)-g(x)$ 单调递增；

② 若 $f(x)$ 单调递增，$g(x)$ 单调递减，则 $f(x)-g(x)$ 单调递增；

③ 若 $f(x)$ 单调递增，$g(x)$ 单调递增，则 $f(x)-g(x)$ 单调递减；

④ 若 $f(x)$ 单调递减，$g(x)$ 单调递减，则 $f(x)-g(x)$ 单调递减；

其中，正确的命题是

（A）①③　　（B）①④　　（C）②③　　（D）②④

（11）一间平房的屋顶有如图三种不同的盖法：①单向倾斜；②双向倾斜；③四向倾斜三种盖法屋顶面积分别为 P_1、P_2、P_3

若屋顶斜面与水平面所成的角都是 α，则

（A）$P_3>P_2>P_1$　　（B）$P_3>P_2=P_1$　　（C）$P_3=P_2>P_1$　　（D）$P_3=P_2=P_1$

（12） 如图，小圆圈表示网络的结点，结点之间的连线表示它们有网线相联，连线标注的数字表示该段网线单位时间内可以通过的最大信息量，现从结点 A 向结点 B 传递信息，信息可以分开沿不同的路线同时传递，则单位时间内传递的最大信息量为

（A）26　　（B）　　（C）20　　（D）19

第 II 卷(非选择题共 90 分)

注意事项：

1．第 II 卷共 6 页，用钢笔或圆珠笔直接答在试题卷中。

2．答卷前将密封线内的项目填写清楚。

题　号	二	三						总分
		17	18	19	20	21	22	
分　数								

得分	评卷人

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分，把答案填在题中横线上。

（13）$(\frac{1}{2}x+1)^{10}$ 的二项展开式中 x^3 的系数为___________.

（14） 双曲线 $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$ 的两个焦点为 F_1，F_2，点 P 在双曲线上，若 $PF_1\perp PF_2$，则点 P 到 x 轴的距离为______________.

（15）设$|a_n|$是公比为 q 的等比数列，S_n是它的前 n 项和，若$|S_n|$是等差数列，则 q=______________.

（15） 圆周上有 2n 个等分点（n>1）,以其中三个点为顶点的直角三角形的个数为______________.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 74 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

得分	评卷人

（17）（本小题满分 12 分）

已知等差数列前三项为 a,4,3a,前 n 项和为 S S =2550

（Ⅰ）求 a 及 k 的值;

（Ⅱ）求 $\mathop{lin}\limits_{n\to\infty}(\frac{1}{S_1}+\frac{1}{S_2}+\cdots+\frac{1}{S})$

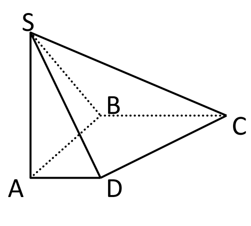
得分	评卷人

（18）（本小题满分 12 分）

如图，在底面是直角梯形的四棱锥 S—ABCD 中，∠ABC=90°，SA⊥面 ABCD，SA=AB=BC=1，AD=$\frac{1}{2}$.

（Ⅰ）求四棱锥 S—ABCD 的体积;

（Ⅱ）求面 SCD 与面 SBA 所成的二面角的正切值.



得分	评卷人

（19）（本小题满分 12 分）

已知圆内接四边形 ABCD 的边长分别为 AB=2，BC=6，CD=DA=4，求四边形 ABCD 的面积。

得分	评卷人

（20）（本小题满分 12 分）

设抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 F，经过点 F 的直线交抛物线于 A、B 两点，点 C

在抛物线的准线上，且 $BC /\!/ x$ 轴， 证明直线 AC 经过原点 O.

得分	评卷人

（21）（本小题满分 12 分）

设计一幅宣传画，要求画面面积为 4840cm^2，画面的宽与高的比为 λ（$\lambda<1$），画面的上下各留 8cm 空白，左、右各留 5cm 空白，怎样确定画面的高与宽尺寸，能使宣传画所用纸张面积最小？

得分	评卷人

（22）（本小题满分 14 分）

设（x）是定义在 R 上的偶函数，其图象关于直线 x=1 对称，对任意 $x_1, x_2 \in [0, \frac{1}{2}]$都有 $f(x_1+x_2)=f(x_1)\cdot f(x_2)$.

（Ⅰ）设 $f(1)=2$, 求 $f(\frac{1}{2}), f(\frac{1}{4})$;

（Ⅱ）证明 $f(x)$ 是周期函数。

参考答案

说明:

一、本解答指出了每题要考查的主要知识和能力，并给出了一种或几种解法供参考，如果考生的解法与本解答不同，可根据试题的主要考查内容比照评分标准制订相应的评分细则。

二、对计算题，当考生的解答在某一步出现错误时，如果后继部分的解答末改变该题的内容和难度，可视影响的程度决定后继部分的给分，但不得超过该部分正确解答应得分数的一半；如果后继部分的解答有校严重的错误，就不再给分。

三、解答右端所注分数，表示考生正确做到这一步应得的累加分数。

四、只给整数分数，选择题和填空题不给中间分。

一、选择题：本题考查基本知识和基本运算，每小题 5 分，满分 60 分。

（1）B　（2）C　（3）A　（4）A　（5）D

（6）A　（7）C　（8）A　（9）B　（10）C

（11）D　（12）D

二、填空：本题考查基本知识和基本运算，每小题 4 分，满分 16 分。

（13）15　（14）$\frac{16}{5}$　（15）1　（16）2n(n－1)

三、解答题

（17）本小题考查数列求和以及极限的基本概念和运算，考查综合分析的能力，满分 12 分。

解：（Ⅰ）设该等差数列为$|a_n|$，则 $a_1=a$, $a_2=4$, $a_3=3a$, $S_1=2550$.

由已知有 $a+3a=2\times4$,解得首项 $a_1=a=2$, 公差 $d=a_2-a_1=2$　……2 分

代入公式 $S_1=k\cdot a_1+\frac{k+(k-1)}{2}\cdot d$ 得

$$k \cdot 2+\frac{k(k-1)}{2} \cdot 2=2550,$$

整理得　　$k^2+k-2550=0$,

解得　$k=50$, $k=-51$(舍去).

∴　　$a=2$, $k=50$.　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　……6 分

（Ⅱ）由 $S_n=n \cdot a_1+\frac{n(n-1)}{2} \cdot d$ 得 $S_n=n(n+1)$,

∴

$$\frac{1}{S_1}+\frac{1}{S_2}+\cdots+\frac{1}{S_n}=\frac{1}{1\times 2}+\frac{1}{2\times 3}+\cdots+\frac{1}{n(n+1)}$$

$$=(\frac{1}{1}-\frac{1}{2})+(\frac{1}{2}-\frac{1}{3})+\cdots+(\frac{1}{n}-\frac{1}{n-1})$$

$$=1-\frac{1}{n+1}$$　　　　……9 分

∴

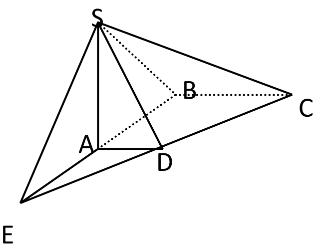
$$\lim_{n\to\infty}(\frac{1}{S_1}+\frac{1}{S_2}+\cdots+\frac{1}{S_n})=\lim_{n\to\infty}(1-\frac{1}{n+1})=1\cdot$$　　　　……12 分

（18）本小题考查线面关系和棱锥体积计算，考查空间想象能力和逻辑推理能力，满分 12 分。

解：(Ⅰ)直角梯形 ABCD 的面积是

$$M_{底面}=\frac{1}{2}(BC+AD)\cdot AB=\frac{1+0.5}{2}\times 1=\frac{3}{4},$$　　　　……2 分

∴四棱锥 S—ABCD 的体积是



$$V=\frac{1}{3}\times SA\times M_{底面}$$

$$=\frac{1}{3}\times 1\times\frac{3}{4}$$

$$=\frac{1}{4}.$$

(Ⅱ) 延长 BA、CD 相交于点 E，连结 SE，则 SE 是所求二面角的棱。　　　　……6 分

∵　　AD∥BC, BC=2AD,

∴　　EA=AB=SA, ∴SE⊥SB,

∵ SA⊥面 ABCD，得面 SEB⊥面 EBC，EB 是交线，

又 BC⊥EB，∴BC⊥面 SEB，故 SE 是 SC 在面 SEB 上的射影，∴SC⊥SE,

所以∠BSC 是所求二面角的平面角.　　　　　　　　　　　　　　　　……10

分

$\because SB=\sqrt{SA^2+AB^2}=\sqrt{2}, BC=1, BC\perp SB,$

$\therefore tg\angle BSC=\dfrac{BC}{SB}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}.$

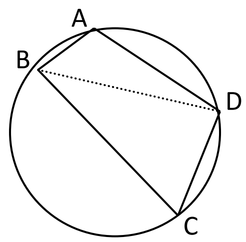
即所求二面角的正切值为$\frac{\sqrt{2}}{2}$. ……12

分

（19）本小题考查三角函数的基础知识以及运用三角形面积公式及余弦定理解三角形的方法，考查运用知识分析问题、解决问题的能力，满分 12 分。

解：如图，连结 BD，则有四边形 ABCD 的面积

$$S=S_{\Delta ABD}+S_{\Delta CDB}=\frac{1}{2}AB\cdot AD\sin A+\frac{1}{2}BC\cdot CD\sin C.$$



$\because$ A+C=180°， $\therefore$sinA=sinC.

$$\therefore S=\frac{1}{2}(AB\cdot AD+BC\cdot CD)\sin A$$

$$=\frac{1}{2}(2\times4+6\times4)\sin A=16\sin A.$$ ……6 分

由余弦定理，在△ABD 中，

$BD^2=AB^2+AD^2-2AB\cdot Ad\cos A=2^2+4^2-2\times2\times4\cos A=20-16\cos A$,

在△CDB 中，

$BD^2=CB^2+CD^2-2CB\cdot Cd\cos C=6^2+4^2-2\times6\times4\cos C$

$=52-48\cos C$, ……9 分

$\therefore$ $20-16\cos A=52-48\cos C$,

$\because$ $\cos C=-\cos A$,

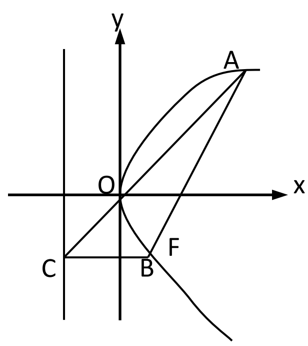
$\therefore$ $64\cos A=-32$,

$\cos A=-\dfrac{1}{2}$,

$\therefore$ A=120°

$\therefore$ S=16sin120° $=8\sqrt{3}$ ……10 分

（20）本小题考查抛物线的概念和性质，直线的方程和性质，运算能力和逻辑推理能力，满分 12 分。



证明：因为抛物线$y^2=2px(p>0)$的焦点为$F(\frac{p}{2},0)$,

所以经过点 F 的直线 AB 的方程可设为

$$x = my + \frac{p}{2}; \qquad \cdots\cdots 4\text{ 分}$$

代入抛物线方程得

$$y^2 - 2pmy - p^2 = 0.$$

若记 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 则 y_1, y_2 是该方程的两个根，所以

$$y_1 y_2 = -p^2. \qquad \cdots\cdots 8\text{ 分}$$

因为 $BC// x$ 轴,且点 C 在准线 $x = -\frac{p}{2}$ 上，所以点 C 的坐标为 $(-\frac{p}{2}, y^2)$，故直线 CO 的斜率为

$$k = \frac{y_2}{-\frac{p}{2}} = \frac{2p}{y_1} = \frac{y_1}{x_1},$$

即 k 也是直线 OA 的斜率，所以直线 AC 经过原点 O ……12 分

（21）本小题主要考查建立函数关系式，求函数最小值的方法和运用数学知识解决实际问题的能力，满分 12 分。

解：设画面高为 x cm，宽为 λx cm 则 $\lambda x^2=4840$.

设纸张面积为 S，有

S=（x+16）（λx+10）

=$\lambda x^2+(16\lambda+10)x+160$, ……3 分

将 $x=\frac{22\sqrt{10}}{\sqrt{\lambda}}$ 代入上式，得

$$S=5000+44\sqrt{10}(\sqrt{\lambda} + \frac{5}{\sqrt{\lambda}}). \qquad \cdots\cdots 6\text{ 分}$$

当 $8\sqrt{\lambda} = \frac{5}{\sqrt{\lambda}}$,即 $\lambda = \frac{5}{8}(\frac{5}{8} < 1)$ 时 S 取得最小值. ……8 分

此时，高：$x = \sqrt{\frac{4840}{\lambda}} = 88cm,$

宽：$\lambda x = \frac{5}{8} \times 88 = 55cm,$

答：画面高为 88cm，宽为 55cm 时，能使所用纸张面积最小。 ……12 分

（22）本小题主要考查函数的概念、图象，函数的奇偶性和周期性等基础知识，考查运算能力和逻辑思维能力，满分 14 分。

（Ⅰ）解:由 $f(x_1 + x_2) = f(x_1) \cdot f(x_2), x_1, x_2 \in [0, \frac{1}{2}]$ 知

$$f(x) = f(\frac{x}{2}) \cdot f(\frac{x}{2}) \geq 0, x \in [0,1]. \qquad \cdots\cdots 2\text{ 分}$$

$$\because \quad f(1) = f(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}) = f(\frac{1}{2}) \cdot f(\frac{1}{2}) = [f(\frac{1}{2})]^2,$$

$f(1)=2,$

$\therefore \quad f(\frac{1}{2})=2^{\frac{1}{2}}.$ ……5 分

$\because \quad f(\frac{1}{2})=f(\frac{1}{4}+\frac{1}{4})=f(\frac{1}{4})\cdot f(\frac{1}{4})=[f(\frac{1}{4})]^2,$

$f(\frac{1}{2})=2^{\frac{1}{2}},$

$\therefore \quad f(\frac{1}{4})=2^{\frac{1}{4}}.$ ……8 分

（Ⅱ）证明：依题设 y=f(x)关于直线 x=1 对称，

故　$f(x)=f(1+1-x)$,

即　$f(x)=f(2-x)$, $x\in R$. ……11 分

又由 f(x)是偶函数知 $f(-x)=f(x)$, $x\in R$,

∴　$f(-x)=f(2-x)$, $x\in R$,

将上式中$-x$ 以 x 代换，得

$f(x)=f(x+2)$, $x\in R$.

这表明 f(x)是 R 上的周期函数，且 2 是它的一个周期。 ……14 分