

绝密★启用前

## 2009年普通高等学校招生全国统一考试（上海卷）

### 数学试卷(文史类)

(满分150分, 考试时间120分钟)

考生注意

1. 本场考试时间120分钟, 试卷共4页, 满分150分, 答题纸共2页.
2. 作答前, 在答题纸正面填写姓名、准考证号, 反面填写姓名, 将核对后的条形码贴在答题纸指定位置.
3. 所有作答务必填涂或书写在答题纸上与试卷题号对应的区域, 不得错位. 在试卷上作答一律不得分.
4. 用2B铅笔作答选择题, 用黑色字迹钢笔、水笔或圆珠笔作答非选择题.

一. 填空题(本大题满分56分) 本大题共有14题, 考生应在答题纸相应编号的空格内直接填写结果, 每个空格填对得4分, 否则一律得零分.

1. 函数 $f(x)=x^3+1$ 的反函数 $f^{-1}(x)=$ \_\_\_\_\_.

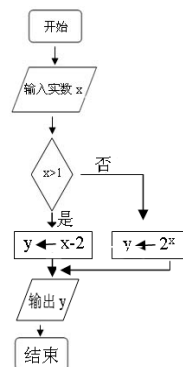
2. 已知集合 $A=\{x|x\leq 1\}$ ,  $B=\{x|x\geq a\}$ , 且 $A\cup B=R$ ,  
则实数 $a$ 的取值范围是\_\_\_\_\_.

3.

若行列式 
$$\begin{vmatrix} 4 & 5 & x \\ 1 & x & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$$

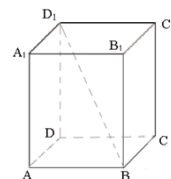
中, 元素4的代数余子式大于0, 则 $x$ 满足的条件是\_\_\_\_\_.

4. 某算法的程序框如右图所示, 则输出量 $y$ 与输入量 $x$ 满足的关系式是\_\_\_\_\_.



5. 如图, 若正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$

$A_1B_1C_1D_1$ 的底面边长为2, 高为4, 则异面直线 $BD_1$ 与 $AD$ 所成角的大小是\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_ (结果用反三角函数值表示).



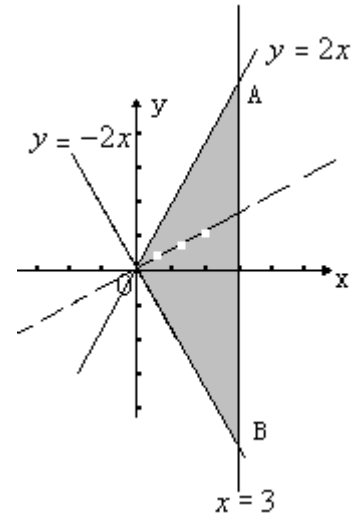
6. 若球  $O_1$ 、 $O_2$  表示面积之比  $\frac{S_1}{S_2} = 4$ ，则它们的半径之比  $\frac{R_1}{R_2} =$  \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_.

7. 已知实数  $x$ 、 $y$  满足  $\begin{cases} y \leq 2x \\ y \geq -2x \\ x \leq 3 \end{cases}$

$2y$  的最小值是 \_\_\_\_\_.

则目标函数  $z = x -$



8. 若等腰直角三角形的直角边长为 2，则以一直角边所在的直线为轴旋转一周所成的几何体体积是 \_\_\_\_\_。

9. 过点  $A(1, 0)$  作倾斜角为  $\frac{\pi}{4}$  的直线，与抛物线  $y^2 = 2x$  交于  $M$ 、 $N$  两点，则

$|MN| =$  \_\_\_\_\_。

10. 函数  $f(x) = 2 \cos^2 x + \sin 2x$  的最小值是 \_\_\_\_\_。

11. 若某学校要从 5 名男生和 2 名女生中选出 3 人作为上海世博会的志愿者，则选出的志愿者中男女生均不少于 1 名的概率是 \_\_\_\_\_（结果用最简分数表示）。

12. 已知  $F_1$ 、 $F_2$  是椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的两个焦点， $p$  为椭圆  $C$  上的一点，且

$\overline{PF_1} \perp \overline{PF_2}$ 。若  $\Delta PF_1F_2$  的面积为 9，则  $b =$  \_\_\_\_\_。

13. 已知函数  $f(x) = \sin x + \tan x$ 。项数为 27 的等差数列  $\{a_n\}$  满足  $a_n \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ ，且公差

$d \neq 0$ ，若  $f(a_1) + f(a_2) + \dots + f(a_{27}) = 0$ ，则当  $k =$  \_\_\_\_\_ 时， $f(a_k) = 0$ 。

14. 某地街道呈现东——西、南——

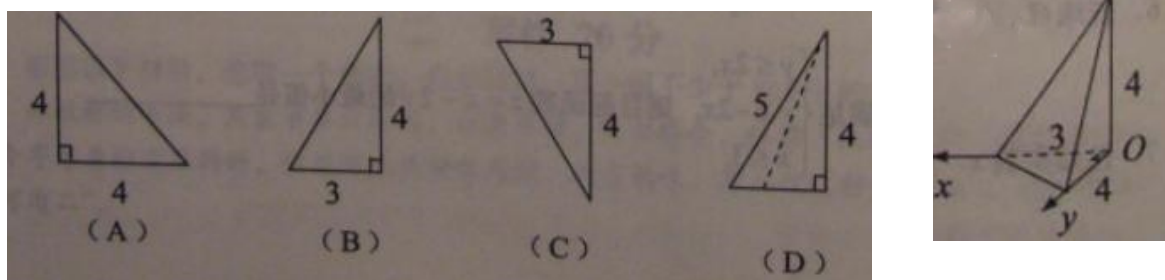
北向的网络状，相邻街距都为1，两街道相交的点称为格点。若以相互垂直的两条街道为轴建立直角坐标系，现有下述格点  $(-2, 2)$ ， $(3, 1)$ ， $(3, 4)$ ， $(-2, 3)$ ， $(4, 5)$  为报刊零售店，请确定一个格点\_\_\_\_\_为发行站，使5个零售点沿街道发行站之间路程的和最短。

二、选择题（本大题满分16分）本大题共有4题，每题有且只有一个正确答案，考生应在答案纸的相应编号上，将代表答案的小方格涂黑，选对得4分，否则一律得零分。

15. 已知直线  $l_1: (k-3)x + (4-k)y + 1 = 0$ ，与  $l_2: 2(k-3)x - 2y + 3 = 0$ ，平行，则K得值是 ( )

- (A) 1或3 (B) 1或5 (C) 3或5 (D) 1或2

16. 如图，已知三棱锥的底面是直角三角形，直角边长分别为3和4，过直角顶点的侧棱长为4，且垂直于底面，该三棱锥的主视图是 ( )



17. 点  $P(4, -2)$  与圆  $x^2 + y^2 = 4$  上任一点连续的中点轨迹方程是 [答] ( )

- (A)  $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 1$  (B)  $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 4$   
 (C)  $(x+4)^2 + (y-2)^2 = 4$  (D)  $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 1$

18. 在发生某公共卫生事件期间，有专业机构认为该事件在一段时间内没有发生大规模群体感染的标志为“连续10天，每天新增疑似病例不超过7人”。

根据过去10天甲、乙、丙、丁四地新增疑似病例数据，一定符合该标志的是

[答] ( )

- (A) 甲地：总体均值为3，中位数为4. (B) 乙地：总体均值为1，总体方差大于0.  
 (C) 丙地：中位数为2，众数为3. (D) 丁地：总体均值为2，总体方差为3.

三. 解答题 (本大题满分78分) 本大题共5题, 解答下列各题必须在答题纸相应编号的  
规定区域内写出必要的步骤.

19. (本题满分14分)

已知复数  $z = a + bi$  ( $a, b \in R^+$ ) ( $i$ 是虚数单位)是方程  $x^2 - 4x + 5 = 0$  的根. 复数  
 $w = u + 3i$  ( $u \in R$ ) 满足  $|w - z| < 2\sqrt{5}$ , 求  $u$  的取值范围.

20. (本题满分14分) 本题共有2个小题, 第1小题满分6分, 第2小题满分8分

已知 $\Delta ABC$ 的角A、B、C所对的边分别是a、b、c, 设向量  $\vec{m} = (a, b)$ ,

$\vec{n} = (\sin B, \sin A)$ ,  $\vec{p} = (b - 2, a - 2)$ .

(1) 若  $\vec{m} \parallel \vec{n}$ , 求证:  $\Delta ABC$ 为等腰三角形;

(2) 若  $\vec{m} \perp \vec{p}$ , 边长  $c = 2$ , 角  $C = \frac{\pi}{3}$ , 求 $\Delta ABC$ 的面积.

21. (本题满分16分) 本题共有2个小题, 第1小题满分6分, 第2小题满分10分

.有时可用函数

$$f(x) = \begin{cases} 0.1 + 15 \ln \frac{a}{a-x}, & x \leq 6, \\ \frac{x-4.4}{x-4}, & > 6 \end{cases}$$

描述学习某学科知识的掌握程度.其中  $x$  表示某学科知识的学习次数 ( $x \in N^*$ ),  $f(x)$  表示对该学科知识的掌握程度, 正实数  $a$  与学科知识有关.

- (1) 证明: 当  $x \geq 7$  时, 掌握程度的增长量  $f(x+1) - f(x)$  总是下降;
- (2) 根据经验, 学科甲、乙、丙对应的  $a$  的取值区间分别为  $(115, 121]$ ,  $(121, 127]$ ,  $(127, 133]$ . 当学习某学科知识6次时, 掌握程度是85%, 请确定相应的学科.

22. (本题满分16分) 本题共有3个小题, 第1小题满分4分, 第2小题满分4分, 第3小题满分8分.

已知双曲线  $C$  的中心是原点, 右焦点为  $F(\sqrt{3}, 0)$ , 一条渐近线  $m: x + \sqrt{2}y = 0$ , 设过点  $A$

$(-3\sqrt{2}, 0)$  的直线  $l$  的方向向量  $\vec{e} = (1, k)$ .

- (1) 求双曲线  $C$  的方程;
- (2) 若过原点的直线  $a \parallel l$ , 且  $a$  与  $l$  的距离为  $\sqrt{6}$ , 求  $k$  的值;
- (3) 证明: 当  $k > \frac{\sqrt{2}}{2}$  时, 在双曲线  $C$  的右支上不存在点  $Q$ , 使之到直线  $l$  的距离为  $\sqrt{6}$ .

23. (本题满分18分) 本题共有3个小题, 第1小题满分5分, 第2小题满分5分, 第3小题满分8分.

已知 $\{a_n\}$ 是公差为 $d$ 的等差数列,  $\{b_n\}$ 是公比为 $q$ 的等比数列

(1) 若  $a_n = 3n + 1$ , 是否存在  $m, n \in N^*$ , 有  $a_m + a_{m+1} = a_k$ ? 请说明理由;

(2) 若  $b_n = aq^n$  ( $a, q$ 为常数, 且 $aq \neq 0$ ) 对任意 $m$ 存在 $k$ , 有  $b_m \cdot b_{m+1} = b_k$ , 试求 $a, q$ 满足的充要条件;

(3) 若  $a_n = 2n + 1, b_n = 3^n$  试确定所有的 $p$ , 使数列 $\{b_n\}$ 中存在某个连续 $p$ 项的和式数列中 $\{a_n\}$ 的一项, 请证明.

